

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В точках 2 точек на диаграмме (А или В).

По т. Пифагора $R = a^2 = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17^2$

$a = 17$, см. продолжение на стр 4.

~~Длина: радиус $a = 17$.~~

2.

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 4x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 4x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x + \cos 4x = 0$$

~~$$\cos\left(4x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$$~~

$$\cos\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

~~$$2 \cos \frac{10x}{2} \cdot \cos \frac{4x - \frac{\pi}{2}}{2} + \cos 4x = 0$$~~

~~$$2 \cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$~~

~~$$\cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x$$~~

$$2 \cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \left(\cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)\right) = 0$$

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 5x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0$$

$$\cos 5\pi \pm \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 5\pi = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 5\pi = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2\pi\right)$$

$$\begin{cases} 5\pi = \frac{3\pi}{4} - 2\pi + 2\pi k, \\ 5\pi = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi + 2\pi m, \end{cases} \quad k, m \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} \pi = \frac{3}{28}\pi + \frac{2}{7}\pi k \\ \pi = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi m}{3} \end{cases}$$

$$\pi = -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi m}{3}$$

Ответ: $\frac{3}{28}\pi + \frac{2}{7}\pi k; -\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi m}{3}; \frac{3}{8}\pi + \frac{\pi}{2}k;$

~~$k, l, m \in \mathbb{Z}$~~ $k, l, m \in \mathbb{Z}$

5.

Также получим $a^2 = R_2$, когда 2 левые окружности касаются квадрата, $R_2 = 15 - 8 = 7$ данную

лучше соответствует $R_2 = 15 - 8 = 7 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a = \sqrt{7}$

Ответ: при $a = \sqrt{7}$ и $a = 14$

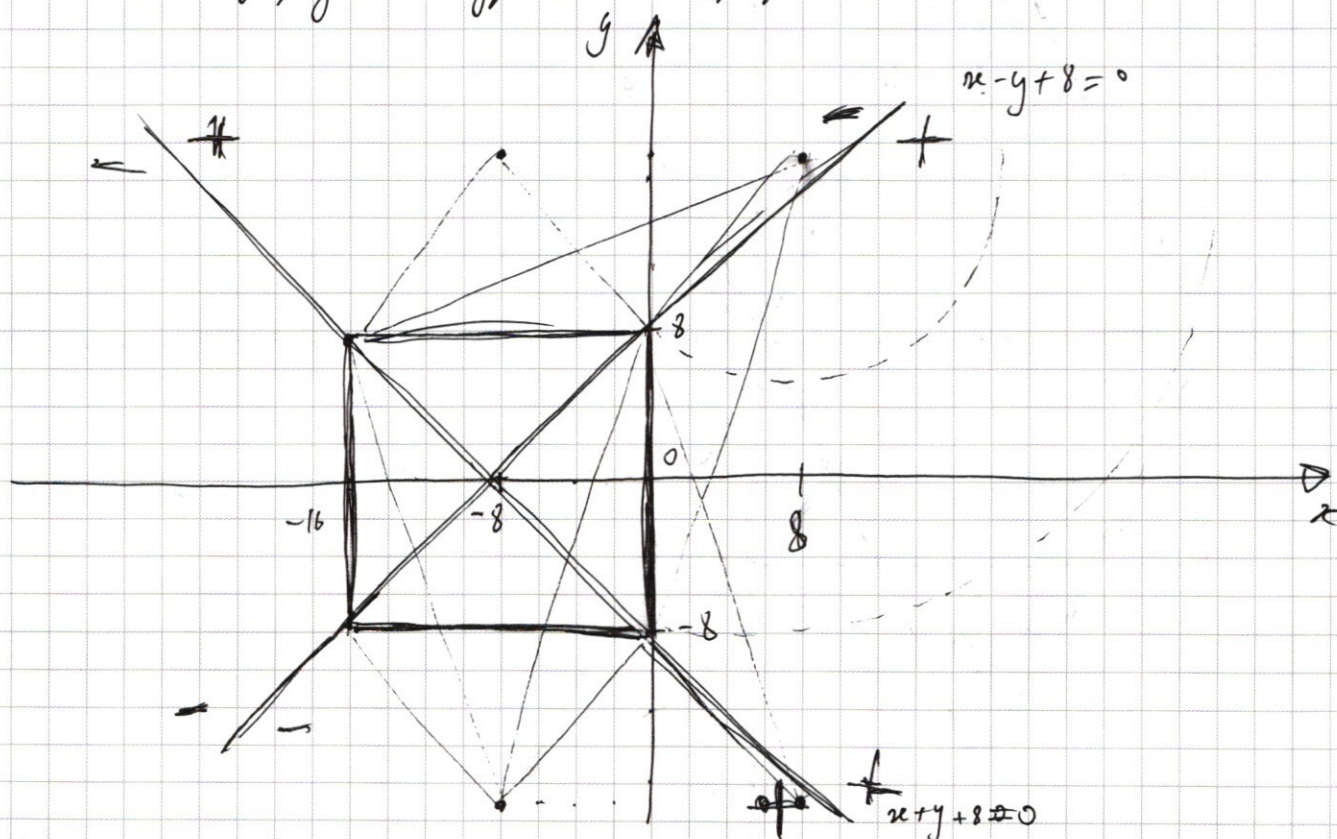
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: 280 чисел

5.

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Реш. Изобразим & уравнение графически:



Раскроем модули для каждой области:

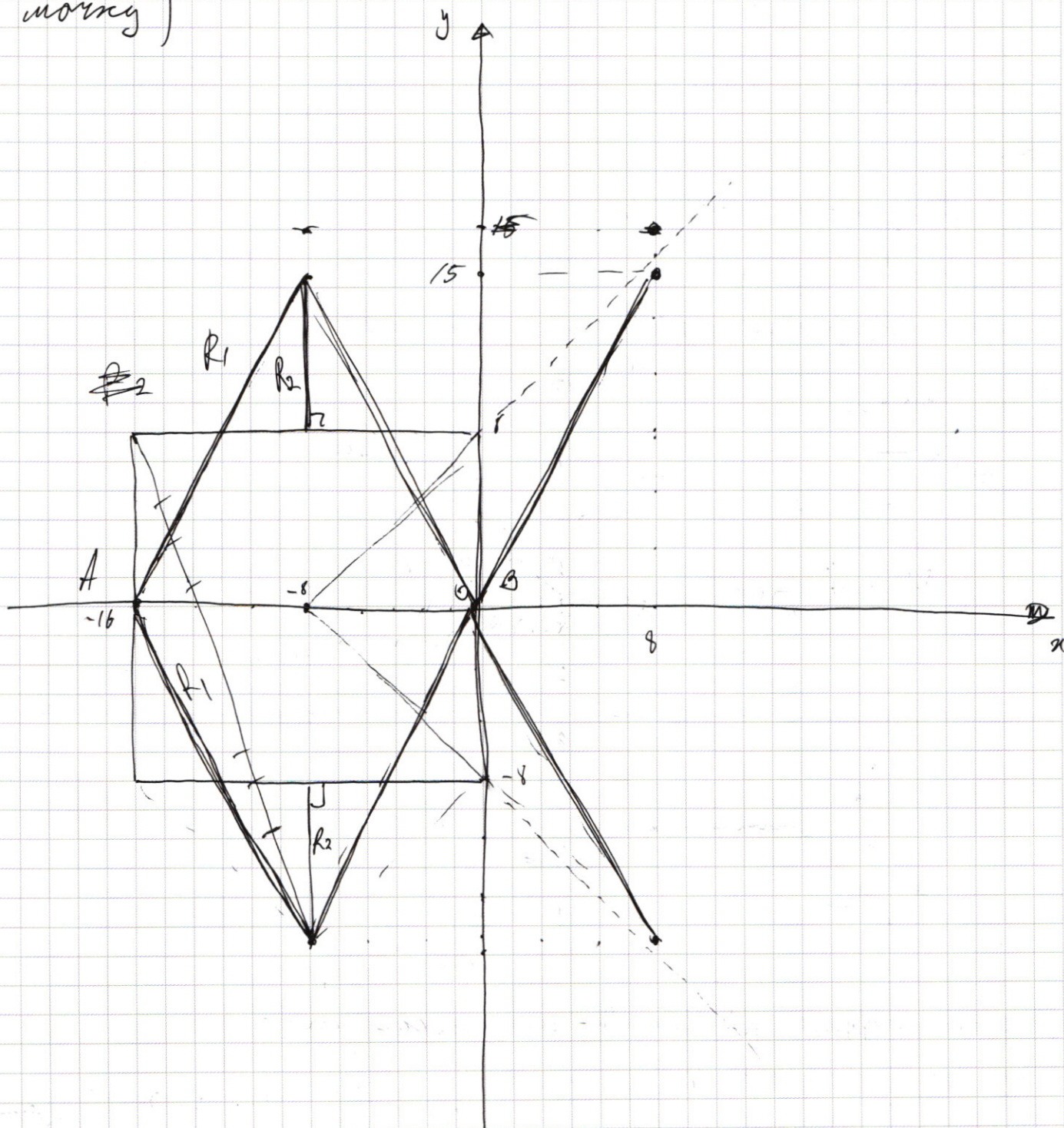
$$++: x+y+8+x-y+8=16 \quad 2x=0 \quad x=0$$

$$--: -x-y-8-x+y-8=16 \quad x=-16$$

$$+-: x+y+8-x+y-8=16 \quad y=8$$

$$-+: -x-y-8+x-y+8=16 \quad y=-8$$

Нарисуем ещё один график, раскроем модуль в
 (2) уравнении (он задаёт 4 окружности, которые
 образуются прямыми $x=0$ и $y=0$, и при $a=0$ - задаём
 точку)



Из графика видно, при $a^2 = R$, на ~~$a^2 = R_2$~~ система имеет
 2 решения, ~~немного~~ не трудно заметить, что ~~максимум~~ a^2
 все окружности (образованные прямыми $x=0$ и $y=0$) пересекаются

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Проверим корни:

$$\left(-\frac{3^2}{-3^2}\right) \ln 9 = 3 \quad 2 \ln(3 \cdot 3^4)$$

$$3^5 \ln 9 = 3 \quad 2 \ln(3^5)$$

$$3^{10} \ln 3 = 3^{10} \ln 3$$

$\Rightarrow$ корни подходят.

2) $y = x - 4$

$$\left(-\frac{x^4}{x-4}\right) \ln(4-x) = x \quad 2 \ln(x(4-x)^2)$$

Логарифмируем по основанию с и выносим степень:

$$\ln(4-x) \cdot \ln \frac{x^4}{4-x} = 2 \ln(x(4-x)^2) \ln x$$

$$\ln(4-x)(2 \ln x - \ln(4-x)) = 2(\ln x)(\ln x + 2 \ln(4-x))$$

$2 \ln(x-4) = 2 \ln(4-x)$ т.к. $4-x$ уже находится в показателе степени исходного уравнения.

$$4 \ln x \cdot \ln(4-x) - \ln^2(4-x) = 2 \ln^2 x + 4 \ln(4-x) \ln x$$

$$\ln^2(4-x) - 3 \ln(4-x) \ln x + 2 \ln^2 x = 0$$

$$\begin{cases} \ln(4-x) = \ln x \\ \ln(x-4) = 2 \ln x \end{cases} \begin{cases} 4-x = x \\ 4-x = x^2 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} - 4 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} - 4 \end{cases}$$

Рассмотрим ограничения на корни: $\begin{cases} -y > 0 \\ -\frac{x^4}{y} > 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} xy^2 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$ этому условию должны удовлетворять корни.

Данному условию удовлетворением обладают:

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \\ y = -\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $(3; -9)$ и $\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{-5 + \sqrt{17}}{2}\right)$

1. $64827 = 3^3 \cdot 7^4 \cdot 1$

~~У нас есть 3 числа произведение которых было равно 64827~~ Т.к. произведение всех цифр числа равно 64827, а оно раскладывается только на 4 множителей, то одна из цифр данного числа должна быть 1.

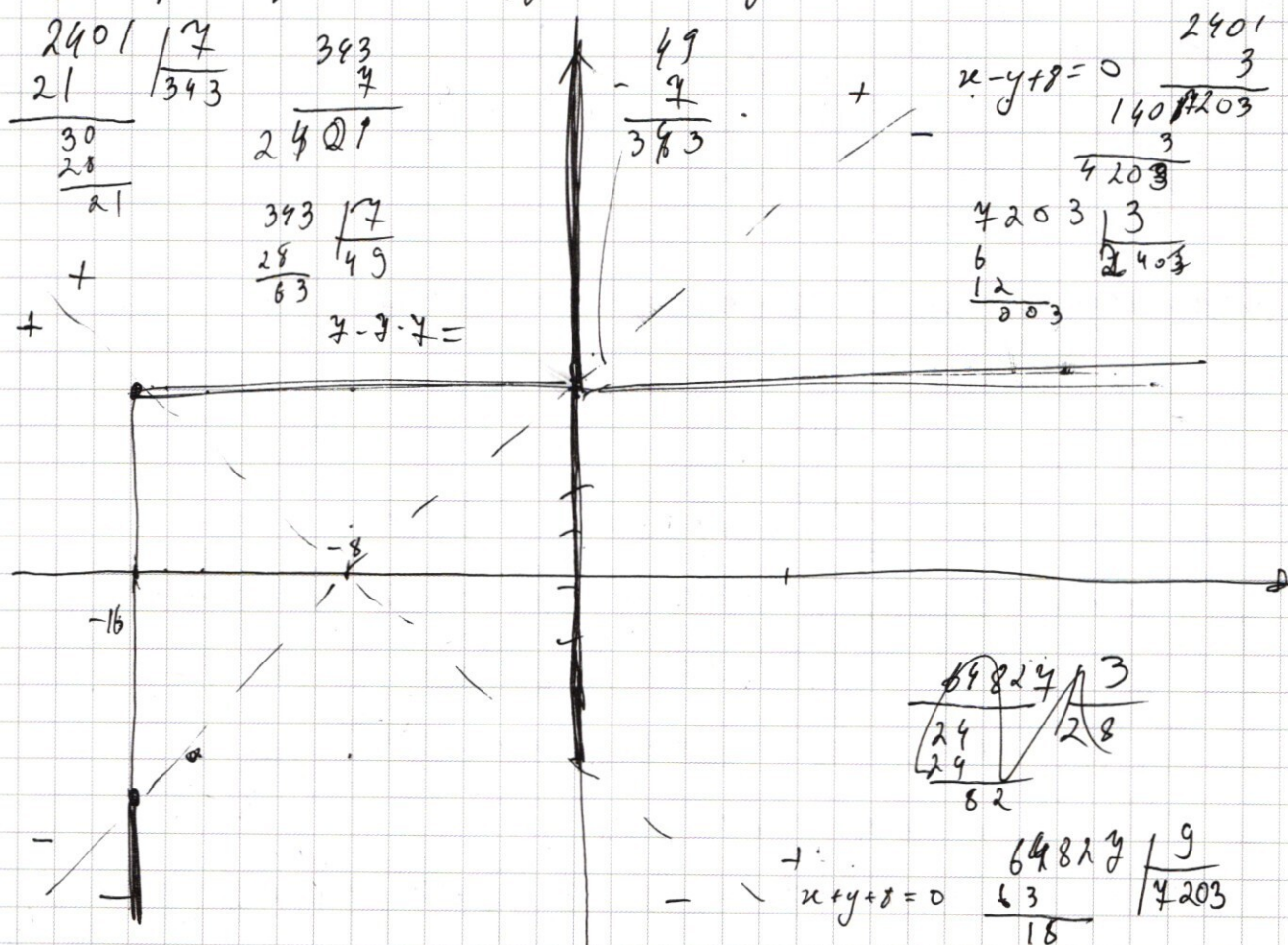
Составившее число, мы сначала выбираем куда поставить 1 (8 способов), потом разместим на оставшихся местах 3 (4 · 6 · 5 способов), на оставшиеся места идут все 7 и мы однозначно задали число т.к. переставить если переставим 7, то число не изменится, ~~то~~ Т.к. ~~если~~ ~~переставленные~~ если мы поменяем 3 между собой местами число не изменится, то количество способов расставить числа нужно поделить на 3!, тогда ~~число~~ кол-во чисел численно равно $\frac{8 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 8 \cdot 4 \cdot 5 = 280$
Ответ: 280

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.
$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 8 \\ \hline 280 \end{array} \quad \begin{array}{r} 40 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

Построим график (1), проведем прямые $x+y+8=0$ и $x-y+8=0$ и раскроем знаки модуля в полуплоскостях.



$++: 2x+y+8+x-y+8=16 \quad x=0$
 $--: -x-y-8-x+y-8=16 \quad x=-16$
 $+-: x+y+8-x+y-8=16$
 $2y=16$
 $y=8$

$$64817 = 9 \cdot 7203 = 3^3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7 \cdot 343 = 3^4$$

$$3. \begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (1) \\ \left(-\frac{x^4}{y}\right) \ln(y) = x^2 \ln(xy^2) & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим (1) уравнение:

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x(x-4) = 0$$

$$D = (x+2)^2 + 3x(x-4) = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x =$$

$$= 4x^2 - 8x + 4 = 4(x-1)^2$$

$$y = -x-2 \pm \sqrt{4(x-1)^2} = \begin{cases} -x-2+2x-2 = x-4 \\ -x-2-2x+2 = -3x \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} y = -3x \\ \left(-\frac{x^4}{-3x}\right) \ln(3x) = x^2 \ln(x \cdot 9x^2) \\ \left(\frac{x^6}{3}\right) \ln 3x = x^2 \ln(9x^3) \end{cases}$$

Логарифмируем обе части и основание e:

$$\ln\left(\frac{x^6}{3}\right) \ln(3x) = \ln(x^2 \ln(9x^3))$$

$$\ln(3x) \cdot \ln\left(\frac{x^6}{3}\right) = 2\ln(9x^3) \cdot \ln x$$

$$(\ln x + \ln 3)(\ln x^6 - \ln 3) = \ln x \cdot 2(\ln x^3 + \ln 9)$$

$$(\ln x + \ln 3)(6\ln x - \ln 3) = 2\ln x(3\ln x + 2\ln 3)$$

$$6\ln^2 x - \ln x \cdot \ln 3 + \ln 3 \cdot 6\ln x - \ln^2 3 =$$

$$= 6\ln^2 x + 4\ln x \cdot \ln 3$$

$$6\ln^2 x + 5\ln x \cdot \ln 3 - \ln^2 3 = 6\ln^2 x + 4\ln x \cdot \ln 3$$

$$5\ln x \cdot \ln 3 - \ln^2 3 = 4\ln x \cdot \ln 3$$

$$\ln x \cdot \ln 3 = \ln^2 3$$

$$\ln x = \ln 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$$



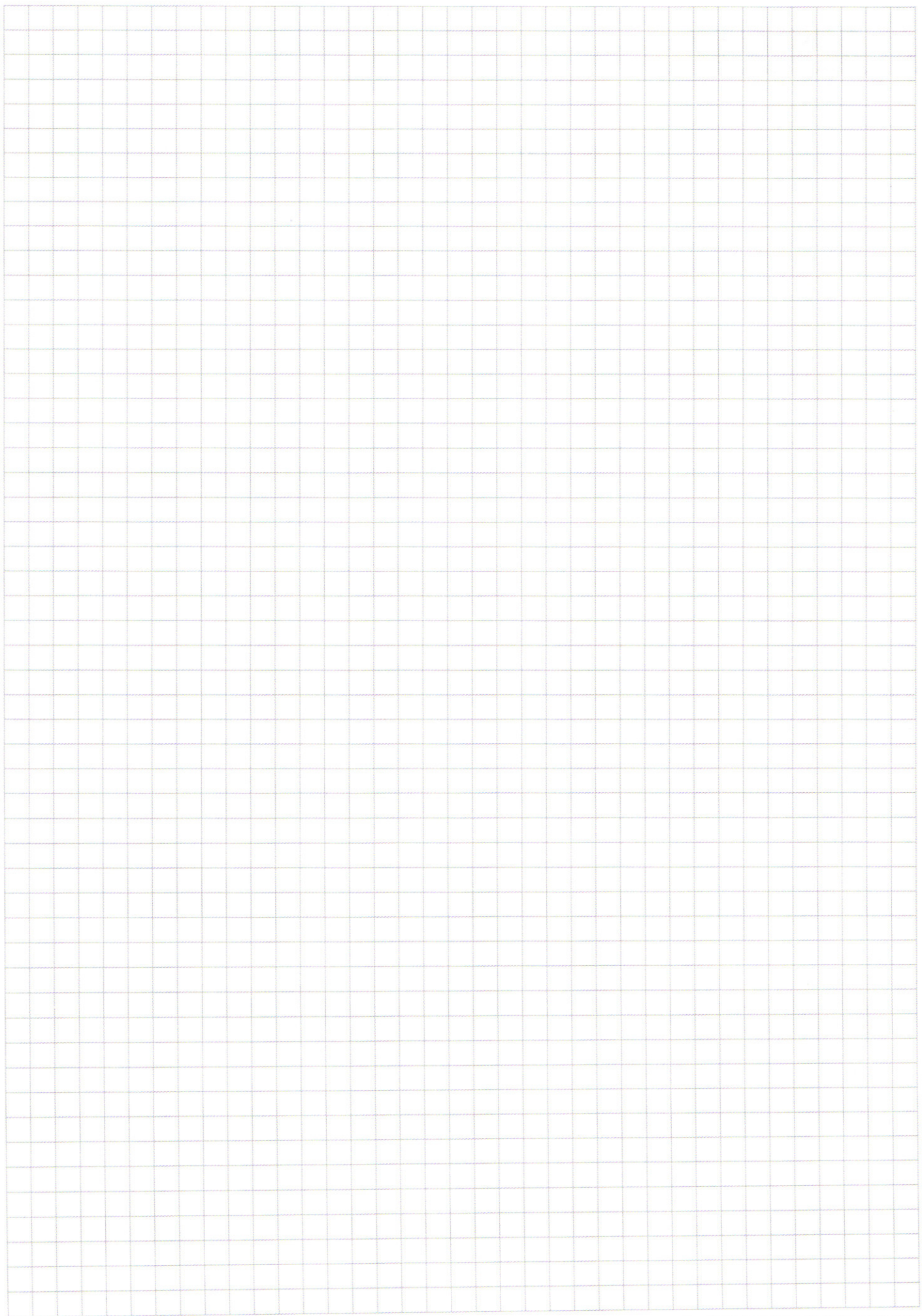
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



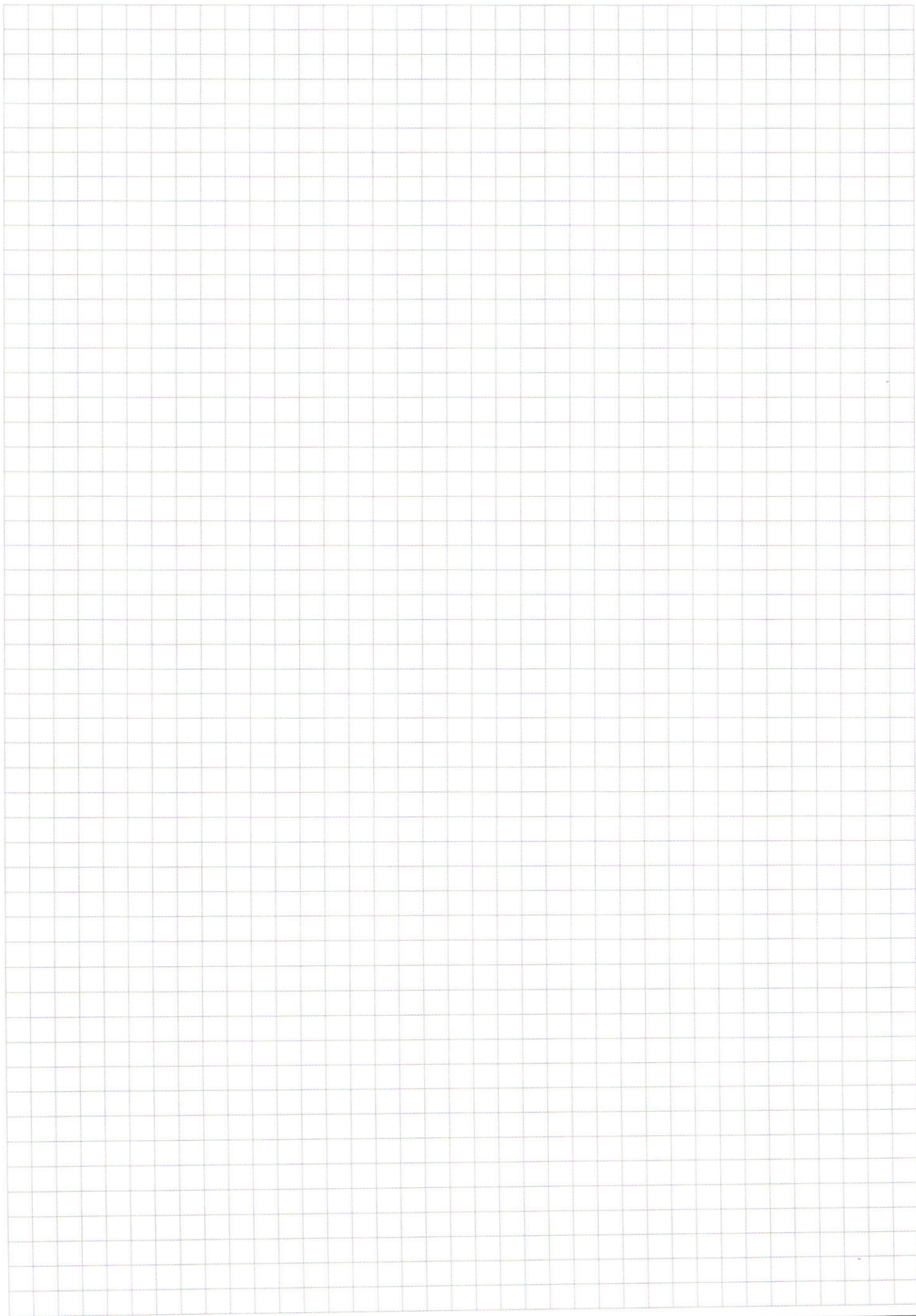
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 - 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y-x)^2 = 4x + 12x + 4y$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= x+8 & y-x-8 &= \\ y &= -x-8 & y+x+8 &= \end{aligned}$$

$$++ \quad 2x+16=16 \quad 2x=0 \quad x=0$$

+-

-+

$$-- \quad -x-y-8-x+y-8=16$$

$$-2x=32$$

$$x=-16$$

$$+-: x+y+8-x+y-8=16 \quad x$$

$$y=8$$

$$--: x=-6$$

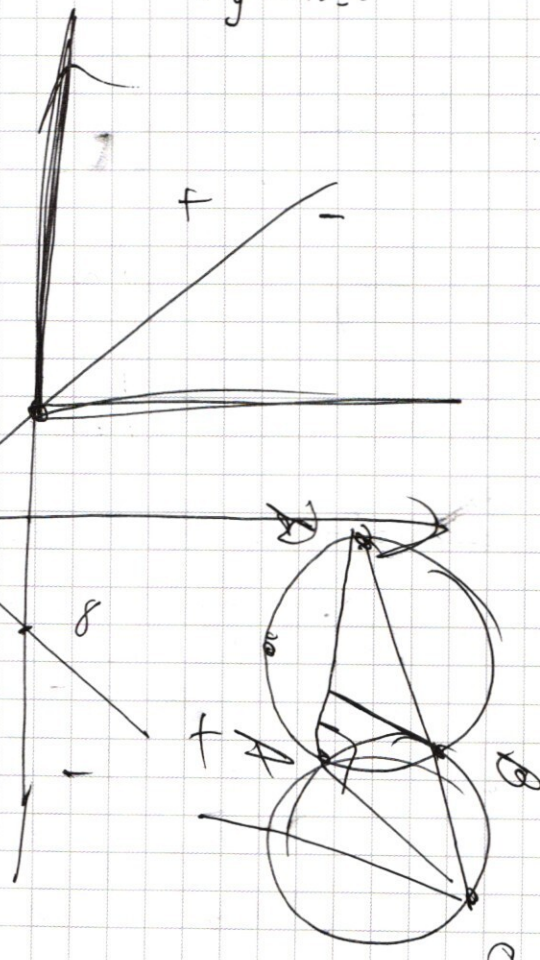
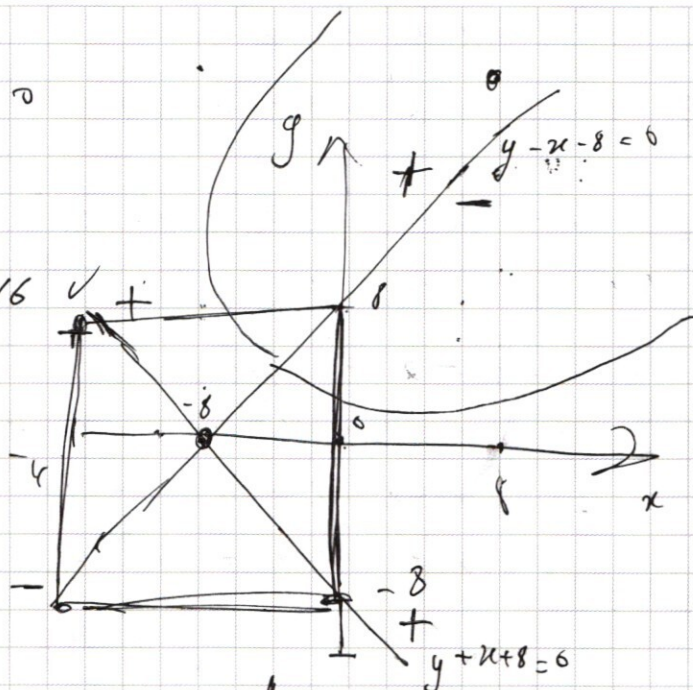
$$-+: -x-y-8+x-y+8=16$$

$$-2y=16$$

$$-- \quad -x-y-8-x+y-8=16$$

$$-2x=32$$

$$x=-16$$



$$-\frac{x^4}{y^2} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$y^2 + 2xy + 4y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x(x-4) = 0$$

$$D = (x+2)^2 + 3x(x-4) = x^2 + 4x + 4 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = 4(x-1)^2 = (2(x-1))^2$$

$$y = -x - 2 \pm 2(x-1) = \begin{cases} -x - 2 + 2x - 2 = x - 4 \\ -x - 2 - 2x + 2 = -3x \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x - 4 \\ -3x \end{cases}$$

$$(y+3x)(y-x+4) = y^2 + 3xy - 3x^2 + 12x - xy + 4y = y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y$$

$$\left(-\frac{x^4}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y = -3x \quad \begin{cases} x - 4 > 0 \\ 4 - x > 0 \end{cases}$$

$$\ln\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = \ln x^{2\ln(9x^3)}$$

$$\begin{cases} y = x - 4 \\ x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$\ln(3x) \ln\left(\frac{x^6}{3}\right) = 2\ln(9x^3) \cdot \ln x$$

$$\ln 3x \cdot \ln 3 + \ln x (\ln x^6 + \ln \frac{1}{3}) = 2\ln 9x^3 \cdot \ln x$$

$$\begin{aligned} 3^6 &= 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = 81 \cdot 3 = 243 \\ + \left(\frac{3^6}{3^2}\right) \ln 3 &= 3^4 \ln 3 = 81 \ln 3 \\ 3^4 \ln 3 &= 3^{2\ln 3^5} \\ 81 \ln 3 &= 3^{2\ln 3^5} \\ &= 2\ln 3^4 + 2\ln 3 \\ &= \ln(x-4) (\ln x^4 - \ln(4-x)) \end{aligned}$$

$$-\frac{x^4 \ln(x-4)}{(x-4)^2} = x$$

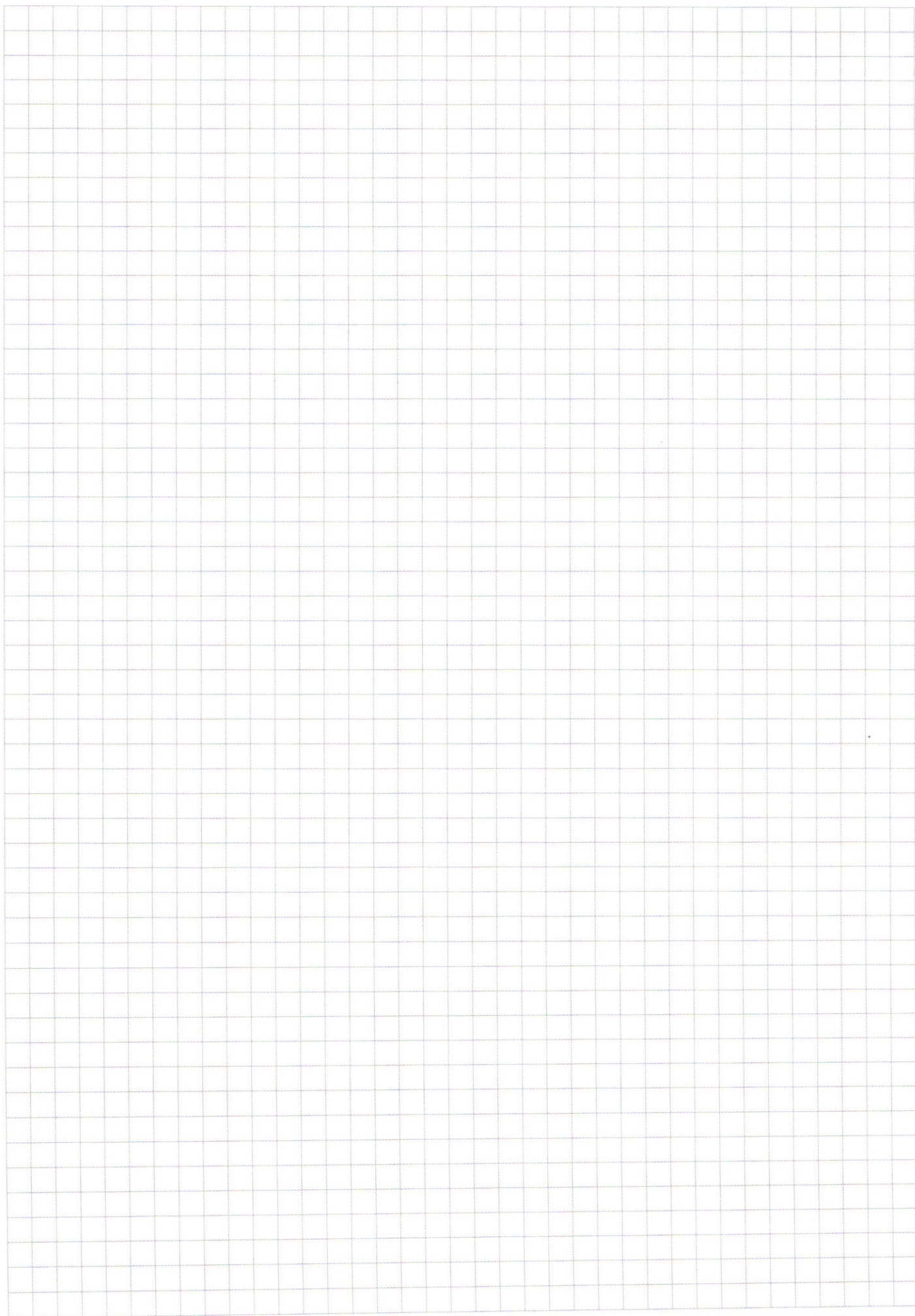
$$\ln(x-4) \ln \frac{x^4}{4-x} = \ln x + \ln 4 = 2\ln(x-4) \ln x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

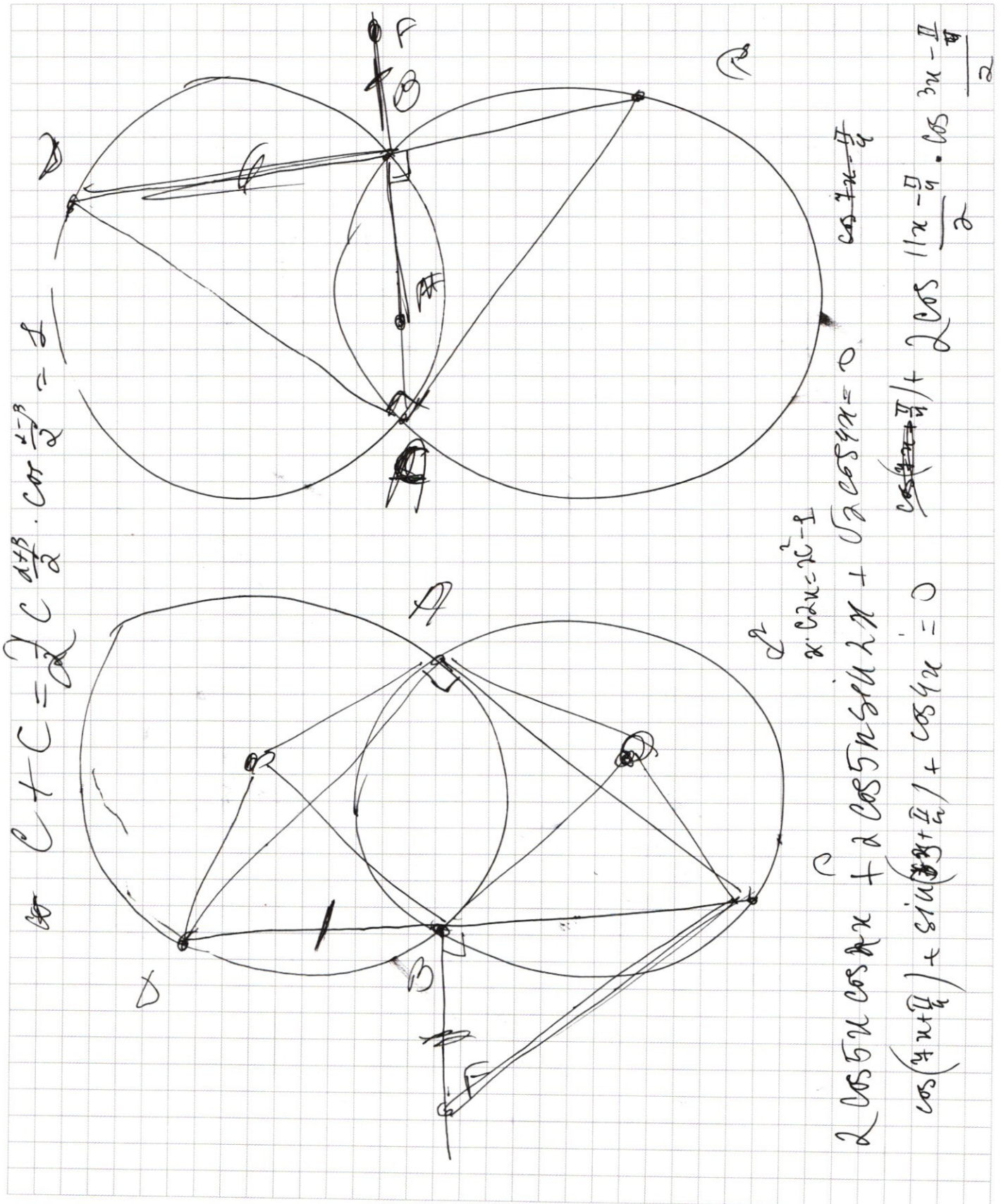
Также подходит случай, когда 2 левые окружности
касательны квадрата, диаметру внешнего удв.
выполняется $a^2 = R_2$ по т. Вилларса

$$R_2 = 15 - 8 = 7 \Rightarrow a = \sqrt{7}$$

Ответ: при $a = 14$ и $a = \sqrt{7}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x + \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} \cos 4x$$

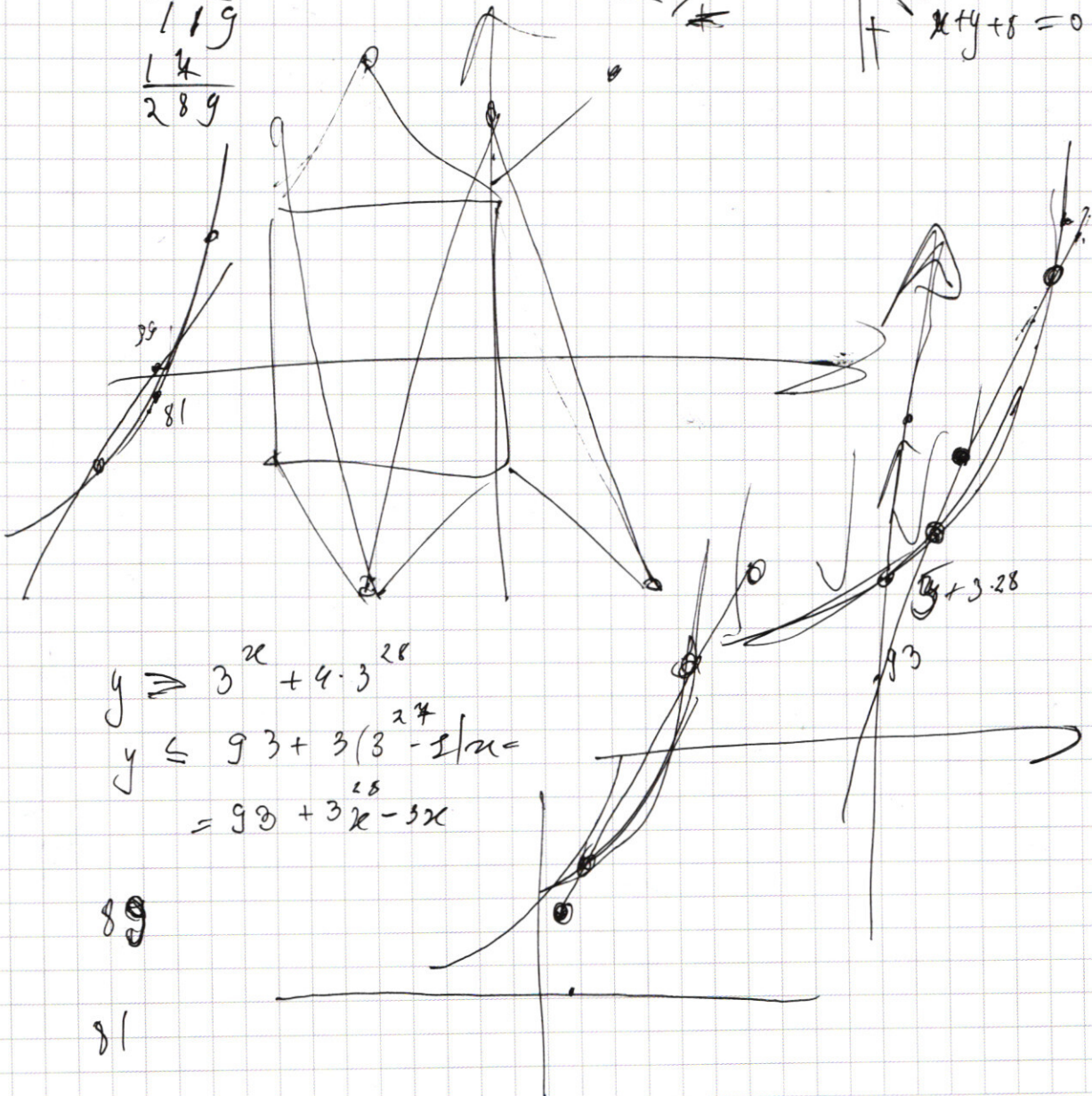
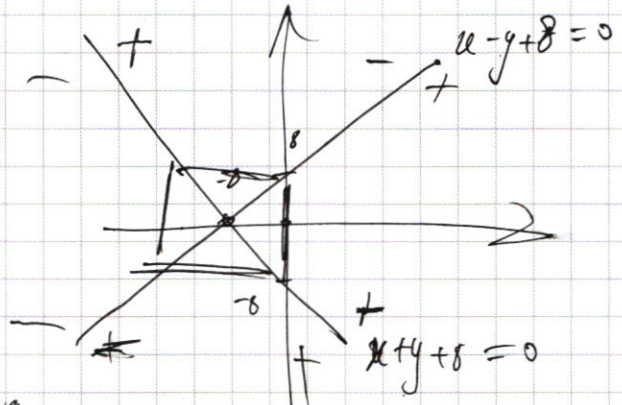
$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos 5x \cos x - \sin 5x \sin x)$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$8^2 + 15^2 =$$

$$= 64 + 225 = 289$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ -17 \\ \hline 119 \\ 14 \\ \hline 289 \end{array}$$



$$y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{2x} - 1)x =$$

$$= 93 + 3^{2x} - 3x$$

89

81



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\cos \alpha = \frac{\cos \alpha + \beta}{\cos(\alpha - \beta)} \equiv \frac{a \cos \alpha \cdot \cos \beta}{a \cos \alpha \cdot \cos \beta} \quad \begin{matrix} \alpha = 2a \\ \beta = 2b \end{matrix}$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{4x - \frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 2x - \frac{\pi}{4} = \alpha_0$$

$$\frac{4x}{3x} \quad \frac{4x - 3x}{2} = 2x$$

~~cos~~

$$\sin\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \cos 5x \cdot \cos 3x$$

$$\cos x + \cos(x - \alpha_0) = \frac{1}{2} 2 \cos x \cdot \cos \alpha_0$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \cdot 2 \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos 5x + \cos 4x = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x) + \cos 4x \cos 3x + \sin 4x \sin 3x$$

$$\sqrt{2} \sin 4x \sin 3x + \sin 3x + \sin 4x$$

$$\sqrt{2} \cos 4x \cos 3x + \cos 3x + \cos 4x =$$

$$\cos 4x (\sqrt{2} \cos 3x + \cos 3x) + \sin 4x (\sqrt{2} \sin 3x + \sin 3x) = 0$$

$$\cos 4x (\sqrt{2} \cos 3x + 1) + \cos 3x + \sin 4x (\sqrt{2} \sin 3x + 1) + \sin 3x = 0$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{2} \cdot \frac{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\ln(x-4) (8 + \ln x - \ln(x-4)) = 2 \ln x (\ln x + \ln(x-4))^2$$

$$8 \ln(x-4) \ln x - \ln^2(x-4) = 2 \ln^2 x + 4 \ln x \ln(x-4)$$

$$3 \ln(x-4) \cdot \ln x = 3 \ln^2 x$$

$$2 \ln^2 x - 3 \ln(x-4) \ln x + \ln^2(x-4) = 0$$

$$\ln(x-4) = \ln x$$

$$\ln(x-4) = 2 \ln x$$

$$x = |x-4| \quad x = 2$$

$$x^2 = |x-4| \quad x^2 = 4-x$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \in \left[\frac{3}{2}, \frac{5}{2} \right]$$

$$y = x - 4 =$$

$$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{24}$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{8 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{1}{960}$$

$$\frac{3-3}{4-4} = \frac{0}{0}$$

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \cos 2x - \cos 5x \cos 2x + \cos 5x \cos 2x +$$

$$2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 4x =$$

$$\sin 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x$$

$$= \sin 5x \cos 2x + \cos 5x \sin 2x$$

$$\sin 2x \cos 5x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x =$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) \neq \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$C4C3 + S4S3 + C3 + S4C3 + S3C4 - S3 + \sqrt{2}C4$$

$$2 \cos 5x (2 \cos^2(x - \frac{\pi}{4}) - 1) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (2 \sin^2 \frac{3x}{4} - 1) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (1 - 2 \cos^2 \frac{3x}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$-2 \cos^2 \frac{3x}{4} \cdot 2 \cos 5x + 2 \cos 5x + \cos 4x = 0$$

$$4 \cos^2 \frac{3x}{4} \cdot \cos 5x - 2 \cos 4x + 2 \cos 5x = 0$$

$$P = \cos^2 \frac{3x}{4} - 8 \cos^2 \frac{5x}{4} = 1 - 8 \cos 5x$$

$$\cos 4x = \frac{2 \pm \sqrt{1 - 8 \cos 5x}}{4}$$

$$4 \cos 4x = 2 \pm \sqrt{1 - 8 \cos 5x}$$

$x = 4$ и $x = 9$

А

точка не подходит

$$9 + 4 \cdot 3^{26}$$

$$90 + 3^{28} \cdot 3$$

$$C(\frac{\alpha + \beta}{2}) = C \dots$$

$$C(\frac{\alpha - \beta}{2})$$

$$3^x \cdot \ln 3 = 3(3^{27} - 1)$$

$$3^{x-1} = 3^{27} - 1$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{4}) + \sin(x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x$$

$$\sin 5x \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos(7x - \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) =$$

$$\cos \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2}$$