

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

- ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

- ✓ 3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, & \text{есть?} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

- ✓ 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Задача: 64824 на простые множители:

$$64824 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$$

Поскольку возможны 2 случая:

1) Цифры искомого числа: 9, 3, 4, 4, 4, 4, 1, 1

Кол-во перестановок: $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 = 480$

2) Цифры искомого числа: 3, 3, 4, 4, 4, 4, 3, 1

Кол-во перестановок: $\frac{8!}{3! \cdot 4!} = 5 \cdot 4 \cdot 8 = 160$

Получается всего $5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 8 = 40 \cdot 4(1+3) = 160 \cdot 4 = 640$ чисел

Ответ: 640

№ 2.

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ 2 \cos 5x + 2 \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \end{cases}$$

$$2 \cos 5x + 2 \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\left[\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \right.$$

$$\left[\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \right.$$

$$\left[2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\left[\cos\left(\frac{4x + \pi}{2}\right) \cos\left(\frac{3x - \pi}{2}\right) = 0 \right.$$

$$\left[2x = \frac{3\pi}{4} + \pi k \right.$$

$$\left[\frac{4x + \pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \right.$$

$$\left[\frac{3x - \pi}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \right.$$

$$\left[x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \right.$$

$$\left[4x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \right.$$

$$\left[3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \right.$$

$$\left[x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2} \right.$$

$$\left[x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{4} \right.$$

$$\left[x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \right.$$

Ответ: $\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z};$

$$\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z};$$

$$\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

N3.

$$\left\{ \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \right.$$

$$\left\{ y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (1) \right.$$

ДЗ: $x > 0, y <$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(1): (x+y-2x)(x+y+2x)+4(y+3x)=0$$

$$(y-x)(y+3x)+4(y+3x)=0$$

$$(3x+y)(y-x+y)=0$$

$$\begin{cases} x+3x=-y \\ y=x-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{-x^4}{y}\right) \ln(-y) = x^2 \ln(x y^2) \\ \begin{cases} 3x=-y \\ y=x-y \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{3x}\right) \ln 3x = x^2 \ln x^3 \quad (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{(x-y)}\right) \ln(x-y) = x^2 \ln(x(y-x)^2) \quad (3) \end{cases}$$

$$(2): \left(\frac{x^6}{3}\right) \ln 3x = x^4 \ln 3x \cdot x^2 \ln x$$

$$x^6 \ln 3x = x^4 \ln 3x \cdot x^2 \ln x \cdot 3 \ln 3x$$

$$x^2 (\ln 3x - \ln x) = 3 \ln 3x$$

$$x^2 \ln 3 = 3 \ln 3x$$

$$3^2 \ln x = 3 \ln 3x$$

$$\ln x^2 = \ln 3x$$

$$x^2 = 3x$$

$$x(x-3)=0$$

$$\begin{cases} x=0 & - \text{ не уреша. ОДЗ.} \\ x=3 \end{cases}$$

$$\text{Пусть } x=3 \quad y = -3x = -9.$$

$$(3) \quad \left(\frac{x^4}{4-x}\right) \ln(4-x) = x^2 \ln(x(4-x)^2)$$

$$x^4 \ln(4-x) = x^2 \ln x \cdot x^4 \ln(4-x) \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^3 \ln(4-x) = x^2 \ln x \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x \ln \frac{(4-x)^3}{x^2} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$\ln \left(x \ln \frac{(4-x)^3}{x^2} \right) = \ln \left((4-x)^{\ln(4-x)} \right)$$

$$\ln \frac{(4-x)^3}{x^2} \cdot \ln x = \ln^2(4-x)$$

$$\text{Заменим } \ln(4-x)=a, \ln x=b.$$

Получа:

$$(3a - 2b) \cdot b = a^2$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$\begin{cases} a = 2b \\ a = b. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(4-x) = 2 \ln x \\ \ln(4-x) = \ln x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4-x = x^2 \\ 4-x = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4-x = x^2 \\ 4-x = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4-x = x^2 \\ 4-x = x \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x^2 + x - 4 = 0 \\ x^2 - \sqrt{2}x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} \text{ — не удовл. ОДЗ.} \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow y = x - 4 = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2} \\ x = 2 \Rightarrow y = x - 4 = -2 \end{cases}$$

Ответ: $(3; -9)$, $(2; -2)$, $\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{-9 + \sqrt{17}}{2}\right)$.

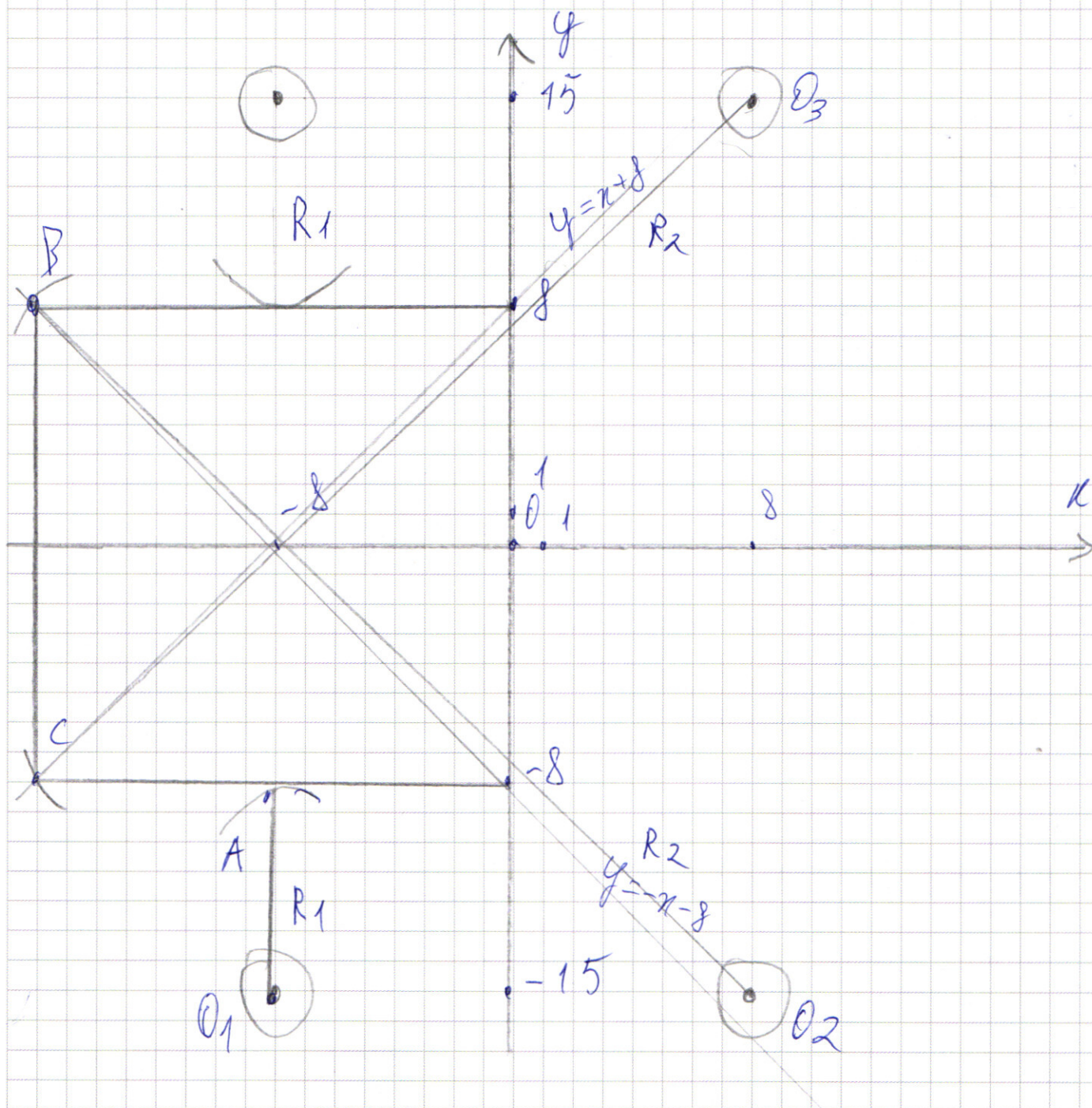
№ 5.

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16 \quad (1) \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

(1): $|x + y + 8| + |x - y + 8| = 16$ — график: квадрат со стороной 16 и центром в т. $(-8; 0)$, диагонали которого лежат на прямых $y = -x - 8$ и $y = x + 8$.

(2): $(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 0$ — график: ~~окр-ть~~ $\rightarrow$ четыре точки симметричные в $(8; 15)$, $(8; -15)$,

$(-9; 15), (-8; -15)$ и $R = \sqrt{a^2}$. Если $a \leq 0$, то решение нет.



1. При $R_1 = O_1A = 4$ 2 окр-ти касаются ~~с~~ 2-х сторон квадрата внешним образом, другие 2 окр-ти не касаются квадрата $\Rightarrow$ при $a = 49$ 2 решения
2. При $R: 4 < R < O_2B$ решений больше 2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найти $O_2 B$, при котором 2 из 4 окружностей касаются м.В и м.С (O_2 касается м.В, O_3 - м.С)

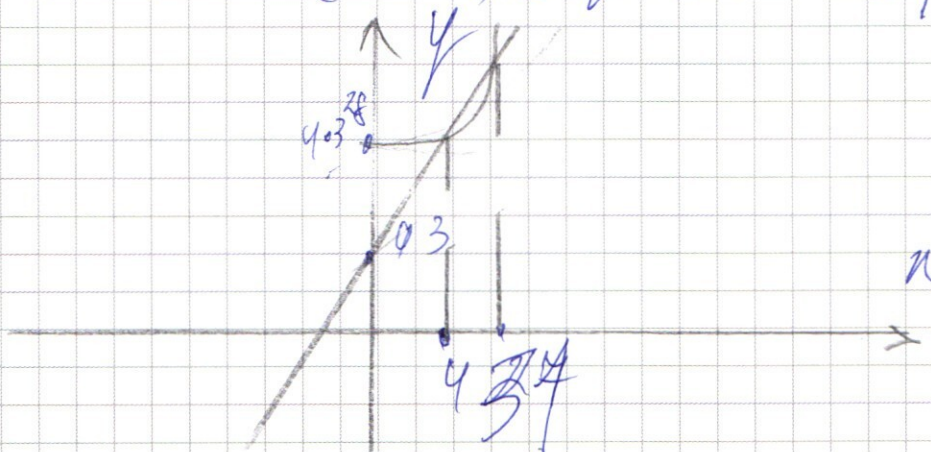
$$O_2 B = \sqrt{113 + 16\sqrt{2}} \Rightarrow \text{прямая} = 113 + 16\sqrt{2} \text{ 2 реш.}$$

Ответ: 4; $113 + 16\sqrt{2}$

№ 7.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^8 & - \text{график показательной функции} \\ y \leq 93 + 3(3^{24} - 1)x & - \text{график прямой} \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^8 = 93 + 3(3^{24} - 1)x \text{ при } x = 4 \text{ и } x = 34$$



Следователно, ако пър-ва верна цила ~~= 5 е 5~~ и е 5, 301

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(-\frac{x^4}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \quad (1) \end{aligned} \right. \quad \begin{array}{l} \text{ОДЗ: } x > 0 \\ y < 0. \end{array}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (2)$$

$$(1): \left(-\frac{x^4}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\begin{aligned} x^{2\ln(xy^2)} &= x^{\ln(xy^2)^2} = x^{\ln x^2 \cdot y^4} = \\ &= x^{\ln x^2 + \ln y^4} = \end{aligned}$$

$$x^{4\ln(-y)} = (xy)^{\ln(-y)} \cdot (x^{\ln x^2 + \ln y^4})$$

$$(2): y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(x+y)^2 - 4(x^2 - y) + 12x = 0.$$

N3.

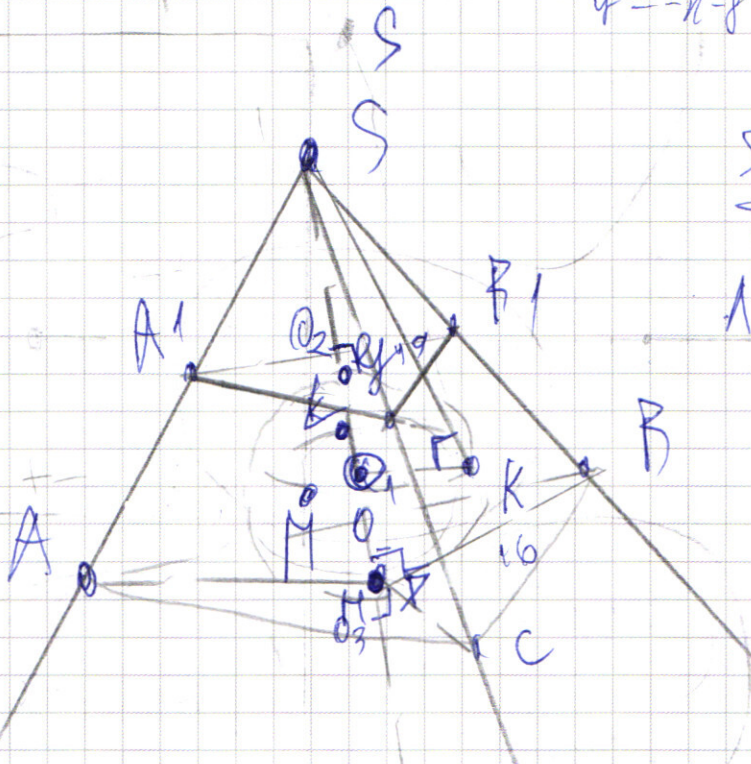
$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16 \quad \rightarrow \quad x+y+8 = x-y+8 = 16$$

$$(1x1-1)^2 + (1y1-15)^2 = a.$$

$$x = 0.$$

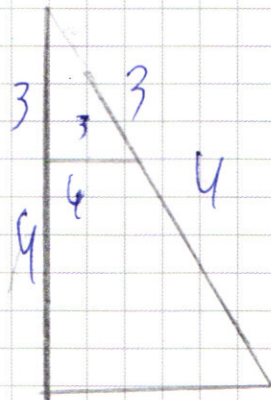
$$y = x + 8$$

$$y = -x - 8$$



$$\frac{S_{A|BC}}{S_{ABC}} = \frac{9}{6} = 1.5$$

$$\frac{0_2 R_1}{0_3 B_1} = \frac{3}{4}$$



Ny.

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

$a > 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

13.

$$\begin{cases} 3x = -y & (1) \\ y = x - y & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $x > 0, y < 0$.

$$(1): \left(-\frac{x^4}{y}\right) \ln(-y) = x^{2 \ln(xy^2)}$$

$$1 = 3^{2 \ln 3}$$

$$1 = 3^{\ln 9}$$

$$\ln 9 = 0.$$

$$\left(\frac{x^4}{3x}\right) \ln 3x = x^{2 \ln 9x^3}$$

$$\left(\frac{x^3}{3}\right) \ln 3x = x^{2(\ln 9x^3 + \ln x)} = x^{4 \ln 3x + 2 \ln x}$$

$$x^{6 \ln 3x} = x^{4 \ln 3x + 2 \ln x} \cdot x^{2 \ln 3x}$$

$$x^{6 \ln 3x - 4 \ln 3x - 2 \ln x} = x^{2 \ln 3x}$$

$$x^{2(\ln 3x - \ln x)} = x^{2 \ln 3x}$$

$$x^{2 \ln 3} = x^{2 \ln x}$$

$$3^{2 \ln x} = x^{2 \ln 3}$$

$$2 \ln x = \ln 3x$$

$$\ln x^2 = \ln 3x$$

$$x^2 = 3x$$

$$x(x-3)=0$$

$x=0$ - не подходит
 $x=3$ - $y=-y$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right) \ln 3x = x^{2(\ln 9x^3 + \ln x)}$$

$$x^{6 \ln 3x} = x^{4 \ln 3x + 2 \ln x} \cdot x^{2 \ln 3x}$$

$$x^{4 \ln 3x} \left(x^{2 \ln 3x} - x^{2 \ln x \ln 3x} \right) = 0$$

$$x^{4 \ln 3x} = 0 \text{ - не подходит}$$

$$x^{2 \ln 3x} - x^{2 \ln x \ln 3x} = 0$$

$$3; -1 - x^{\ln 9} \cdot x^{\ln x^2} \cdot x^{\ln x^2} \cdot x^{\ln 3x} = 0$$

$$x \ln 9 - 3 \ln 3x = 0.$$

$$x \ln 9 = 3 \ln 3x.$$

$$x \ln 9 = (3x) \ln 3 = 3 \ln 3 \cdot x \ln 3$$

$$x \ln 3 (x \ln 3 - 3 \ln 3) = 0.$$

$$x \ln 3 = 3$$

$$\begin{aligned} x &= 3. \\ y &= -4 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{3^5}{x^1} \right) \ln 9 = 2 \ln 3.81$$

$$3^5 \ln 9 = 3^{2 \ln 3.81}$$

$$5 \ln 9 = 2 \ln 3.81$$

$$\ln 3^{10} = \ln 3^{10}$$

$$\ln(4-x) = \ln x$$

$$4-x=x.$$

$$x=2$$

$$y=9x-x-2$$

$$(2; -2)$$

$$\ln(4-x) = 2 \ln x$$

$$4-x=x^2$$

$$x^2 - x + 4 = 0$$

$$D < 0. \text{ — не имеет корней}$$

$$1 + \sqrt{14}$$

$$x = 1 + \sqrt{14}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{14}}{2}$$

$$(2): y = x - 4.$$

$$\left(\frac{x^4}{4-x} \right) \ln(4-x) = x^{2 \ln(x(4-x)^2)} = x^{2 \ln x \cdot 2 \ln(4-x)^2}$$

$$x^4 \ln(4-x) = x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln(4-x)} = x^{2 \ln x + 4 \ln(4-x)}$$

$$x^3 \ln(4-x) = x^{2 \ln x} \cdot (4-x) \ln(4-x)$$

$$3 \ln 9 \frac{4-x^3}{x^2} = (4-x) \ln(4-x).$$

$$\ln \frac{(4-x)^3}{x^2} = \ln x = \ln^2(4-x).$$

$$\begin{aligned} (a-2b) \cdot b &= a^2 \\ a^2 - 3ab + 2b^2 &= 0 \\ D &= 9b^2 - 4b^2 = 5b^2 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$64824 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$$

.....

$$9 - 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1$$

$$3 - 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 108$$

$$1) \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 64824$$

$$= 5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4$$

$$2) \frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8}{1} = 5 \cdot 4 \cdot 8$$

$$5 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 + 5 \cdot 4 \cdot 8$$

$$\begin{array}{r} 64824 \cdot 9 \\ - 63 \\ \hline 18 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4203 \cdot 3 \\ - 6 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

№2.

$$\cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$1) \cos 5x + \cos 2x + \cos(5x - 2x) = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin(5x + 2x) - \sin(5x - 2x) = 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) \right) =$$

$$= \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos 5x + \cos 4x = 0.$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0.$$

$$\left(\cos(2x) - \sin 2x \right) / (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos 2x + \sin 2x = 0 \quad \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ 2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0 \end{array} \right.$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2 \cos 5x + 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

$$\cos 5x = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

$$\alpha + \beta = 5x$$

$$\alpha - \beta = 2x + \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = \frac{4x + \frac{\pi}{4}}{2}$$

$$\beta = 5x - 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

1. ~~ln~~

$$\ln\left(-\frac{x^4}{y}\right) \cdot \ln(-y) = \ln x \cdot \cancel{2 \ln(x^2)^2}$$

$$(\ln x^4 + \ln(-y)) \cdot \ln(-y) = \ln x^2 \cdot \ln x^2 y^2$$

$$\cancel{\ln(-y) \cdot x^4 + \ln y^2} = \cancel{\ln(x^3) + \ln x^2 y^2}$$

$$\ln x^4 \cdot \ln(-y) + \ln y^2 = \cancel{\ln x^3 + \ln x^2 y^2}$$

$$\ln x^2 \ln y + \ln x^2 \ln y^2$$

$$4 \ln x \cdot \ln(-y) - 2 \ln^2 x = \ln x^2 \ln y^2 - \ln y^2$$

$$4 \ln x \ln(-y) - 2 \ln^2 x = 4 \ln x (\ln(-y)) - 2 \ln(-y)$$

$$2 \ln^2 x - 3 \ln x \ln(-y) - 2 \ln(-y) = 0$$

$$2a^2 - 3ab - 2b = 0$$

$$2a^2 = b(3a + 2)$$

$$b = \frac{2a^2}{3a + 2}$$

$$\ln 3x = \frac{2 \ln^2 x}{3 \ln x + 2}$$

$$2 \ln^2 - 3 \ln x \ln 3x - \ln 3x = 0$$

$$2 \ln x (\ln x - \ln 3x) -$$

$$\ln 3 = \frac{2 \ln^2 x - 3 \ln x - 2 \ln x}{3 \ln x + 2} \quad \text{ⓔ}$$

$$(y+x)^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0.$$

$$(x+y)^2$$

$$(x+y-2x)(x+y+2x) + 4(y+x) = 0.$$

$$(y-x)(3x+y) + 4(3x+y) = 0$$

$$(3x+y)(y-x+4) = 0$$

$$\begin{cases} 3x = -y \\ y = x + 4. \end{cases}$$

$$\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}}{3x} \right) \ln 3x = x^2 \ln 2x^2 \cdot 2x^3 \cdot 9x^3$$

$$\left(\frac{x^6}{3} \right) \ln 3x = x^2 \ln 9x^3$$

$$\left(\frac{x^6}{3} \right) \ln 3x = x^2 \ln 81x^6$$

$$\textcircled{E} \quad \frac{-\ln^2 t - 2 \ln t}{3 \ln t + 2} +$$

$$-t^2 - 2t = (3t+2) \cdot \ln 3.$$

$$t^2 + 2t + 3t \ln 3 + 2 \ln 3 = 0.$$

$$t(2+3 \ln 3)$$

$$A = 4 + 6 \ln 3 + 9 \ln^2 3 -$$

$$- 8 \ln^2 3 = 4 + 6 \ln 3 + \ln^2 3.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3^{30} + 4 \cdot 3^{28} \sqrt{93 + 30 \cdot 3^{28} - 30}$$

$$3^{30} \sqrt{n} - 93 + 3n \sqrt{(n-4) \cdot 3^{28}}$$

$n=0$

$$3^{28} \sqrt{24 \cdot 3^{28}}$$

$$3^{40} \sqrt{26 \cdot 3^{28}}$$

$$3^{12} > 86$$

$$3^{30} \sqrt{26 \cdot 26 \cdot 3^{28}}$$

$$93 + 93 + 90 \sqrt{26 \cdot 3^{28}}$$

$$3^{34} \cdot 3^{28} - 93 + 105 \sqrt{26 \cdot 3^{28} \cdot 31 \cdot 3^{28}}$$

$$3^{5 \cdot 3^{28}} - 93 + 99 \sqrt{29 \cdot 3^{28}}$$

$$3^{34} \cdot 3^{28}$$

$$3^{3 \cdot 3^{24}} - 93 + 93 \sqrt{24 \cdot 3^{28}}$$

$$y > 3^{5 \cdot 3^{28}} + 4 \cdot 3^{28}, y \leq 93 + 5 \cdot 3^{28} - 15$$

$$y > 93 + 5 \cdot 3^{28} - 15 - 3^3 - 4 \cdot 3^{28} = 3^{28} + 93 - 15$$

$$3^{28} + 93 - 15 +$$

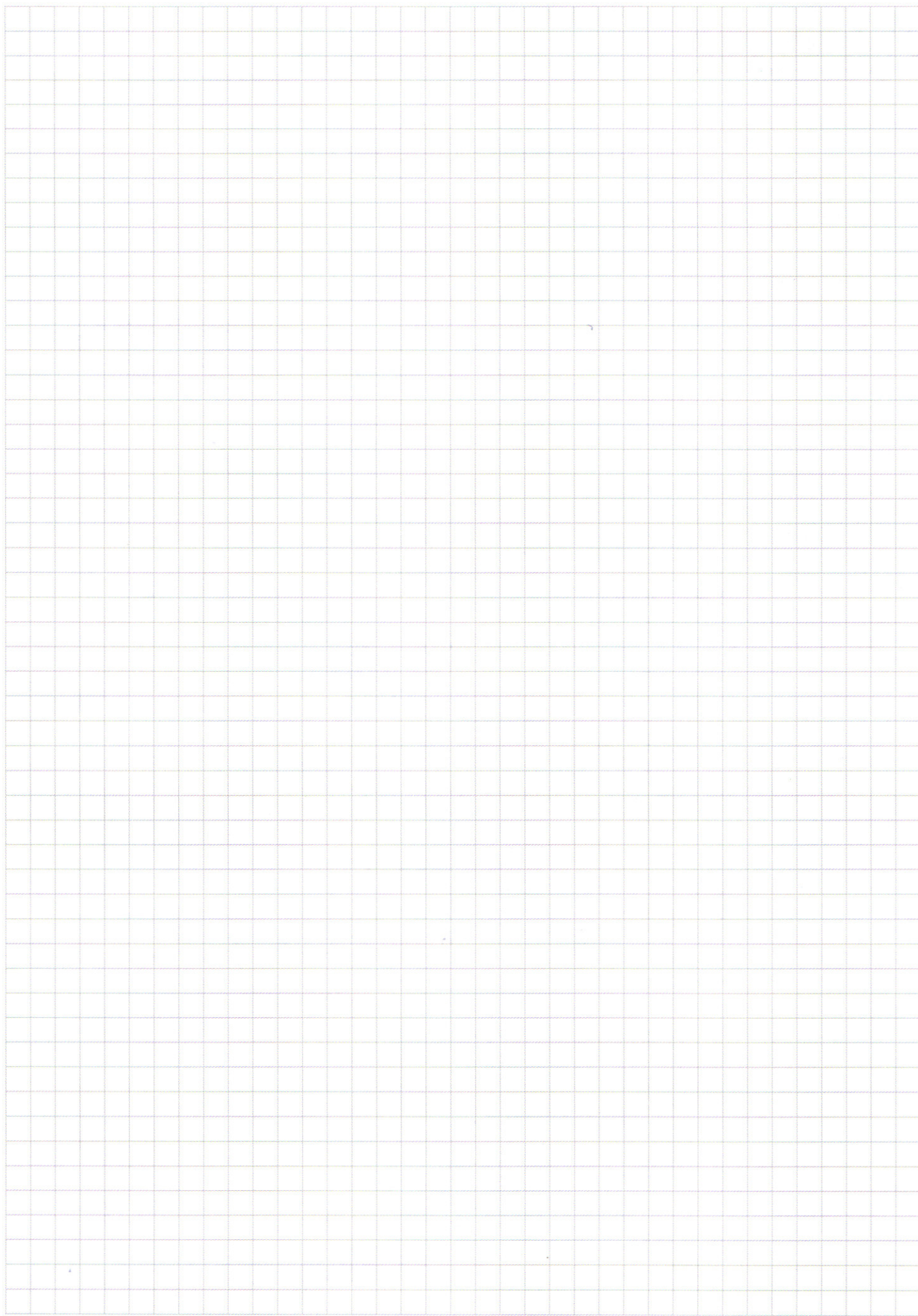
$$-k \cdot 3^{28} (n-4) - 3n$$

$$93 + 3^{28} n - 3n - 3 - 4 \cdot 3^{28} = 3^{28} (n-4) + 93 - 3n - 3 =$$

$$1 + 3^{28} \cdot 2 + 3^{28} \cdot 3 + \dots + 3^{28} = \frac{3^{28} (3^{26} - 1)}{2} = 13 \cdot 24 \cdot 3^{28} + 93 \cdot 26 - 3 \frac{1+26}{2} \cdot 26 - \frac{3^5 (3^{26} - 1)}{2} \cdot 26$$

= ~~применяется~~
 $n=4, k=31$
 $n \in [4; 31]$

5; 30



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

14.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x} \\ y \leq 93 + 3(3^{2x} - 1)x. \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{2x} \leq 93 + 3(3^{2x} - 1)x$$

$$y > 3^x + 3 \cdot 3^{2x} + 3^{2x} = 3^x + 3^{2x} + 3^{2x}$$

$$y \leq 3 \cdot 31 + 3^{2x}x - 3x.$$

$$x > 0.$$

$$3 \cdot 31 + 3^{2x}x - 3x > 3^x + 3^{2x} + 3^{2x}$$

$$9(31 - x) + 3^{2x}x > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}.$$

$$(e^x)' = e^x.$$

$$(3^x)' = (e^{\ln 3 x})' = (e^{x \ln 3})' = e^{x \ln 3} \cdot \ln 3 =$$

$$= 3^x \cdot \ln 3.$$

$$(3^{2x}(x-4) - 3^x - 3^x + 93)' = 3^{2x} - 3^x \ln 3 - 3 = 0.$$

$$3(3^{2x} - 3^{x-1} \ln 3 - 1) = 0.$$

4

$$3(3^{2x} - 1) = 3^x \ln 3$$

$$3x = \frac{3^{2x} - 3}{\ln 3} - \text{решивать.}$$

$$5 \cdot 3^{28} \sqrt{93 + 3(3^{24} - 1)28}$$

$$5 \cdot 3^{28} \sqrt{93 + 28 \cdot 3^{28} - 3 \cdot 28}$$

<

$$3^{100} + 4 \cdot 3^{28} \sqrt{93 + 3^{28}} 100 - 300$$

$$3^{100} - 96 \cdot 3^{28} \sqrt{-11}$$

$$3^{42} \cdot 3^{28} - 96 \cdot 3^0 \rightarrow \dots$$

$$3^{11} + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3(3^{24} - 1)u$$

нум $u = 1 - \text{выно}$

$$3 + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28} - 1$$

$$3 \cdot 3^{28} = 93 - 1$$

$$\frac{BC}{A_1C} = \frac{AC}{CD}$$

$$\frac{BC}{AC + AA_1} = \frac{AC}{CB + BQ}$$

BC

$$AA_1 = BQ$$

$$BC = AC$$

$$\frac{BQ}{CB} \cdot \frac{CA_1}{AA_1} \cdot \frac{AL}{LD} = 1$$

$$\frac{LD}{AL} = \frac{BC + BQ}{BC}$$

$$3^{50} + 4 \cdot 3^{28} \sqrt{93 + 5 \cdot 3^{28} - 15 \cdot 3^{28} - 93 + 3 \cdot 28 \sqrt{3}}$$

$$3^0 - 93 + 15 \sqrt{3^{28}} \cdot 3 + 3 + 3^{28}$$

$$3^{11} + 4 \cdot 3^{28} = 93 + (3^{28} - 3)u$$

$$3^{50} - 93 + 150 \sqrt{3} 50 \cdot 3^{28} \cdot 3^{28} \cdot 3^{28}$$

$$3^{40} - 93 + 120 \sqrt{40 \cdot 3^{28}}$$



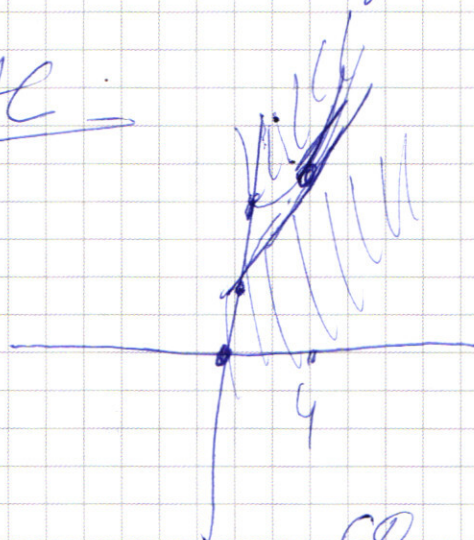
$1 > 0$

$$3^{11} + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 3^{28} \frac{11 - 3u}{1 + 3^{28} - 3} u$$

$$u_{\text{max}} = 1$$

$$3^{11} + 4 \cdot 3^{28} = 93 + 4 \cdot 3^{28} - 12$$

$$81 = 81 - \text{выно}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3^k \cdot 3^{24} (1-4) - 3^{k-1} - k + 31 = 0.$$

$$3^{28} (1-4) - 3^k - 3k + 93 = 0.$$

$$(e^x)' = e^x.$$

$$(a^x)' = a^x.$$

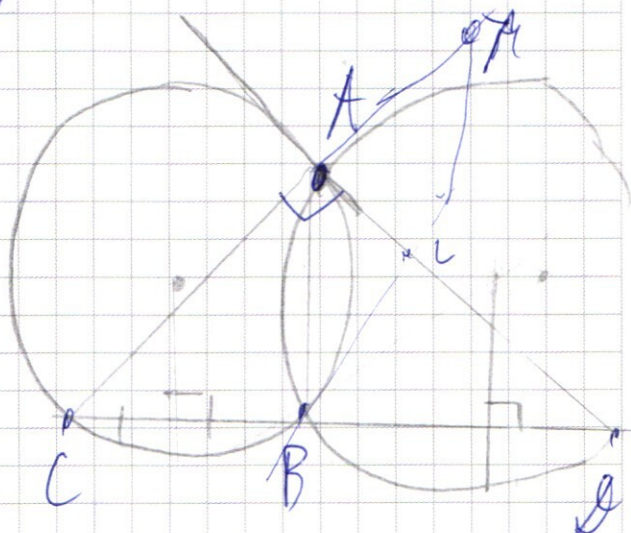
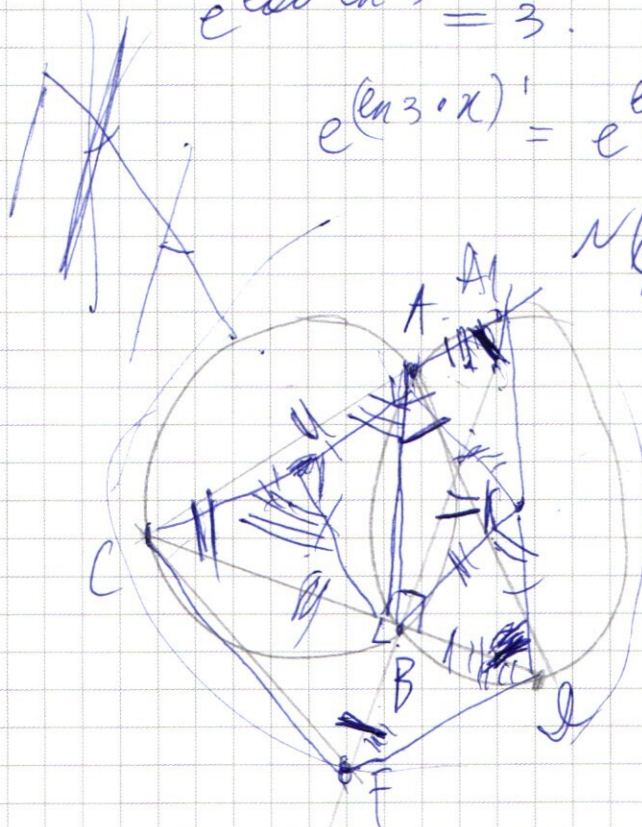
$$3^{\log_3 e} \quad e = 3^{\log_3 e}.$$

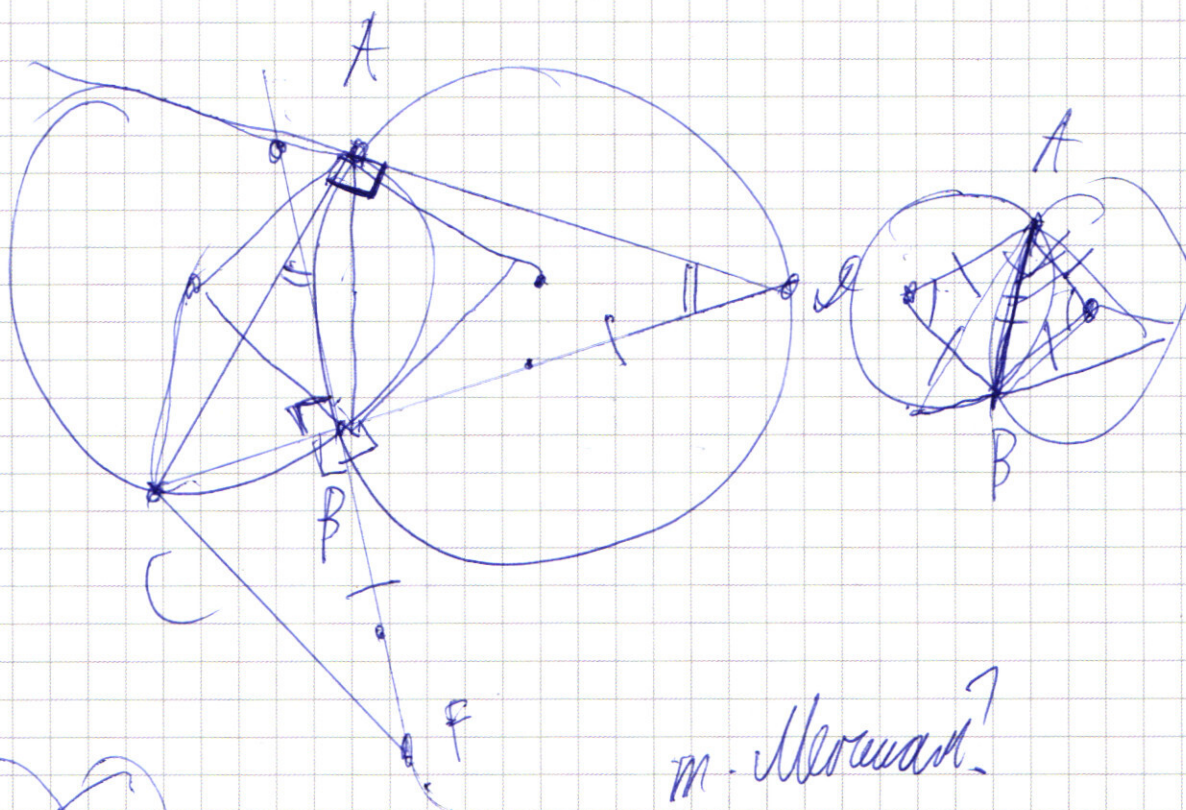
$$3^{k \log_3 e}$$

$$e^{\log_3 e} = 3.$$

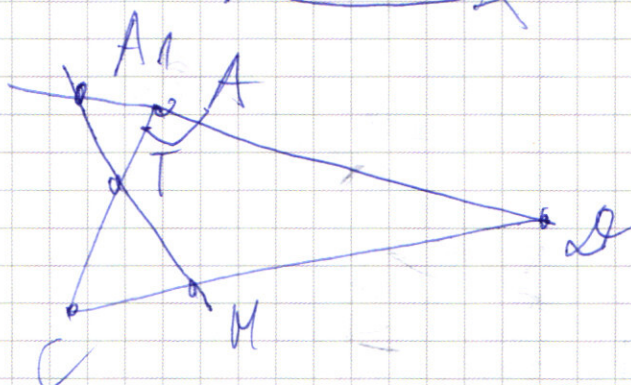
$$3^{k \cdot \ln 3}$$

$$e^{(\ln 3 \cdot x)'} = e^{\ln 3 \cdot x} = 1 = e^{\frac{x \ln 3}{\ln 3}} \cdot \ln 3 = 3 \ln 3 \cdot \frac{x}{\ln 3} = e^x \cdot 3 \cdot \ln 3 = \frac{3e^x}{\ln 3}$$



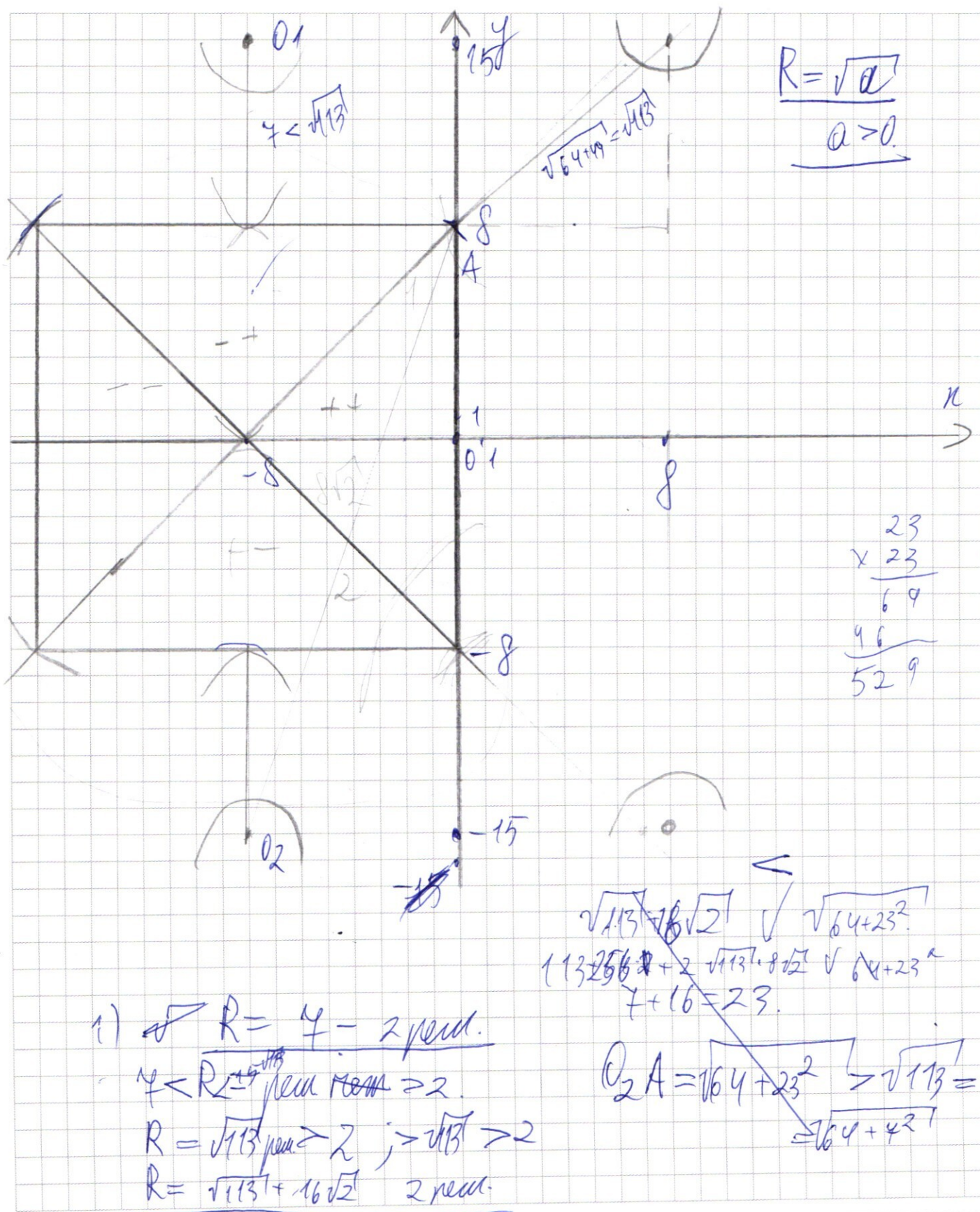


т. Меридиан?



$$\frac{CH}{HJ} \cdot \frac{DA_1}{A_1A} \cdot \frac{AT}{CT} = 1.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$113 + 64 + 16\sqrt{226} \sqrt{529}$$

$$148$$

$$22 + 329 = 351.$$

$$16\sqrt{226} \sqrt{351}$$

$$16^2 \cdot 226 \sqrt{351}^2$$

$$256 \cdot 226 < 351^2.$$

$$\sqrt{113} + 16\sqrt{2} \sqrt{64 + 232}$$

$$113 + 256 \cdot 2 + 2 \cdot \sqrt{113} \cdot 16\sqrt{2} \sqrt{64 + 232}^2$$

$$113 + 512 + 32\sqrt{2} \cdot \sqrt{113} \sqrt{64 + 529}^{529}.$$

~~113~~

>

N4.

$$\begin{cases} y > 3^k + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + k \cdot 3^{28} - 3k. \end{cases}$$

$$3^k + 4 \cdot 3^{28} < 93 + k \cdot 3^{28} - 3k.$$

$$3^{28}(k-4) > 3^k + 3k - 93.$$

$$3^{24}(k-4) > 3^{k-1} + k - 31$$

$$2^4 + 4 - 31 = 0.$$

$$3^{24} > 3^4 + 5 - 31.$$