

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 127} \\ \underline{54} \\ 108 \\ \underline{108} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 49} \\ \underline{196} \\ 441 \\ \underline{441} \\ 0 \end{array}$$

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$ цифры подходящих нам чисел — делители

64827 — множитель 10 т.е. 1 3 7 9, причем возможны только

два набора цифр:

- 1) 7 7 7 7 3 3 3 1
- 2) 7 7 7 7 9 3 1 1

так как их произведение должно делиться на 7^4 , 3^3 и на 10

Вариантов составить число из цифр первого набора

$$N_1 = C_8^1 \cdot C_7^3 = 8 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5$$

выбираем место для 1 три места для 3

из второго набора:

$$N_2 = C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^2 = 8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$$

место для 9 место для 3 места для 3

Заметим, что если наборы цифр 2х чисел различны, то числа различны $\Rightarrow$ всего нам подходит $N_1 + N_2$ чисел.

$$N = N_1 + N_2 = 8 \cdot 7 \cdot 5 (1 + 3) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 4 = 56 \cdot 20 = 1120$$

Ответ: 1120

Задача 2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\stackrel{\text{II}}{2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0}$$

$$\stackrel{\text{III}}{\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0}$$

$$\stackrel{\text{IV}}{(\cos 2x + \sin 2x) \left(\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 2x - \sin 2x) \right) = 0}$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) \left(\cos 5x + \cos 2x \cos \frac{\pi}{4} - \sin 2x \sin \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\stackrel{\text{V}}{(\cos 2x + \sin 2x) (\cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4})) = 0}$$

$$\stackrel{\text{VI}}{2 (\cos 2x + \sin 2x) \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0}$$

$$\begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \\ \cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin 2x = 0 \end{cases} \text{ противоречие осн. триг. тождеству}$$
$$\begin{cases} \operatorname{tg} 2x = -1 \\ \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi m \\ \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{Z})$$

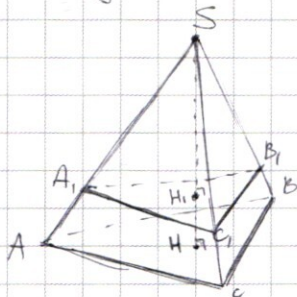
$$\stackrel{\text{VII}}{\begin{cases} 2x = \frac{3}{4}\pi + \pi l \\ 7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi m \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n \end{cases}} \quad (l, m, n \in \mathbb{Z} \text{ где } l \text{ нечетное})$$

$$\stackrel{\text{VIII}}{\begin{cases} x = \frac{3}{8}\pi + \frac{\pi l}{2} \\ x = \frac{3}{28}\pi + \frac{2\pi m}{7} \\ x = \frac{1}{4}\pi + \frac{2\pi n}{3} \end{cases}} \quad l, m, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4



угол и ищете

$$\Delta ABC \parallel \Delta A_1B_1C_1$$

$AB \parallel A_1B_1$, $BC \parallel B_1C_1$, $CA \parallel C_1A_1$ как
линии пересечения плоскостью $\alpha \parallel$ плоскостей

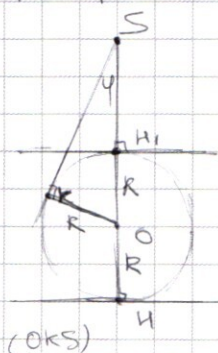
$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ по двум углам
напримир $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$, $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ как
линии $\parallel$ с $\parallel$ сторонами

$$\frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = \frac{9}{16} = k^2$$

$$k = \frac{3}{4} - \text{коэф. подобия } \Delta ABC \text{ и } \Delta A_1B_1C_1$$

Заметим, что если считать гомотетию с центром в S и
коэф. k , $\Delta ABC \rightarrow \Delta A_1B_1C_1$ т.к. AA_1 , BB_1 , CC_1 проходят чрез S ,
соотв. стороны $A_1B_1C_1$ параллельны соотв. сторонам ABC и "гомотетия" их
равно в k раз (т.е. $\Delta A_1B_1C_1$ можно было образовать ΔABC , а т.к.
гомотетия - одн-ное преобразование, является $\parallel$) $\Rightarrow \frac{SH_1}{SH} = \frac{3}{4}$ т.к.

$H \rightarrow H_1$



Точки касания сферы с линиями угла, очевидно, лежат
на SO т.к. сечение $\perp SO$.

Поскольку плоскость (KSO) эта плоскость $\perp$ сфере по
окружности в т.к. проходит чрез центр O .

SK - касательная к ω и SK - не касательная
к сфере $\Rightarrow \varphi = \arcsin \frac{R}{SO}$

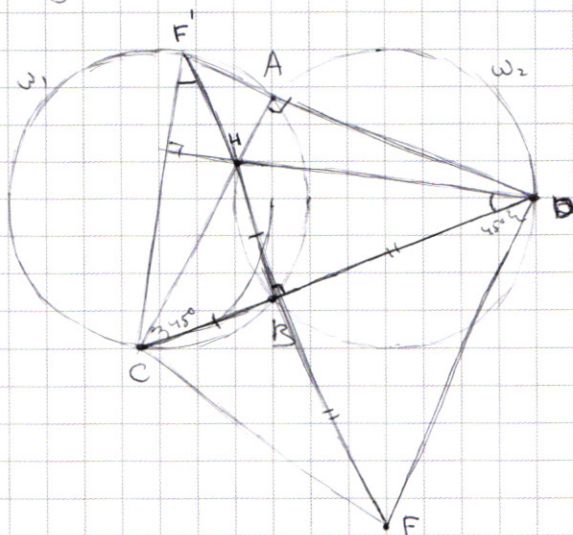
$$\text{Пусть } SH = h, \text{ тогда } SH_1 = \frac{3}{4} SH = \frac{3}{4} h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow HH_1 = SH - SH_1 = h - \frac{3}{4} h = \frac{h}{4} = 2R \Rightarrow R = \frac{h}{8} \Leftrightarrow h = 8R$$

$$\varphi = \arcsin \frac{R}{SO} = \arcsin \frac{R}{h-R} = \arcsin \frac{R}{8R-R} = \arcsin \frac{1}{7}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \arcsin \frac{1}{7}}$$

Задача 6



а) Проведем AD по пересечению с ω_1 (F')

$DA \perp AC$ по условию $\Rightarrow \angle F'AC = 90^\circ$ т.е. опирается на диаметр ω_1 ($F'C$)

$\angle F'BC$ опирается на диаметр ω_1 ($F'C$) $\Rightarrow FC \perp CD$

углы $F'BD$ и CAD равны $90^\circ \Rightarrow$ опираются на диаметр ω_2 , прох. чрез $B \Rightarrow$

$AC \cap F'B = H$, где H - точка, диаметрально противоположная $D \Rightarrow DH = 2R$, где R - радиус окружности

Заметим, что $CA \perp DF'$, $F'B \perp CD \Rightarrow H$ - ортоцентр $\triangle CF'D \Rightarrow DH \perp F'C$

$\angle CF'D = 90^\circ - \angle F'CB = \angle BDH \Rightarrow \triangle CF'B = \triangle HDB$ по гипотенузе ($F'C = 2R = DH$) и острому углу $\Rightarrow BC = BH$

$BF = BD$ по условию $\Rightarrow \triangle CBF = \triangle HBD$ по 2м катетам $\Rightarrow \underline{CF = DH = 2R = 34}$

б) ~~Итак~~

предположим CBH и FBD - равнобедренные прямоугольные $\Rightarrow$ углы при их основаниях

равны $45^\circ \Rightarrow \angle DCA = 45^\circ = \angle CDF \Rightarrow$ прямые AC и DF параллельны по внут. накрест лежащим углам

$AC \parallel DF \Rightarrow S_{ACF} = S_{ACD}$

ACD - прямоугольный равнобед. ($\angle ACD = 45^\circ$) $\Rightarrow S_{ACD} = \frac{AC \cdot AD}{2} = \frac{AC^2}{2} = \frac{CD^2}{4}$

(т.к. $CD = AC\sqrt{2}$)

$$CD = BC + BD = BC + \sqrt{CF^2 - BC^2} = 16 + \sqrt{34^2 - 16^2} = 16 + 2\sqrt{17^2 - 8^2} = 16 + 30 = 46$$

= BF по т. Пифагора,
BF = BD

$$S_{ACF} = S_{ACD} = \frac{CD^2}{4} = \frac{46^2}{4} = 23^2 = 529$$

Ответ: а) ~~CF~~ $CF = 34$

б) $S_{ACF} = 529$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 7

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$3^x - 3^4 < 3^{28}(x - 4) - 3(x - 4)$$

$$3^x - 3^4 < (x - 4)(3^{28} - 3)$$

$$0 < (x - 4)(3^{28} - 3) - (3^x - 3^4)$$

$$f(x) = (x - 4)(3^{28} - 3) - (3^x - 3^4)$$

$$f'(x) = 3^{28} - 3 - \ln 3 \cdot 3^x$$

$f'(x)$ — монотонная функция $\Rightarrow$ имеет макс 1 корень $\Rightarrow$

$f(x)$ имеет макс 2 корня т.е. имеет макс 1 экстремум

$$\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 31 \end{cases} \leftarrow \text{корни } f(x) \text{ — найдем} \\ (27 \cdot (3^{28} - 3) - 3^3(3^{28} - 3) = 0)$$

$f(x)$ имеет ровно 2 корня

$$f(0) = -4(3^{28} - 3) - 1 + 3^4 < 0 = f(x) > 0 \text{ при } x \in (4; 31)$$

Для $x \in (4; 31)$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < y \leq 3^4 + 12 + 3^{28} \cdot x - 3x$$

т.е. подводящие целые y лежат в диапазоне $((3^x + 4 \cdot 3^{28}); (3^4 + 12 + 3^{28} \cdot x - 3x))$

обе функции — целые числа $\Rightarrow$ подводящих y ровно

$$3^4 + 12 + 3^{28} \cdot x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} = (3^{28} - 3)(x - 4) - (3^x - 3^4) \text{ для каждого } x,$$

тогда количество пар (x, y) , подводящих под условие N

$$N = \sum_{x=5}^{30} ((3^{28} - 3)(x - 4) - (3^x - 3^4))$$

$$N = (4(3^{28} - 3) + 3^4) \cdot 26 + \sum_{s=1}^{30} (3^{2s} - 3) \cdot x - \sum_{s=1}^{30} 3^s =$$

$$= (4(3^{28} - 3) + 3^4) \cdot 26 + (3^{28} - 3) \frac{(30+5) \cdot 26}{2} - \frac{3^5 (3^{26} - 1)}{3 - 1} =$$

↑
сумма
а.ч.ар.
прогрессии

↑
сумма геом.
прогрессии, где $b_1 = 3^5$, $q = 3$, $n = 26$

$$= 4 \cdot 26 \cdot 3^{28} + 26(81 - 12) + (3^{28} - 3) \cdot 13 \cdot 35 - \frac{3^5}{2} (3^{26} - 1) =$$

$$= 3^{28} \left(4 \cdot 26 + 13 \cdot 35 - \frac{27}{2} \right) + 26 \cdot 69 - 3 \cdot 13 \cdot 35 + \frac{27}{2} =$$

$$= 3^{28} \cdot \left(13(8 + 35) - \frac{27}{2} \right) + 69(26 - 35) + \frac{27}{2} =$$

$$= 3^{28} \cdot 545,5 - 607,5$$

$$\boxed{N = 545,5 \cdot 3^{28} - 607,5}$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ 13 \\ + 129 \\ \hline 43 \\ - 559,0 \\ \hline 13,5 \\ \hline 545,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 69 \\ 545,5 \\ - 621,0 \\ \hline 13,5 \\ \hline 607,5 \end{array}$$

Задача 3

Решим второе уравнение системы

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 - 9x^2 + 2xy + 6x^2 + 4y + 12x = 0$$

$$(y - 3x)(y + 3x) + 2x(y + 3x) + 4(y + 3x) = 0$$

$$(y + 3x)(y - 3x + 2x + 4) = 0$$

$$(y + 3x)(y - x + 4) = 0$$

$$\begin{cases} y = -3x & \text{I} \\ y = x - 4 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{II. } \left(\frac{x}{y-x} \right)^{\ln(y-x)} = x^{2 \ln(x(y-x))}$$

$$x^{2 \ln(y-x)} = x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln(y-x)} \cdot (y-x)^{\ln(y-x)}$$

$$x^{3 \ln(y-x)} = x^{2 \ln x} \cdot (y-x)^{\ln(y-x)}$$

аналогично I

$$3 \ln x \ln(y-x) = 2 \ln^2 x + \ln^2(y-x)$$

$$\ln(y-x) = \ln x \text{ или } \ln(y-x) = 2 \ln x$$

I. подставляем в 1-е у-е системы

$$\left(\frac{x}{3x} \right)^{\ln(3x)} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

$$\frac{6 \ln(3x)}{x} = \frac{6 \ln x}{x}$$

$$x^{6 \ln x} \cdot x^{6 \ln 3} = 3^{\ln x} \cdot 3^{\ln 3} \cdot x^{6 \ln x} \cdot x^{4 \ln 3}$$

$$x^{6 \ln x} \neq 0; \quad x^{4 \ln 3} \neq 0$$

$$x^{2 \ln 3} = 3^{\ln 3x}$$

$$e^{2 \ln x \ln 3} = e^{\ln 3 \ln 3x}$$

$$2 \ln x \ln 3 = \ln 3 \ln 3x$$

$$\ln 3 \neq 0$$

$$x^2 = 3x$$

т.к. $\ln t$ монот. ф-я

$$\begin{cases} x = 0 & \text{н.к.} \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = 1 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.
$$\begin{array}{r} 64827 \\ 63 \\ \hline 18 \\ 18 \\ \hline -27 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7203 \\ 12 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 003 \\ 3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2401 \\ 21 \\ \hline 21 \\ 21 \\ \hline 30 \\ 23 \\ \hline 21 \\ 21 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 343 \\ 7 \\ \hline 28 \\ 63 \end{array}$$

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4$$

набор: 77773331 $C_8^4 \cdot C_4^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 4 = 8 \cdot 7 \cdot 5$
 77773311 $C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_3^1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 4 \cdot 3 = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$

$$\Sigma = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot (1+3) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5}{50} \cdot \frac{4}{20} = 1120$$

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$$2 \cos 5x \cos 2x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \cos 5x \sin 2x + \sqrt{2} \cdot 2 \cos 2x \sin 2x = 0$$

$$\cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x + \cos 5x \cos 2x + \sin 5x \sin 2x +$$

$$+ \sin 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x - \sin 5x \cos 2x$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 5x \cos 2x + \sin 2x \cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$2x = \frac{3}{4}\pi + \pi n \quad x = \frac{3}{8}\pi + \frac{\pi n}{2}$$

$$\cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi l$$

добавим

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (2)$$

$$2) \quad y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2$$

$$\frac{y^2}{2} + 2xy + \frac{(2x^2)}{2} + \frac{y^2}{2} + 4y + 8 - 5x^2$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 - 9x^2 + 6x^2 + 2xy + 12x + 4y = 0$$

$$(y-3x)(y+3x) + 2x(y+3x) + 4(y+3x) = 0$$

$$(y+3x)(y-3x+2x+4) = 0$$

$$\begin{cases} y = -3x & \text{I} \\ y = x-4 & \text{II} \end{cases}$$

проверка
Заче

$$\text{I.} \quad \left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$$

$$\frac{6\ln 3x}{x} = x^{2\ln 9x^3} \cdot \ln 3x$$

$$\frac{6\ln x}{x} \cdot \frac{6\ln 3}{x} = x^{4\ln 3} \cdot \frac{6\ln x}{x}$$

$$x^{6\ln x} \left(x^{6\ln 3} - x^{4\ln 3} \right) = 0$$

$$\begin{cases} x^{6\ln x} = 0 & x \neq 0 \\ x^{4\ln 3} = 0 \\ x^{2\ln 3} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\ln 3 = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{II.} \quad \left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(4-x)^4)}$$

$$x^{2\ln(4-x)} = x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln(4-x)} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{3\ln(4-x)} = x^{2\ln x} \cdot (4-x)^{\ln(4-x)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 - 9x^2 + 6x^2 + 2xy + 12x + 4y = 0$$

$$(y+3x)(y-3x) + 2x + 4 = 0$$

разобр.

$$y = x - 4$$

$$\left(\frac{x^2}{4-x} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x(4-x)^4)} \quad 4 > x > 0$$

$$x^{2 \ln(4-x) - 2 \ln x - 4 \ln(4-x)} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{2 \ln(4-x) - 2 \ln x} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$e^{\ln x \cdot 2 \ln(4-x)} = (4-x)^{\ln(4-x)} \quad x = e^{\ln x}$$

$$e^{2 \ln x \cdot \ln(4-x)} = e^{\ln^2(4-x)} \cdot e^{2 \ln^2 x}$$

$$2 \ln x \cdot \ln(4-x) = \ln^2(4-x) + 2 \ln^2 x$$

$$(\ln(4-x) - \ln x)(\ln(4-x) - 2 \ln x) = 0$$

$$\ln(4-x) = \ln x \Leftrightarrow x = 2$$

$$\ln(4-x) = \ln x^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$|a+8| + |b+8| = 16$$

$$|b+8| + |a+8| = 16$$

$$a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{28} - 1)x \end{cases}$$

1. экстремум
2. корни

$$\ln 3 \cdot 3^x - (3^{28} - 3) = 0$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < y \leq 93 + 3^{28}x - 3x \quad 3^x - 3^4 \cdot (x-4)(3^{28}-3) \leq 0$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} \leq 93 + 3^{28}x - 3x$$

$$3^x + 3x + 3^{29} \leq 93$$

~~$$3^x + 3x + 3^{29} \leq 93$$~~

$$3^x + 3x + 3^{29} < 93$$

$$x = -3^{28}$$

$$3^{x-1} + x + 3^{28} < 31$$

$$x = -3^{28} \text{ подходит}$$

$$x = 3^{28} + 1$$

$$93 + 3^{28} - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} = d$$

$$x + 3^{x-1} < 31 - 3^{28}$$

$$93 - 3 \cdot 3^{28} - 3x - 3^x = d$$

$$x \leq 30 - 3^{28}$$

$$x = -3^{28} + k \quad k \leq 30$$

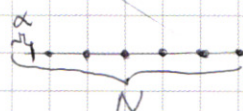
$$93 - 3 \cdot 3^{28} - 3x = h$$

$$\text{производная} \neq 0$$

$$93 - 3 \cdot 3^{28} - 3(-3^{28} + k) = h$$

$$5,4$$

$$93 - 3 \cdot 3^{28} + 3 \cdot 3^{28} - 3k = h$$



$$h = 3(31 - k)$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < y \leq 93 + x \cdot 3^{28} - 3x$$

$$(3^x)' > (e^{\ln 3 x})' = \ln 3 \cdot 3^x$$

$$93 = 3^4 + 12$$

$$\text{производная} > 0$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} \leq 3^{28}x + 3^4 + 3 \cdot 4 - 3 \cdot x$$

$$3^x - 3^4 = 3^{28}(x-4) + 3(x-4) \leq 0$$

$$3(x-4) + 3^x - 3^4 \leq 4 \cdot 3^{28} + x \cdot 3^{28}$$

$$3^x - 3^4 \leq (x-4)(3^{28}-3)$$

$$\text{или } x=4 \quad \text{или } x=31$$

$$x=31 \quad 3^3(3^{28}-3) \leq 27(3^{28}-3)$$

$$\ln 3 \cdot 3^x > 3^{28}-3$$

$$+ 1 \text{ корень}$$

$$x \in (4; 31)$$

$$a = (x-4)(3^{28}-3) - (3^x-3^4)$$

$$\downarrow$$

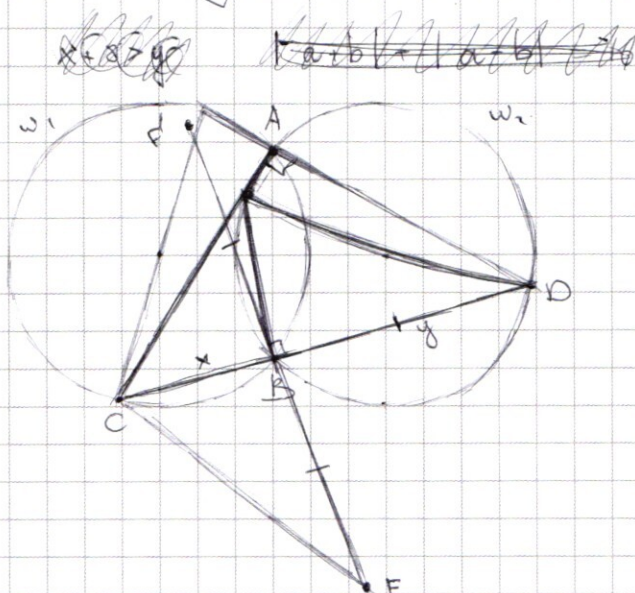
$$\text{суммируем}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

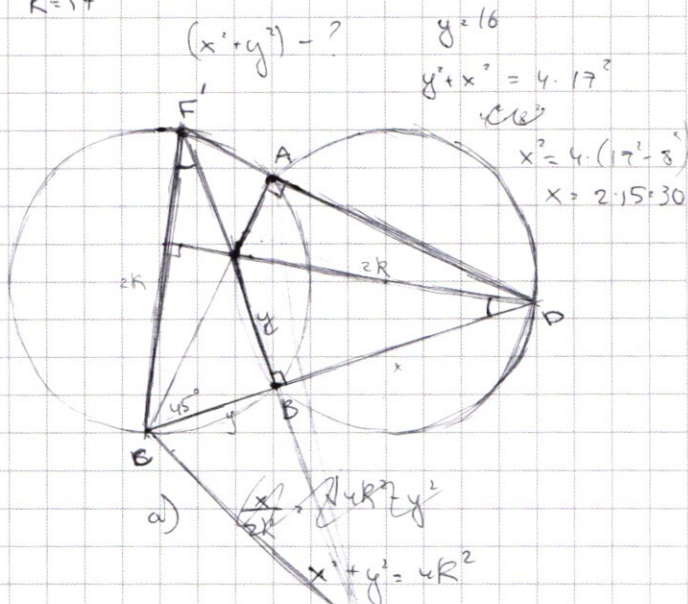
$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

✓ 1 2 3 4 5 6 7

$$\begin{array}{r} 17 \\ 119 \\ \hline 289 \\ 64 \\ \hline 225 = 15^2 \end{array}$$



$R = 17$



можно доказать

(KSO)

$$\alpha = \arcsin \frac{R}{d}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 229 \\ \hline 69 \\ \hline 146 \\ \hline 529 \end{array}$$

наблюдение II

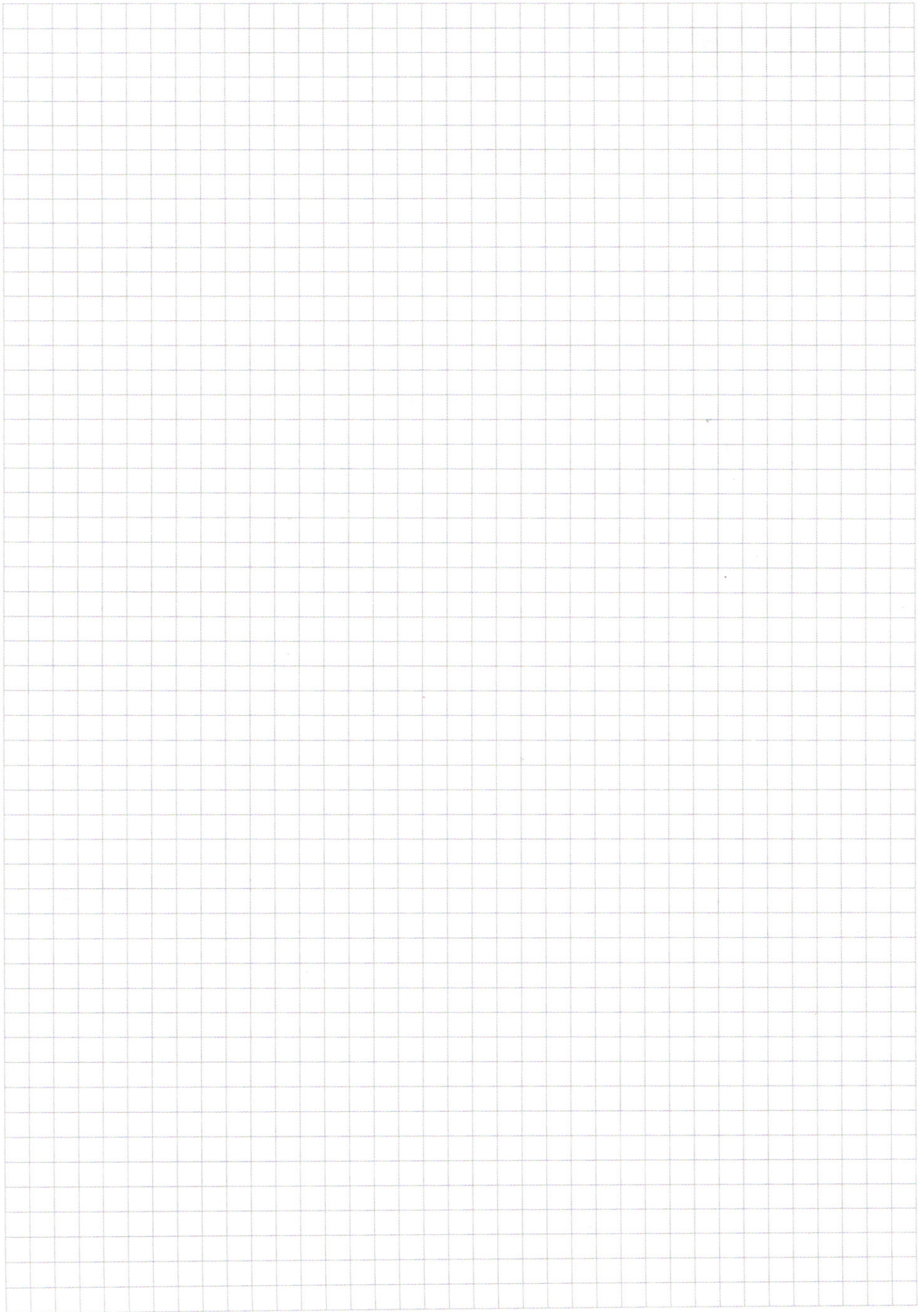
$$\frac{16}{9} = \left(\frac{SH_2}{SH_1} \right)^2$$

$$\frac{d+R}{d-R} = \frac{4}{3}$$

$$3d+3R = 4d - 4R$$

$$d = 7R$$

$$\alpha = \arcsin \frac{1}{7}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)