

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

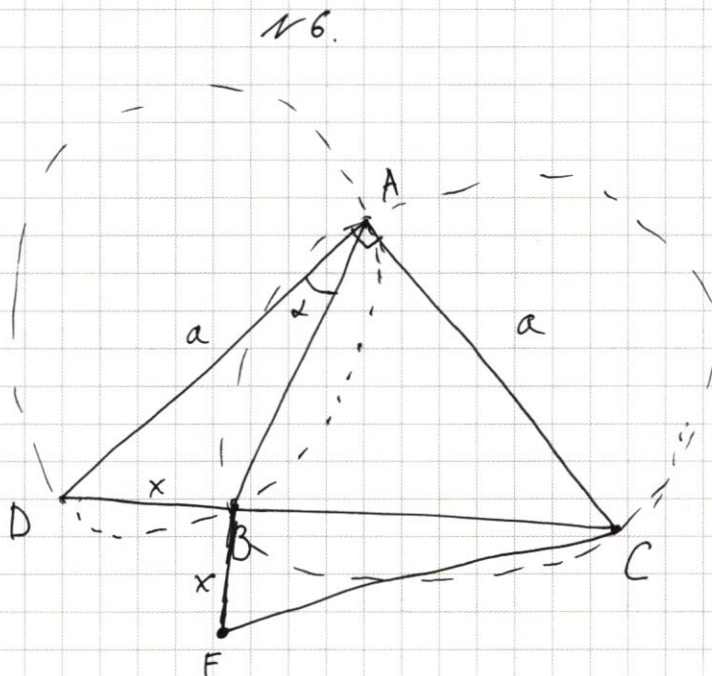
имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~~Пусть~~ Пусть окружности, описанные около ABD и ABC будут ω_2 и ω_1 , соответ. R_1 и R_2 — их радиусы.

Из условия $R_1 = R_2 = R = 17$. (R — радиус ω_1 и ω_2)

а) 1) Пусть $BD = x = BF$; $\angle BAD = \alpha$; ~~Пусть~~

Теор. синусов для $\triangle ABD$

$$BF = BD = x = 2R_1 \cdot \sin \alpha = 2R \cdot \sin \alpha$$

~~$$BC = 2R_2 \cdot \sin \alpha$$~~

$$BC = 2R_2 \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = 2R_2 \cdot \cos \alpha = 2R \cdot \cos \alpha$$

2) По т. Пифагора:

$$CF^2 = BC^2 + BF^2 = (2R)^2 \cdot \cos^2 \alpha + (2R)^2 \cdot \sin^2 \alpha = 4R^2$$

$$CF = 2R = 34$$

б).

1) т.к. $R_1 = R_2$ AB -общая хорда, то из т. Синусов следует, что $\angle APB = \angle ACB$. Действительно,

$$AB = 2R_1 \cdot \sin \angle APB$$

$$AB = 2R_2 \cdot \sin \angle ACB$$

$\angle ACB$ и $\angle APB$ — острые.

⇓

$\angle APB = \angle ACB$, т.к. $\angle CAP = 90^\circ$, то $\angle APB = \angle ACB = 45^\circ$.

2) Пусть $AD = AC = a$. Тогда $DC = a\sqrt{2}$. Тогда $CB = \sqrt{2}a - x$.

$$\begin{cases} BC = 2R \cdot \cos \alpha & (\text{пункт а}) \\ BC = 16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cos \alpha = \frac{R}{17} = \frac{8}{17}$$

⇓

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{17^2 - 8^2}}{17} = \frac{\sqrt{9 \cdot 25}}{17} = \frac{15}{17}$$

(т.к. $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$)

$$x = 2R \cdot \sin \alpha = 2 \cdot 17 \cdot \frac{15}{17} = 30$$

$$CD = BC + BD = BC + x = 16 + 30 = 46 \Rightarrow a = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{46}{\sqrt{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \text{ Пусть } \angle FCB = \beta. \quad \sin \beta = \frac{BF}{FC} = \frac{x}{FC} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$$

$$\text{т.к. } \beta \in (0; \frac{\pi}{2}) \text{ и } x \in (0; \frac{\pi}{2})$$

и

$$x = \beta$$

$$\cos \beta = \cos x = \frac{8}{17}$$

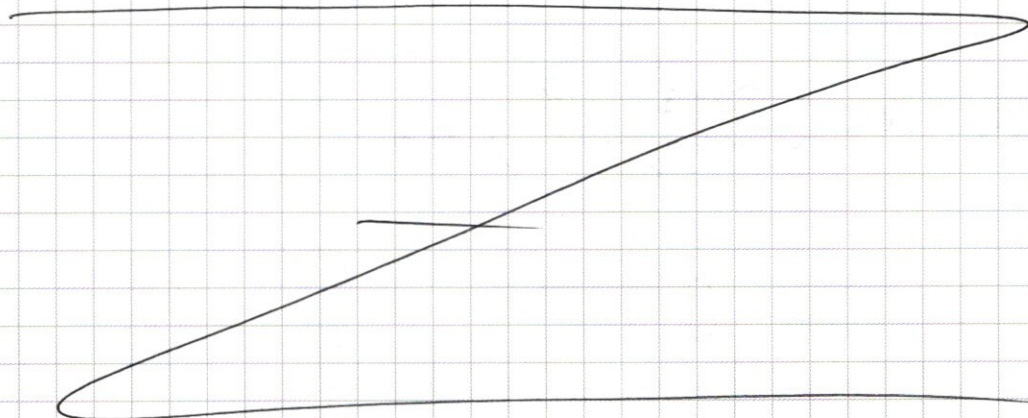
$$4) S_{AFC} = \frac{AC \cdot FC \cdot \sin \angle ACF}{2} = \frac{a \cdot \sin(45^\circ + \beta) \cdot 34}{2} =$$

$$= 17 \cdot \frac{46}{\sqrt{2}} \cdot \sin(45^\circ + \beta) = \frac{17 \cdot 46}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos \beta + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin \beta \right) =$$

$$= 17 \cdot 23 (\cos \beta + \sin \beta) = 17 \cdot 23 \cdot \left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17} \right) = 23^2$$

Ответ: а) $FC = 34$

$$б) S_{AFC} = 23^2$$



N 2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$\left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x \right] + \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x \right] + \cos 4x = 0$$

$$\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

последние два слагаемых переписали по формуле суммы косинусов.

$$\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + 2 \cdot \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2 \cdot \sin \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) + 2 \cdot \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \left(\sin \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) + \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \left(\sin \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) + \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$\cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot 2 \cdot \sin \left(\frac{\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} + x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} - x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 \\ \sin \left(\frac{\frac{9x + \frac{\pi}{4}}{2} + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 \\ \cos \left(\frac{\frac{5x + \frac{\pi}{4}}{2} - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0 \end{cases}$$

⇓

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \frac{7x + \frac{\pi}{9}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ \frac{\frac{9x + \frac{\pi}{9}}{2} + \frac{\pi}{4}}{2} = \pi n \\ \frac{\frac{5x + \frac{\pi}{9}}{2} - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m \end{cases} \quad k, n, m \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ 9x + \frac{\pi}{4} = 4\pi n - \frac{\pi}{2} \\ 5x + \frac{\pi}{4} = 2\pi + \frac{\pi}{2} + 4\pi m \end{cases} \quad k, n, m \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = -\frac{3\pi}{36} + \frac{4\pi n}{9} \\ x = \frac{9\pi}{20} + \frac{4\pi m}{5} \end{cases} \quad k, n, m \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7} \\ x = -\frac{3\pi}{36} + \frac{4\pi h}{9} \\ x = \frac{9\pi}{20} + \frac{4\pi m}{5} \end{array} \right. \quad k, h, m \in \mathbb{Z}$$

N 1

Заметим, что $64827 = 3^3 \cdot 7^4$. Значит, в каждом числе ровно 4 семёрки. Причём нужные нам числа могут содержать ещё 1, 3, 9 и каких-либо других. Число 3^3 можно получить двумя способами из цифр:

1) $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

2) $1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9$

(т.к. 4 цифры занимают семёрки)

Назовём числа, в которых данное произведение получается 1) способом „числа 1 рода“, а если 2) способом, то „числа 2 рода“

Рассмотрим числа 1 и 2 рода по отдельности

а) Числа 1 рода содержат такой набор цифр:

$\boxed{1, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7}$

и всего их $\frac{9!}{4! \cdot 3!}$ штук.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

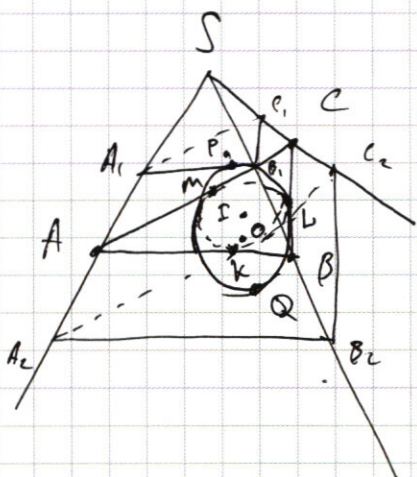
б) Числа II рода содержат такой набор цифр: 1, 1, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Всего способов их переставить (т.е. кол-во различных чисел II рода) равно $\frac{9!}{2! \cdot 4!}$

$$\begin{aligned} \text{Суммарно чисел: } & \frac{9!}{2! \cdot 4!} + \frac{9!}{3! \cdot 4!} = \frac{9!}{4!} \left(\frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} \right) = \\ & = \frac{9!}{4!} \cdot \frac{4}{3!} = \frac{9!}{6 \cdot 6} = \cancel{120} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = \cancel{56} \cdot 180 = \\ & = 10080 \end{aligned}$$

Ответ: 10080.

№ 4



Обозначим точки пересечения разрезов данного тетраэдра с плоскостью меньшего сечения за A_1, B_1, C_1 соот., а большего за A_2, B_2, C_2 соот.

Пусть плоскость ABC , касается сферы в точке P , а $A_2B_2C_2$ в точке Q . Пусть $I = SO \cap (ABC) =$

I - центр ABC . P, I, Q лежат на SO .

Сделаем гомотецию с центром S и коэф $\frac{SP}{SQ}$. Тогда плоскость $A_1B_1C_1$ перейдет в плоскость $A_2B_2C_2$, т.к. они парал. $\Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 \rightarrow \triangle A_2B_2C_2$. Значит, они подобны с коэф. $k = \frac{SP}{SQ}$. Т.к. отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия получаем:

$$\left(\frac{SP}{SQ}\right)^2 = \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{A_2B_2C_2}} = \frac{9}{16}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{6}{4}\right)^2 = \frac{9}{S_{ABC}}$$

$$\frac{4}{49} = \frac{1}{S_{ABC}}$$

$$S_{ABC} = \frac{49}{4}$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$

$$S_{ABC} = \frac{49}{4}$$

№ 5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ \text{---} (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

Сразу отметим, что $a \geq 0$ т.к. решения есть.

$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$ — график такой шкурки

окружность $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$ отражена от ос.

Оси x , оси y и осей x и y . Т.е. будет такой ответ:

$$\frac{SP}{SO} = \frac{3}{4}$$

обозначим SP за d , а радиус сферы за $R \Rightarrow$

$$\frac{d}{d+2R} = \frac{3}{4}$$

$$d = \frac{3}{4}d + \frac{3R}{2}$$

$$\frac{1}{4}d = \frac{3R}{2}$$

$$d = 6R$$

$\Downarrow$

$$SO = SP + R = 7R$$

$\Downarrow$

$$\sin \angle KSO = \frac{R}{SO} = \frac{1}{7}$$

$\Downarrow$

$$\angle KSO = \arcsin\left(\frac{1}{7}\right), \text{ т.к. } \angle KSO - \text{острый.}$$

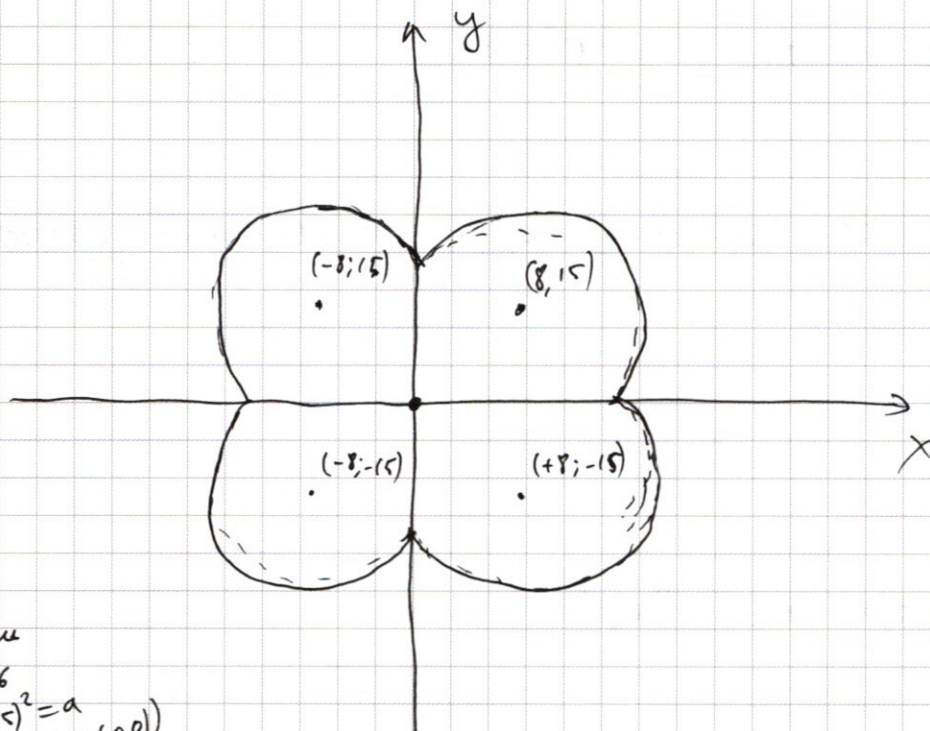
Из аналогичных соображений получаем, что

$$\left(\frac{SP}{SI}\right)^2 = \frac{S_{A_1P_1C_1}}{S_{ABC}}$$

$$\left(\frac{d}{d+R}\right)^2 = \frac{9}{S_{ABC}}$$

$$\left(\frac{6R}{6R+R}\right)^2 = \frac{9}{S_{ABC}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



(Точка (0,0)
включена, если
окружность
 $(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$
проходит через (0,0))

Теперь заметим, что если есть решение (x_0, y_0) , то есть и решение $(x_0, -y_0)$. (очевидно, провер. подстановкой в исходную систему).

Разберём два случая:

1) Есть решение $y=0$

$$\begin{cases} |x+8| + |x-8| = 16 \\ (x-8)^2 + 15^2 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+8| = 8 \\ (x-8)^2 = a - 15^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=0 \\ x=-16 \end{cases} \\ (x-8)^2 = a - 15^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

если $x=0$, то $a=15^2+8^2$

если $x=-16$, то $a=15^2+8^2$

⇓

если есть корень $y=0$, то ровно два решения

$$\begin{cases} y=0 \\ x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ x=-16 \end{cases}$$

при этом $a=15^2+8^2$

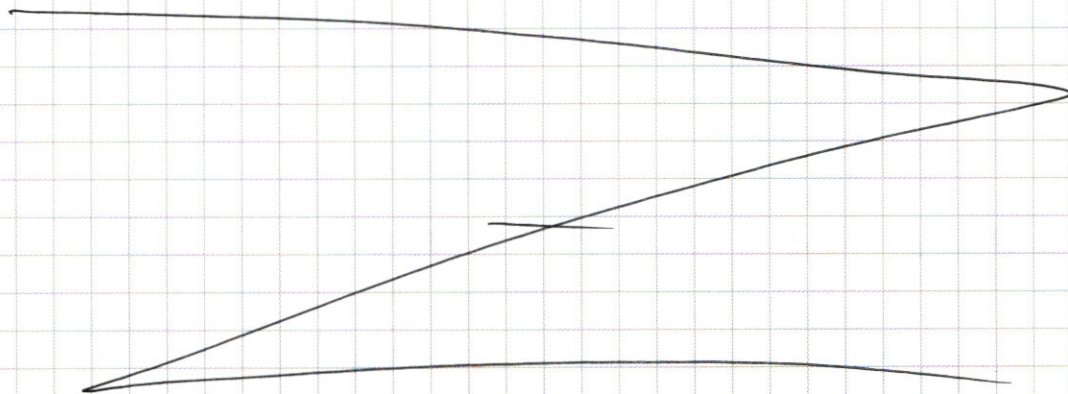
2) нет корня $y=0$.

Тогда есть два ~~разных~~ решения: (x_0, y_0) и $(x_0, -y_0)$.

Они не совпадают, т.к. $y_0 \neq 0$.

~~~~~~~~~

Ответ:  $a=15^2+8^2$ .

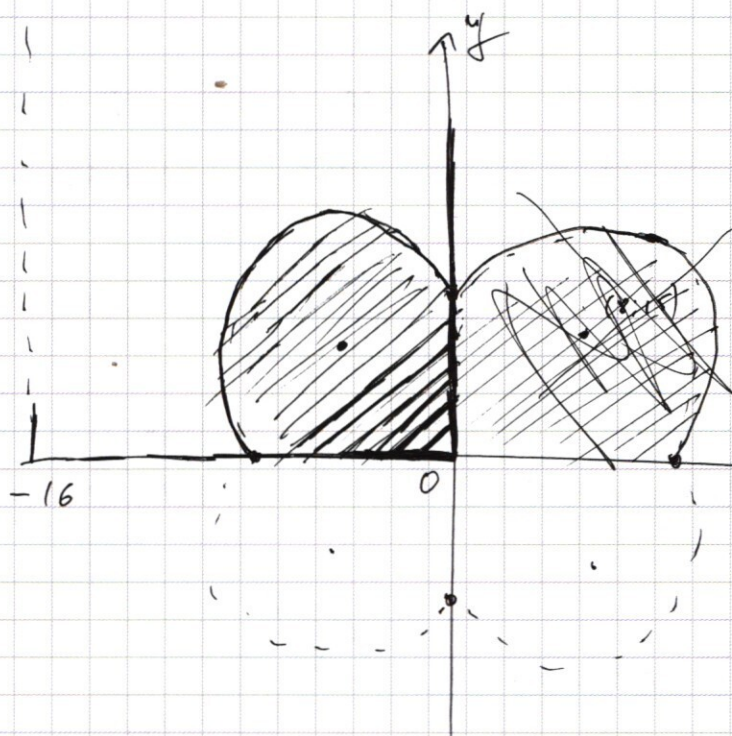


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|m| + |n| \geq |m+n|$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$(4)^3 \cdot 1000 + 2^3 \cdot 100 + 3^3$$



$$a \geq 0$$

радиус окр =  $\sqrt{a}$

$$a = b^2 \quad (b \geq 0)$$

$$x+y \geq 0$$

$$y \geq x-8$$

$$|x+y| + |x-y| = 16$$

$$y \rightarrow -y$$

ничего

не меняет.

и

должно быть  
ровно одно  
полож. реш.

(полож. откос. y)

~~не должно быть~~

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

14

$$|2x+16|$$

$$8 \geq |x+8|$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

$$(x+8)^2 + (y-15)^2 = a = b^2$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$x+8 = t$$

$$t^2 + (y-15)^2 = b^2$$

$$|t+y| + |t-y| = 16$$

2.

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \left( \frac{\beta + \alpha}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\beta - \alpha}{2} \right)$$

$$\begin{matrix} \sin \alpha & + & \sin \beta \\ x+y & & x-y \end{matrix} = 2 \cdot \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \sin \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right)$$

$$\sin \left( \alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{2} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\cos 7x + \cos 5x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x (\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$\cos 4x + \cos x = \cos 5x$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos \left( \frac{\pi}{4} + 2x \right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos \left( \frac{\pi}{4} + 7x \right) + \cos \left( 3x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$\frac{\beta + \alpha}{2} = 5x$$

$$\cos \left( \frac{\pi}{4} - 4x \right) + 2 \cdot \cos \left( \frac{4x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$\frac{\beta - \alpha}{2} = \frac{\pi}{4} - 2x$$

$$\cos \left( 7x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\beta + \alpha = 10x$$

$$\beta - \alpha = \frac{\pi}{2} + 4x$$

$$\cos \left( 7x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left( 3x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

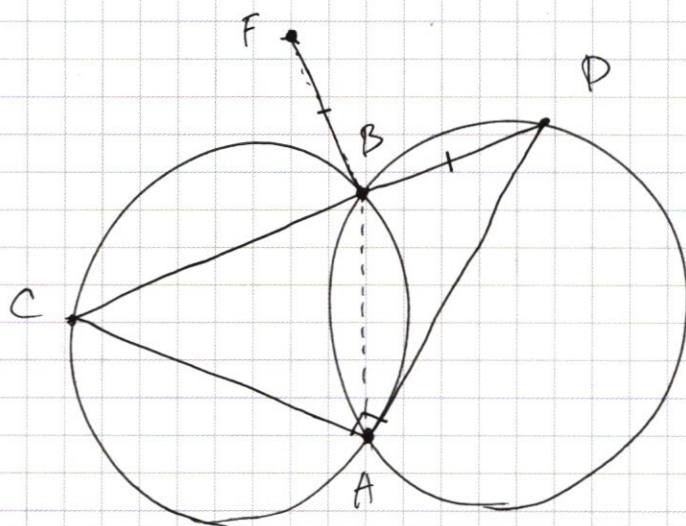
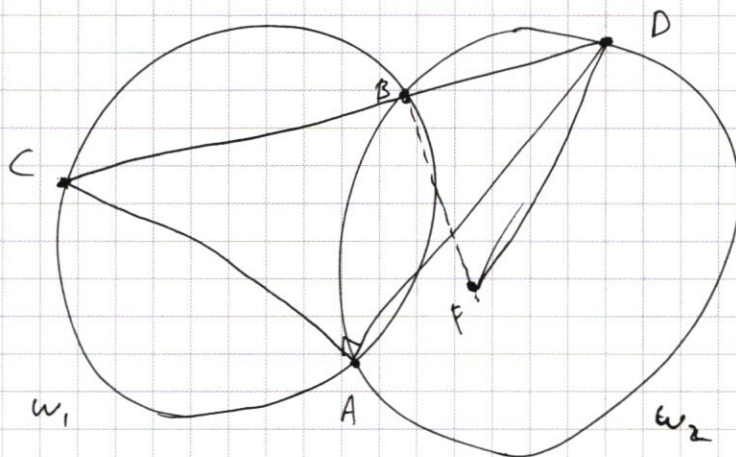
$$\beta = \frac{\pi}{4} + 7x$$

$$\sin \left( 4x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left( \frac{\pi}{4} - 3x \right) + \cos 4x = 0$$

$$\alpha = 3x - \frac{\pi}{4}$$

$$2 \cdot \sin \left( \frac{4x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \cdot \cos 5x + \cos 4x = 0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$R_1 = R_2 = 17$$

$$BF = BD$$

$$\angle CAP = 90^\circ$$

$$\boxed{CF = ?}$$

по IV:  $CA = AD$ . ~~(т.к.  $2R_1 = \frac{CA}{\sin \angle CBA} = \frac{AD}{\sin \angle DBA} = 2R_2$ )~~

$$\text{т.к. } 2R_1 = \frac{AB}{\sin \angle C} = \frac{AB}{\sin \angle D} = 2R_2$$

$$\Downarrow$$

$$\angle C = \angle D$$

$$\delta) BC = 16 \Rightarrow 16 = BC = 2R \cdot \cos \alpha$$

$$\angle ACF = ?$$

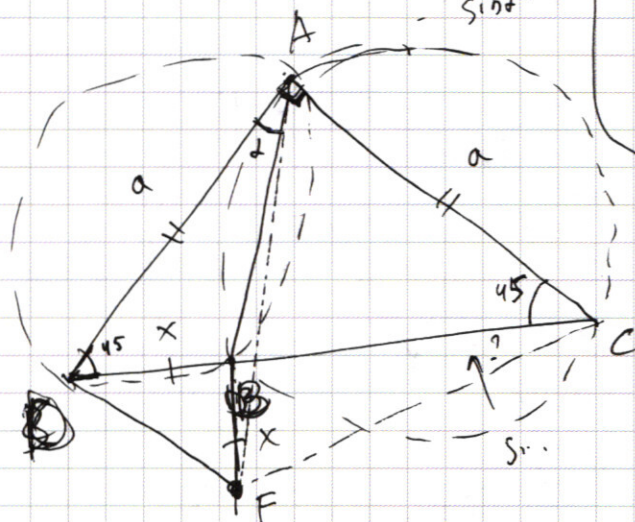
знаю  $\alpha$ .  $\angle = \arccos\left(\frac{8}{17}\right)$   
 $\cos \alpha = \frac{8}{17} \Rightarrow \frac{\sqrt{17} \cdot 8}{17}$   
 $\sin \alpha = \frac{15}{17}$

3-й катет AB

$$AB = 2R \cdot \sin \alpha =$$

$$= (\sqrt{2} \cdot 17) = 17$$

знаем  $a, x$



~~$$AB^2 = a^2 + x^2 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x \cdot a$$~~

$$AB^2 = a^2 + x^2 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x \cdot a$$

$$AB^2 = a^2 + (\sqrt{2}a - x)^2 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a \cdot (\sqrt{2}a - x)$$

↓

$$x^2 + (\sqrt{2}a - x)^2 =$$

$$= 2x^2 + 2a^2 - 2\sqrt{2}ax$$

$$\underbrace{a^2 + x^2} - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x \cdot a = \underbrace{a^2 + 2a^2 + x^2} - 2\sqrt{2}ax -$$

$$- 2a^2 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot ax$$

$$- \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot x \cdot a = -2a\sqrt{2}x + \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot ax$$

$$x^2 = a^2 + t^2 - 2 \cdot t \cdot a \cos \alpha$$

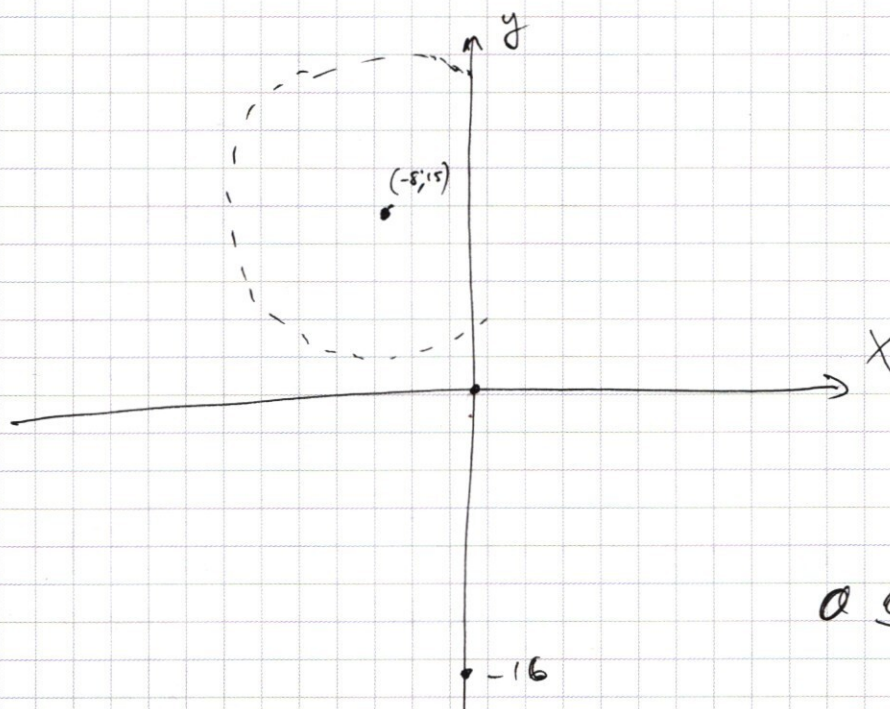
$$\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$3F \Rightarrow \angle B = x = 2R \cdot \sin \alpha$$

$$CB = (\sqrt{2}a - x) = 2R \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = 2R \cdot \cos \alpha$$

$$\angle B + CB^2 = x^2 + (\sqrt{2}a - x)^2 = (4R^2) = CF$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$0 \leq \sqrt{a} \leq 8$$

$$\begin{aligned} -16 &\leq x \leq 0 \\ -8 &\leq t \leq 8 \end{aligned}$$

$$t^2 \leq 64$$

$\Downarrow$

$$0 \leq a \leq 64$$

$$t = x + 8$$

$$\begin{cases} |t+y| + |t-y| = 16 \\ t^2 + (y-15)^2 = a \end{cases}$$

~~$$y = \sqrt{a - t^2} + 15$$~~

~~$$t = \sqrt{a - (y-15)^2}$$~~

$$|t+y| + |y-t| = 16$$

~~W/~~  
2|y|

$$7 \leq y \leq 8$$

$$|y| \leq 8 \quad \uparrow \quad \text{на т. перс.}$$

$$a - (y-15)^2 \geq 0$$

$$64 \geq (y-15)^2 \Rightarrow \begin{aligned} y &\geq 7 \\ y &\leq 23 \end{aligned}$$

1...9

$$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + 2\cos\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

240+2

$$\cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \left( \sin\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right) = 0$$

1

$$2401 = 301 + 7 \cdot 300 =$$

$$= 343 \cdot 7$$

$$4000$$

$$1827$$

$$203$$

$$7203$$

$$2401$$

$$\sin\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$2\bar{u} + \frac{\bar{u}}{4} = \frac{8\bar{u} + \bar{u}}{4}$$

$$27 \cdot 2401 = 27 \cdot 7 \cdot 343 = 27 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 49 = 3^3 \cdot 7^4$$

$\angle KSO$

3 9 7

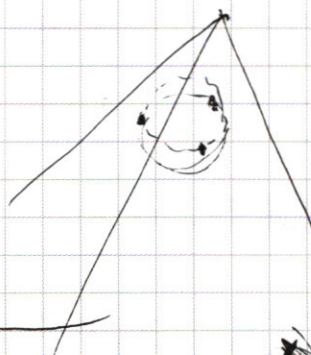
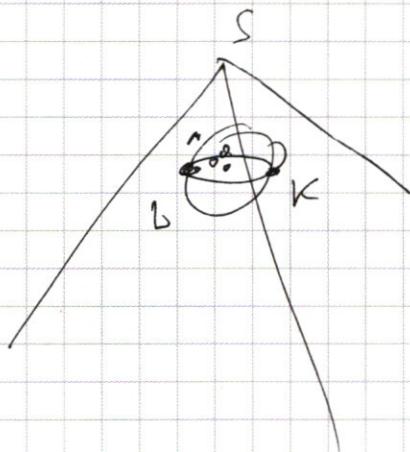
равно 4 см.

4 см.

$$SO = SM = SK$$

$$3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$$



$$56 \cdot 20 = 1120$$

$$56 \cdot 20 = 1120$$

$$= 1120 - 112 = 1008$$

$$\left(\frac{d}{d+2R}\right)^2 = \frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{d}{d+2R} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{l|l} S_1 = 9 & S_2 = S_{ABC} = R \cdot P \\ S_2 = 16 & \\ S_6 = ? & \end{array}$$

