

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $64 \cdot 27 = 2^3 \cdot 3^3 \Rightarrow$ число может состоять
из 4х 7ок и 3х 3ок и 1, или 4х 7ок и 1ой
3ки, 2ой, 2х 3единиц

Три первых варианта возможных случаев

$$\frac{8!}{4! \cdot 3!} = 70 \cdot X = 350 = 70$$

Три вторым: $\frac{8!}{2! \cdot 4!} = 840$

$$\Rightarrow \text{Всего чисел } 840 + 70 = 910$$

Ответ: 910

$$2. \cos 7x + \cos 3x + \sin 2x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$\Rightarrow 2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\sin 2x + \cos 2x)(\sin 2x - \cos 2x)$$

$$\Rightarrow 2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} (\sin 2x + \cos 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$= (\cos 2x + \sin 2x) \left(\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) \right) = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\Rightarrow (\cos 2x + \sin 2x) \left(\cos 5x + \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right) =$$

$$= (\cos 2x + \sin 2x) \cos \left(\frac{2x + \pi}{2} \right) \cos \left(\frac{12x - \pi}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \frac{2x + \pi}{2} = 0 \Rightarrow \frac{2x + \pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + \frac{2\pi}{5} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \frac{12x - \pi}{2} = 0 \Rightarrow \frac{12x - \pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \Rightarrow x = \frac{3\pi}{12} + \frac{2\pi}{5} n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos 2x = \sin 2x, \cos 2x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}L, L \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + 2\pi m \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \text{Problem: } x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}m, m \in \mathbb{Z}; x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n, x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}; x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$$

$$3. \begin{cases} \left(\frac{-x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \quad \text{ODS: } y < 0; x > 0$$

$$y \in (-\infty; 0), x \in (0; +\infty)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + y(2x+4) - (3x^2 - 12x) = 0$$

$$D = (2x+4)^2 + 4(3x^2 - 12x) = 16(x-1)^2$$

$$\Rightarrow y = \frac{-2x-4 \pm 4(x-1)}{2} = x-4$$

$$y = \frac{-2x-4 - 4(x-1)}{2} = -3x$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow y = -3x \Rightarrow \frac{x^{7 \ln(3x)}}{(3x)^{\ln(3x)}} = x^{2 \ln(x \cdot 3x^2)}$$

$$x^{7 \ln 3x} = x^{2 \ln(3x^3)} \cdot (3x)^{\ln 3x}, 3 = x^{\log_x 3}$$

$$\Rightarrow 7 \ln 3x = 2 \ln(3x^3) + \ln 3x + \ln 3x \log_x 3$$

$$\Rightarrow 7 \ln x + 7 \ln 3 = 2 \ln 3 + 2 \ln x + 4 \ln x + 2 \ln 3 + \ln 3 + \ln x + \log_x 3 (\ln 3 + \ln x)$$

$$\Rightarrow 3 \ln 3 = \log_x 3 \ln 3 + \ln x \log_x 3; \log_x 3 = \frac{\ln 3}{\ln x}$$

$$\Rightarrow 3 \ln 3 = \frac{\ln^2 3}{\ln x} + \ln 3 \Rightarrow 2 = \frac{\ln 3}{\ln x} \Rightarrow \ln x^2 = \ln 3$$

$$x^2 = 3, x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{3} \Rightarrow y = -3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{2} y = -x-4 \Rightarrow \frac{x^{7 \ln(x+4)}}{(x+4)^{\ln(x+4)}} = x^{2 \ln(x(-x-4)^2)} \quad (-x-4)^2 = (x+4)^2$$

$$\Rightarrow x^{7 \ln(x+4)} = x^{2 \ln(x(x+4)^2)} \cdot (x+4)^{\ln(x+4)} \quad x+4 = x^{\log_x x+4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow 2 \ln(x+4) = 2 \ln(x(x+4)^2) \quad \log_x(x+4) \cdot \ln(x+4)$$

$$\log_x(x+4) = \frac{\ln(x+4)}{\ln x}$$

$$\Rightarrow 2 \ln(x+4) = 2 \ln x + 2 \ln(x+4)^2 + \frac{\ln(x+4)}{\ln x} \ln(x+4)$$

$$\Rightarrow 2 \ln(x+4) = 2 \ln x + 4 \ln(x+4) + \frac{\ln^2(x+4)}{\ln x}$$

$$\Rightarrow 2 \ln(x+4) = 2 \ln x + \frac{\ln^2(x+4)}{\ln x}, \quad \&$$

$$2 \ln(x+4) \ln x = 2 \ln^2 x + \ln^3(x+4) \quad | : \ln^2 x$$

$$\Rightarrow 2 \frac{\ln(x+4)}{\ln x} = 2 + \left(\frac{\ln(x+4)}{\ln x} \right)^2 \quad \frac{\ln(x+4)}{\ln x} = \log_x(x+4)$$

$$\log_x(x+4) = 1$$

$$3t = 2 + t^2 \quad t^2 - 5t + 2 = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$t = 2$$

$$\Rightarrow \log_x(x+4) = 1$$

$$\log_x(x+4) = 2$$

$$\Rightarrow x = x+4$$

$$x^2 = x+4 \quad x^2 - x - 4 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$D = 1 + 16 = 17, \quad x > 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\Rightarrow y = -x-4 = \frac{1-\sqrt{17}}{2} - 4 = \frac{-7-\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Ответ: } (\sqrt{5}; -5\sqrt{5}); \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{-7-\sqrt{17}}{2} \right)$$

$$5. \quad |x+y+2| + |x-y+2| = 16$$

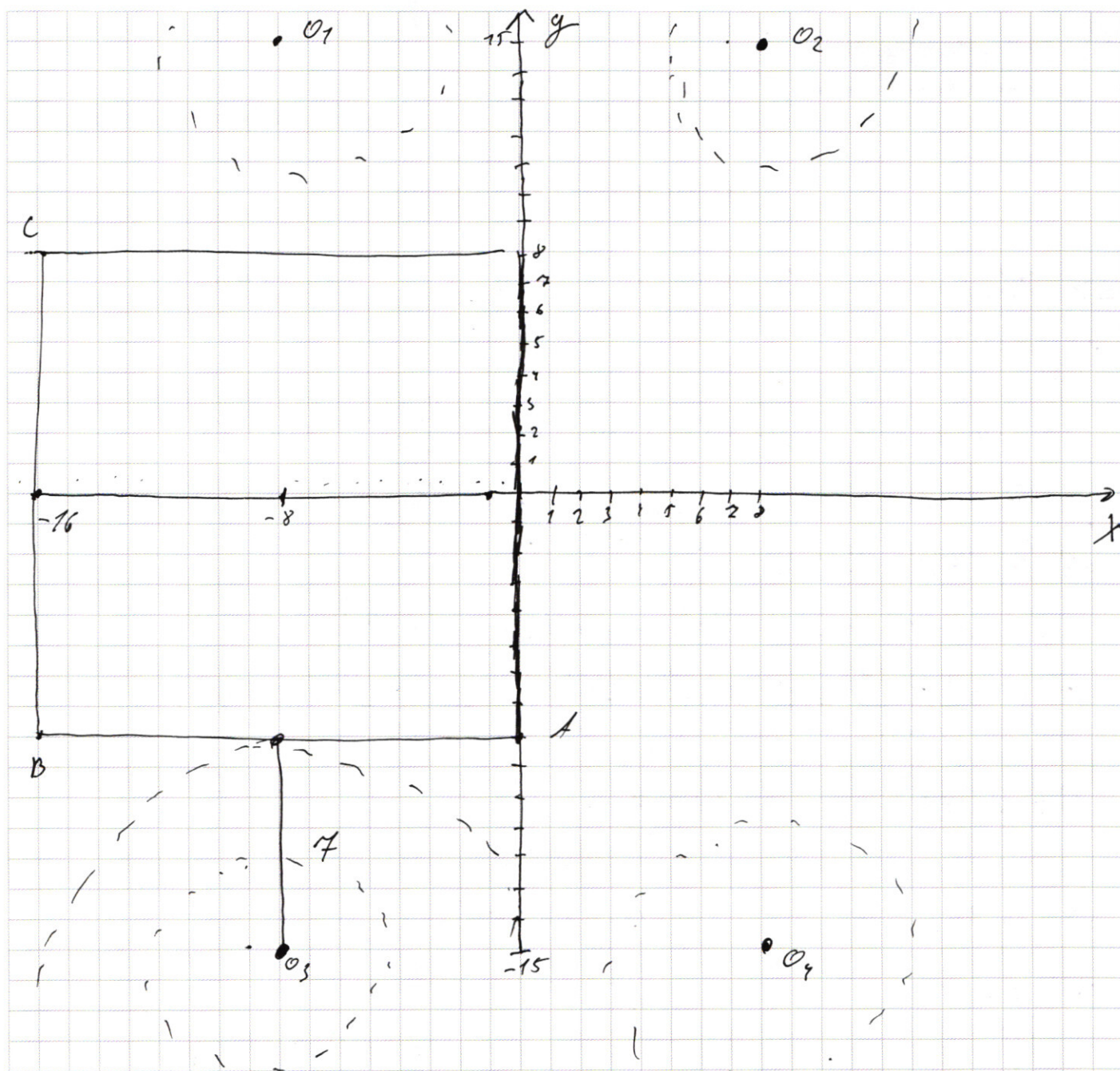
$$(|x|+2)^2 + (|y|+2)^2 = 16$$

Первое уравнение -

квадрат с центром $(-2; 0)$ и стороной 16

Второе - четыре окружности радиуса $\sqrt{2}$

с центрами в $(-2, -15), (2, 15), (-2, 15), (2, -15)$



Два решения будут когда O_1 и O_3 касаются окружности, тогда $R + \sqrt{a} = |15 - 8| = 7 \Rightarrow a = 49$,

O_4 и O_2 до квадрата, не достают до квадрата
п.к. $O_4 A = \sqrt{7^2 + 8^2} = \sqrt{150} \gg 7$

Так же, два решения будут при касании O_4 и O_2 в B для O_2 и C для O_4 , $\Rightarrow R = \sqrt{O_2 B}^2 = \sqrt{(6+8)^2 + (6+8)^2}$

$= 24\sqrt{2} = \sqrt{a}$, $\Rightarrow a = 1052$
при таком радиусе O_3 и O_1 $a = 49$
будут больше квадрата и он будет внутри $a = 1052$

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.



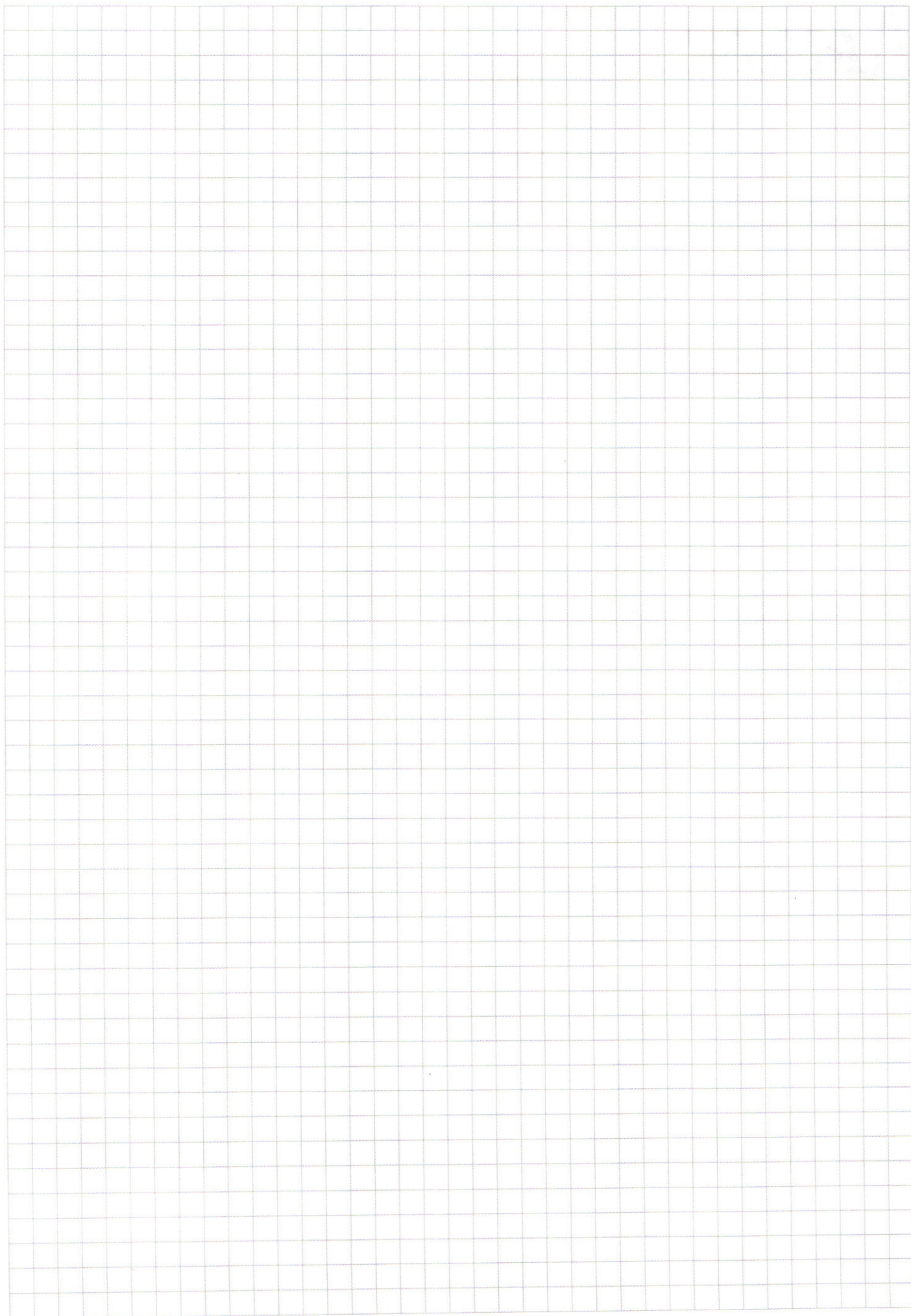
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y + 0.5x + 1 \geq 0$$

$$0 \geq -x - 0.5y$$

$$0 \geq x + 0.5y - 1$$

$$y > x + 0.5$$

$$y > -x - 0.5$$

$$x - y + 1 \geq 0$$

$$y + x + 0.5 \geq 0$$

$$0 \geq x + 0.5y - 1$$

$$y < x + 0.5$$

$$y > -x - 0.5$$

$$y + x + 0.5 \geq 0$$

$$x - y + 1 \geq 0$$

$$y > x + 0.5$$

$$y < -x - 0.5$$

$$y < x + 0.5$$

$$y < -x - 0.5$$

$$x + 0.5y < 0$$

$$x - y + 1 > 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $\overline{abcde fgr}$. $\overline{2205}$ $\overline{2205}$ $\overline{2401}$

$\overline{64827} \overline{9}$ $\overline{64827} \overline{205}$ $\overline{41}$ $\overline{92}$ $\overline{21}$ $\overline{22}$ $\overline{44012}$ $\overline{2}$

022 41 92 21 22 44012 2

$64827 = 3^3 \cdot 4^2$ 41 92 21 22 44012 2

$= 3^3 \cdot 4^4$ 41 92 21 22 44012 2

$3 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1$ 41 92 21 22 44012 2

$3 \ 3 \ 7 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1$ 41 92 21 22 44012 2

$\frac{8!}{2!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 = 840$ 41 92 21 22 44012 2

$840 + 70 = 910$ 41 92 21 22 44012 2

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad x = \frac{1}{2}$ 41 92 21 22 44012 2

$\cos \frac{x+y}{2} + \sin \frac{x+y}{2} =$ $\cos \frac{x}{2}$ $\sin \frac{x}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cos^2 - 1$

$\cos 60^\circ + \cos 30^\circ = 2 \sin \frac{60^\circ + 30^\circ}{2}$ $\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1$ $\frac{\sin x}{2 \cos \frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4} = \cos^2$

$\cos \frac{60^\circ + 30^\circ}{2}$ $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\cos x + 1}{2}$ $\cos = \frac{\sqrt{3} + 2}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ $2 \sin 15^\circ \cos 45^\circ = \sqrt{2} \sin 15^\circ$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cos^2 2 - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

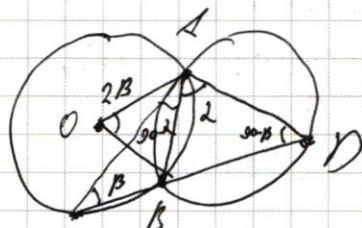
$\frac{\sqrt{2} \sqrt{3} + 2}{2} = \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{2} = 2\sqrt{3} + 4$ $\frac{\sqrt{3} + 2}{4} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$ $\frac{3}{2} = 2 \cos^2 2$

$\cos 60^\circ + \cos 30^\circ = 2 \cos 15^\circ \cos 45^\circ$ $\frac{\sqrt{3} + 2}{4} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$ $\frac{3}{2} = 2 \cos^2 2$

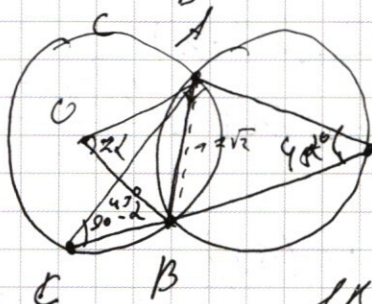
$= 2 \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ $\frac{\sqrt{3} + 2}{4} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$ $\frac{3}{2} = 2 \cos^2 2$

$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ $\frac{\sqrt{3} + 2}{4} = \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$ $\frac{3}{2} = 2 \cos^2 2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$2OB^2 - 2OB^2 \cos 2\beta = AB^2$$



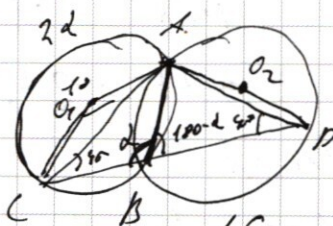
$$2R = \frac{AB}{\sin 90^\circ} = \frac{AB}{\cos d}$$

$$2R = \frac{AB}{\sin d}$$

$$\frac{AB}{\cos d} = \frac{AB}{\sin d} \quad \frac{1}{\cos d} = \frac{1}{\sin d}$$

$$\Rightarrow \cos d = \sin d \Rightarrow d = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AB^2 = 2OB^2 - 2OB^2 \cos 90^\circ \Rightarrow AB = 12\sqrt{2} \quad \angle CBA = d$$



$$\angle CO_1A = 180^\circ - d$$

$$\Rightarrow \angle CB'A = 180^\circ - d$$

$$\angle AO_2D = d$$

$$\Rightarrow \angle COA = 180^\circ - 2d$$

$$AC = AD \quad \angle CO_1A = 180^\circ - 2d \quad AO_2D = 2d$$

$$\Rightarrow AC^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos(180^\circ - d) = 2R^2 + 2R^2 \cos d$$

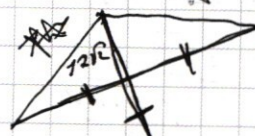
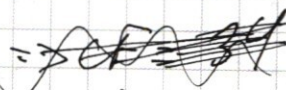
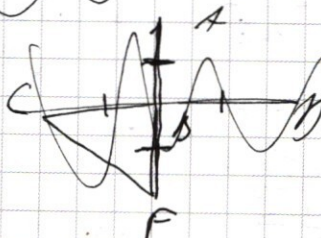
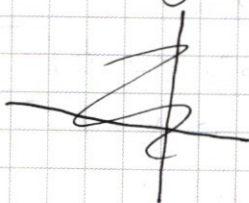
$$AD^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos d$$

$$2R^2 - 2R^2 \cos d = 2R^2 + 2R^2 \cos d$$

$$\cos d = -\cos d \Rightarrow \cos \angle AO_2D = 0 \Rightarrow \angle AO_2D = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CA_1A = 90^\circ \Rightarrow AB \perp CD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle C_1A_1$$



$$y = -x - 4$$

$$y = -54$$



$$y < 0$$

$$x > 0$$

$$x^{2/\ln(x+4)} = x^{2/\ln(x(-x-4)^2)} \cdot \ln(x+4)^{\ln(x+4)}$$

$$x^{2/\ln(x+4)} = 2/\ln(x(x+4)^2) + \ln(x+4)$$

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)}$$

$$= x^{2/\ln(xg^2)}$$

$$+ \log_x x+4 \cdot \ln(x+4)$$

$$x^{2/\ln(x+4)} = 2/\ln x + \ln(x+4)$$

$$+ \frac{\ln x+4}{\ln x} \cdot \ln(x+4)$$

$$x^{2/\ln(x+4)} = 2/\ln x + \ln(x+4)$$

$$x^{2/\ln(x)} \cdot \ln(-y) = 2/\ln(xg^2) \cdot \ln x + \ln g \ln(-g)$$

$$= 2g = 0$$

$$x^{2/\ln(x+4)} = 2/\ln x + \frac{\ln^2(x+4)}{\ln x}$$

$$y = -3x$$

$$x^{2/\ln 3x}$$

$$= x^{2/\ln(2x^3)}$$

$$\cdot \ln(3x)$$

$$3/\ln(x+4) \ln x = 2/\ln x$$

$$x^{2/\ln 3x} = x^{2/\ln(2x^3)}$$

$$\cdot 3 \ln(3x) \cdot x^{1/\ln(3x)}$$

$$\ln^2(x+4)$$

$$x^{2/\ln 3x} = x^{2/\ln 2x^3 + \ln(3x)}$$

$$+ \log_x 3 \ln 3x \cdot \frac{3/\ln(x+4)}{\ln x} = 2 \left(\frac{\ln(x+4)}{\ln x} \right)^2$$

$$x^{2/\ln 3x} = 2/\ln 2x^3 + \ln 3x + \log_x 3 \ln 3x \quad 3/\log_x + 1 = 2 + \log_x^2 x+4$$

$$x^{2/\ln 3x} = 2/\ln 3x + 2/\ln 3x^2 + \ln 3x + \log_x 3 \ln 3x$$

$$x^{2/\ln x} + x^{2/\ln 3} = 2/\ln 3 + 2/\ln x + 4/\ln x + 2/\ln 3 + \ln 3 + \ln x$$

$$+ \log_x 3 (\ln 3 + \ln x)$$

$$\log_x + 1 = 2$$

$$x^{2/\ln 3} = 2/\ln 3 + 2/\ln 3 + \log_x 3 \ln 3 + \ln x \log_x 3 \quad t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$3/\ln 3 = \log_x 3 \ln 3 + \ln x \log_x 3$$

$$t = 1$$

$$t = 2$$

$$\log_x 3 = \frac{\ln 3}{\ln x}$$

$$3/\ln 3 = \frac{\ln^2 3}{\ln x} + \ln 3$$

$$\log_x x+4 = 2$$

$$x^2 = x+4$$

$$3 = \frac{\ln 3}{\ln x} + 1$$

$$2 = \frac{\ln 3}{\ln x} \Rightarrow \ln x^2 = \ln 3$$

$$x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

$$x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$\rightarrow y = 3\sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3}$$

$$x^2 - x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = x+4 \Rightarrow 0$$

$$x^2 - x - 4$$

$$\log_x x+4 = 1$$

$$x > 0 \Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}, y = -\frac{x - \sqrt{17}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x \neq 0 \quad \text{tg } 2x = -1 \Rightarrow 2x = \frac{3\pi}{4} + \pi n$

$\cos\left(\frac{2\theta x + \pi}{\theta}\right) = 0 \Rightarrow \frac{2\theta x + \pi}{\theta} = \frac{\pi}{2} + \pi n \quad n, k, m \in \mathbb{Z}$

$\cos\left(\frac{12x - \pi}{\theta}\right) = 0 \Rightarrow \frac{12x - \pi}{\theta} = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad \text{или} \quad \frac{3\pi}{2\theta} + \frac{2\pi}{\theta}n = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}L$

$\boxed{x = \frac{5\pi}{8} + \frac{\pi}{2}m}$

$2\theta x + \pi = 4\pi + 8\pi n$

$2\theta x = 3\pi + 8\pi n$

$\boxed{x = \frac{5\pi}{2\theta} + \frac{4\pi n}{\theta} = \frac{5\pi}{2\theta} + \frac{2\pi n}{\theta}}$

$\frac{12x - \pi}{\theta} = \frac{\pi}{2} + \pi k \quad 12x - \pi = 4\pi + 8\pi k$

$12x = 5\pi + 8\pi k$

$\boxed{x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}k}$

$\frac{2\pi}{\theta} + \frac{2\pi}{\theta}L = \frac{\pi}{2}$

$1 = 3L - 4K$

$\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}k = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}L$

$\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{2}L - \frac{2\pi}{3}k$

$\frac{1}{6} = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}k\right)L$

$\begin{cases} \left(\frac{-x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$

$y^2 + y(2x + 4) - (5x^2 - 12x) = 0 \quad D = 4x^2 + 16 + 16x$

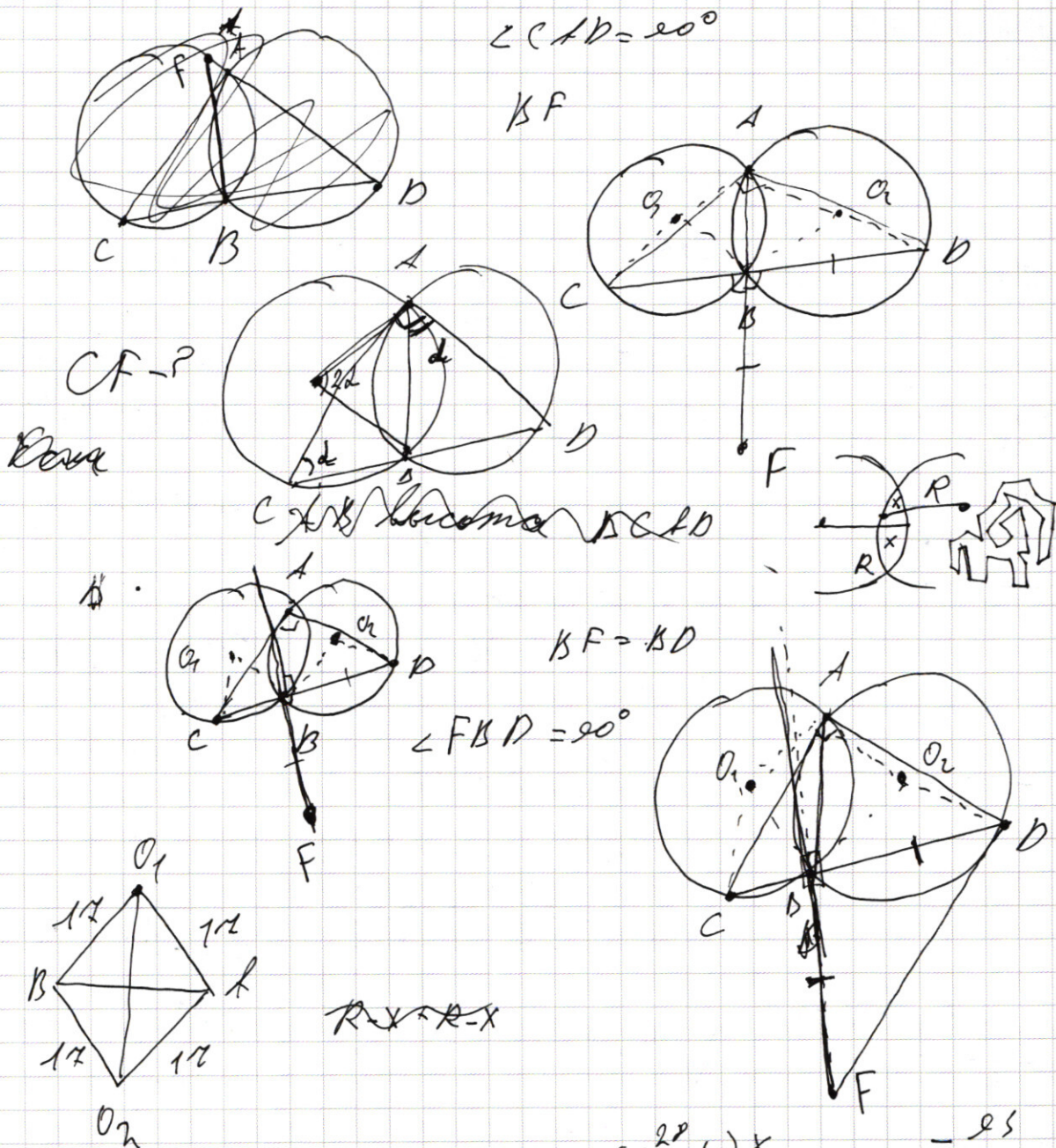
$\Rightarrow y_1 = 2x \quad y_2 = -4x + 4$

$16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1)$

$= 16(x - 1)^2$

$y = \frac{-2x - 4 + 4(x - 1)}{2} = -x - 2 + 2x - 2$

$\boxed{y = x - 4}$



$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

$$y \leq 25 + 3(3^{2x} - 1)x$$

$$y \leq 25 + (3^{2x} - 3)x$$

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

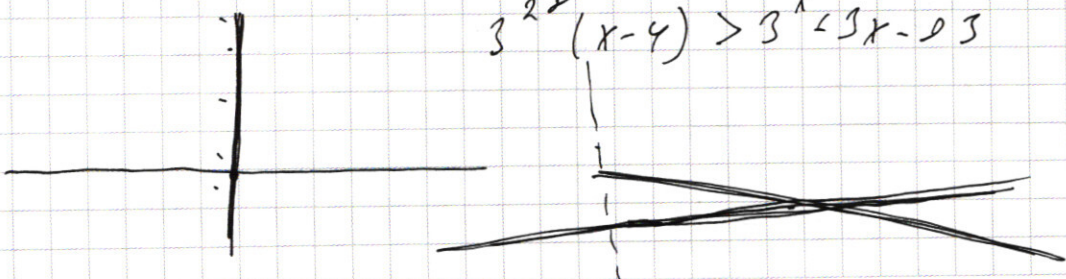
$$0 = 25 + (3^{2x} - 3)x \Rightarrow x = \frac{-25}{3^{2x} - 3}$$

$$y = 25 + (3^{2x} - 3)x \quad x = \frac{25}{5 - 3^{2x}}$$

$$25 + (3^{2x} - 3)x > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

$$25 + 3^{2x}x - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

$$3^{2x}(x - 4) > 3^x - 3x - 25$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 2x + \cos 8x = 2 \cos 5x \cos 3x \quad (\sqrt{3}-1)^2 = 2\sqrt{3} + 4$$

$$\sin 4x = 5 \quad \sin 80^\circ - \sin 50^\circ = -2 \sin \frac{x+4}{2} \cos \frac{x+4}{2}$$

$$= +2 \sin 15^\circ \cos 45^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}}$$

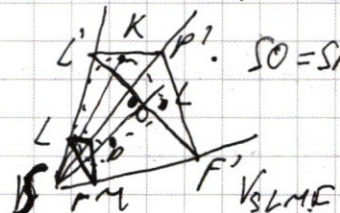
$$= \frac{\sqrt{8-4+2\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$$

$P, P' \in SP'$

$PP' = 2R$

$SO = SP' - R$



$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$\Rightarrow 2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) \left(\cos 5x + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) \right) = 0$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\left(\cos 5x + \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 2 \cos \left(\frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \right)$$

$$\cos \left(\frac{12x + \pi}{2} \right) \cos \left(\frac{7x + \pi}{2} \right) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$g = -x - 4$$

$$\left(\frac{-x}{y}\right)^{2 \ln(-y)} = x^{2 \ln(xg^2)}$$

$$(x-4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

$$\therefore x - y + 8 > 0$$

$$y < x + 8$$

$$y < -x - 8$$

$$x < 4$$

$$-x^{2 \ln(-y)} = x^{2 \ln(xg^2)} \cdot g^{2 \ln(-y)}$$

$$-x^{2 \ln(4-x)} = x^{2 \ln(x^2 + 8x + 16)} \cdot (x-4)^{2 \ln(4-x)}$$

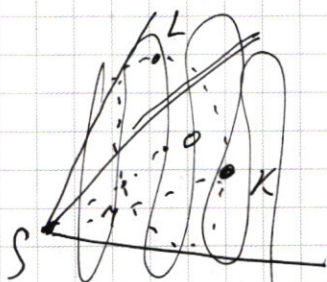
$$-x^{2 \ln(4-x)} = x^{2 \ln x} \cdot x^{2 \ln(x^2 + 8x + 16)} \cdot (x-4)^{2 \ln(4-x)} \cdot (-x-8)^2 + (-y-15)^2 = a$$

$$\ln -x^{2 \ln(4-x)} = \ln \left(x^{2 \ln x} \cdot x^{2 \ln(x^2 + 8x + 16)} \cdot (x-4)^{2 \ln(4-x)} \right)$$

$$= 2 \ln(4-x) \ln -x = \ln x^{2 \ln x} + \ln x^{2 \ln(x^2 + 8x + 16)} + \ln(x-4)^{2 \ln(4-x)}$$

$$2 \ln(4-x) \ln(-x) = 2 \ln x \ln x + 2 \ln(x^2 + 8x + 16) \ln x + \ln(x-4) (2 \ln(4-x))$$

$$2 \ln(4-x) \ln(-x) = 2 \ln^2 x + 4 \ln(x-4) \ln x + \ln(x-4) \ln(4-x)$$



$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ ((|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a) \end{cases} \quad \begin{aligned} x+y+8+x-y+8 &= 16 \\ 2x+16 &= 16 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$y > x + 8$$

$$y < x + 8$$

$$x+y+8+x-y-8=16$$

$$2y=16 \quad y=8$$

$$y > -x - 8$$

$$x+y+8-x-y-8=16$$

$$-x-y-8+x-y+8=16$$

$$-2y=16 \quad y=-8$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$x+y+8=0$$

$$x-y+8=0$$

$$y = x + 8$$

$$y = -x - 8$$