

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①. $64827 = 1 \cdot 3^3 \cdot 7^4$ (разложим на простые множители)

Разберём несколько случаев: а). 1 стоит на 1 месте. тогда числа цифр 3 и 4 могут занять разные позиции. Пусть

эти все 4 цифры разные. Тогда число способов: $4!$

$\frac{4!}{3! \cdot 1!}$ (т.е. 3! и 1! число способов переставить тройки и единицы между собой)

$$\frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{2 \cdot 3} = 35.$$

Но единица может стоять ещё на семи позициях $\Rightarrow 35 \cdot 7 = 245$.

Ответ: 245 способов.

②. $\cos 7x + \cos 3x = 2 \cos 5x \cos 2x$ (по формуле)

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cos 5x$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0.$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0.$$

1/ $\cos 2x = -\sin 2x$ $\tan 2x = -1$, $2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n$ $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$.

2/ $2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$.

$$2 \cos 5x + 2 \cos (2x + \frac{\pi}{4}) = 0.$$

$$\cos 5x + \cos (2x + \frac{\pi}{4}) = 0.$$



$$2 \cos (\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}) \cos (\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}) = 0.$$

а). $\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$$\frac{3x}{2} = \frac{5\pi}{8} + \pi n$$

$$3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$$

б). $\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n$

$$\frac{7x}{2} = \frac{3\pi}{8} + \pi n$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$$

Ответ: $x_1 = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$; $x_2 = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}$; $x_3 = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$

③ рассмотрим $y = e$ $y = -e$:

$$(y+3x)(y-x) + 4(y+3x) = 0 \quad (y+3x)(y-x+4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y+3x=0 \\ y=x-4 \end{cases}$$

1. $y = -3x$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^2 \ln 9x^3$$

$$\ln 9x^3 = \ln 9x^3 + \ln 3$$

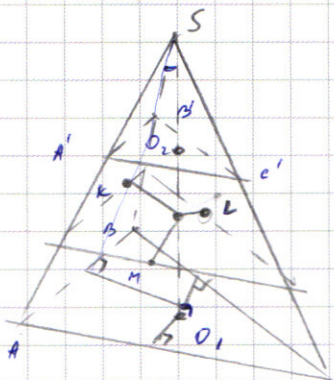
$$\frac{x^6 \ln 3x}{3 \ln 3x} = x^6 \ln 3x = x^{-2 \ln 3} \Rightarrow 3^{\ln 3x} = x^2 \ln 3$$

$$3^{\ln 3} \cdot 3^{\ln x} = x^2 \ln 3 \cdot x^{\ln 3} \Leftrightarrow 3 = x, y = -9$$

2. Ещё одним решением является пара: $x=0, y=-4$.

Ответ: $(3; -9) \cup (0; -4)$

④



Решение: $K \in (SA)$
 $L \in (SB)$
 $M \in (SC)$

Пусть наша сфера касается
плоскости (ABC) в точке O_1

$(ABC) \perp SO$, а плоскости $A'B'C'$ в точке

O_2 . $(A'B'C') \parallel (ABC)$, тогда эти треугольники подобны

с коэффициентом подобия $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$. $SO_2 = OK = OL = OM = ON$ (для радиуса)

кроме того $\frac{SO_2}{SO_1} = \frac{3}{4}$ $O_2O = OO_1 = 2$. Пусть $SO_2 = 3x$, тогда

$O_2O_1 = x$ и $O_2O = \frac{x}{2} = OO_1$ O_1 - точка пересечения биссектрис

т.к. центр сферы лежит на пересечении биссектрис плоскости

$KS \perp SO$, $SO = SO_2 + O_2O = \frac{2}{3}x + \frac{x}{2} = \frac{7x}{2}$ $KO = \frac{x}{2} \Rightarrow \angle KSO =$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{KO}{SO} = \arcsin \frac{\frac{x}{2}}{\frac{7x}{2}} = \arcsin \frac{1}{7}$$

K, O, L, M лежат в одной плоскости и являются $OK = OL = OM =$

радиус вписанной окружности искомого сечения.

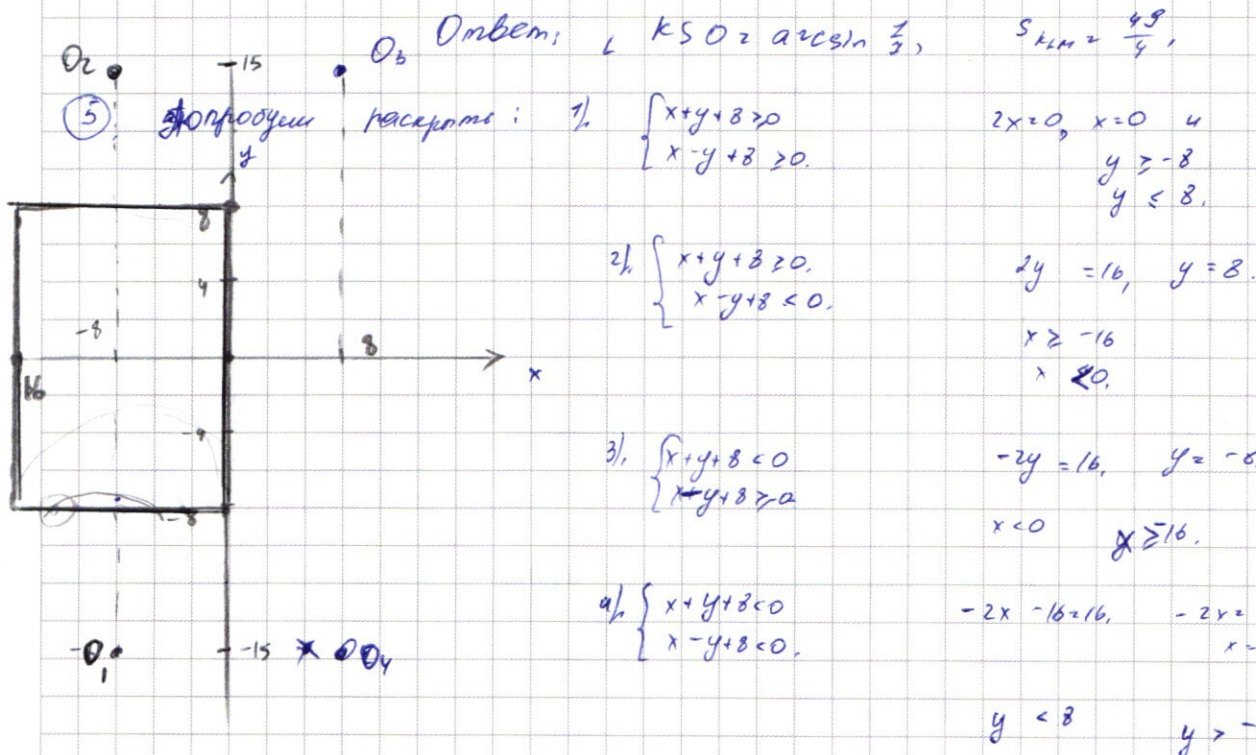
$$r_{ABC} = \frac{16}{r_{ABC}} \quad r_{KLM} = \frac{x}{2} \quad \frac{r_{ABC}}{r_{KLM}} = \frac{4 \cdot 2}{1} \text{ (из подобия)} = \frac{8}{1}$$

$$\frac{r_{ABC}}{SO_1} = \frac{1}{2} \quad r_{ABC} = \frac{4x}{7} \quad r_{ABC} = \frac{16 \cdot 7}{4x} = \frac{28}{x} \quad r_{KLM} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

④. $R_{\text{ЛМ}} = \frac{S}{\pi R_{\text{ЛМ}}} = \frac{S \cdot 2}{\lambda}$ $R_{\text{АВБ}} = \frac{16 \cdot 7}{4\lambda} = \frac{28}{\lambda}$

$$\frac{28 \cdot \lambda}{\lambda \cdot 2 \cdot 5} = \frac{8}{4} \quad \frac{S}{14} = \frac{4}{8} \quad S = \frac{4 \cdot 14}{8} = \frac{49}{2}$$



1. $y = 8.$ $(|x|-8)^2 + 49 = a,$ $(|x|-8) = a - 49.$

График второго у-а и функции, расположенные в 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

при $|y| = 8$ необходимо, чтобы $-16 \leq x \leq 0$ и $a \geq 16$ т.к. $a \geq 16$ они имеют решение.

$(|x|-8)^2 = a - 49$
 $x^2 + 16|x| + 64 + 49 \geq 16, x < 0 \Rightarrow$
 $x^2 + 16|x| + 97 \geq 0.$

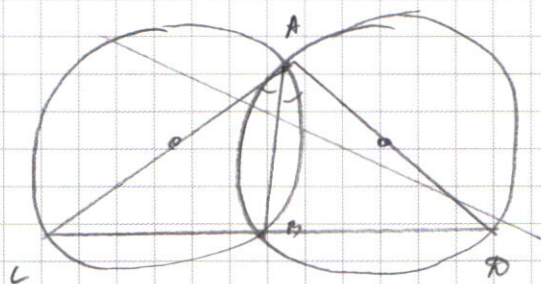
$D = 64 - 97 < 0 \Rightarrow$ всегда больше. Ответ: $16 \leq a \leq 16$, но $a > 49 \Rightarrow$ нет корней.

$y \in (-8, 8), a \in$ наименьший центр двух парабол и наименьший центр для $0 < \sqrt{a} < 2$ - нет корней вообще. $\sqrt{a} = 2$ -

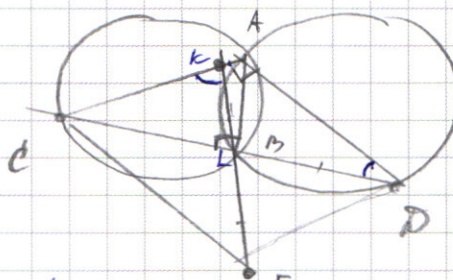
два решения, после, то есть $\sqrt{a} > 2$ четыре и более решений.

Ответ: $a \geq 49$ - единственное решение.

6



1. Найти угловое расстояние:



по теореме синусов: $\frac{BD}{\sin \alpha} = 2R_1$, где $\alpha = \angle BAD$

$$\frac{CB}{\sin(\beta - \alpha)} = 2R_2 \quad R_1 = R_2 \Rightarrow$$

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{BC}{\cos \alpha} = 2R$$

$$\sin \alpha = \frac{BD}{2R} \quad \cos \alpha = \frac{BC}{2R} \quad \text{и}$$

Основного тригонометрического тождества!

$$\frac{BD^2}{4R^2} + \frac{BC^2}{4R^2} = 1,$$

$$BD^2 + BC^2 = 4R^2, \text{ но } BD^2 = BF^2 \Rightarrow$$

a), $CF^2 = 4R^2 = 1156,$

b), $BC = 16,$

$S_{ACF} = ?$

и $\frac{BC}{\cos \alpha} = 34, \quad \cos \alpha = \frac{16}{34} = \frac{8}{17},$

$\sin \alpha = \frac{15}{17}$

$\Rightarrow BD = \frac{15}{17} \cdot 34 = 30,$

к - точка пересечения

FB и AC.

$S_{CDF} = \frac{1}{2} CF \cdot FD \cdot \sin \angle CFD = \frac{1}{2} \cdot BF \cdot CD$

$\sin \angle CFD = \frac{30 \cdot 46}{30 \cdot 17 + 1156} = \frac{23}{578}$

$S_{CDF} = 23 \cdot 30 = \frac{1}{2} \cdot BF \cdot CD,$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 64827$, где $a, b, c, \dots$ — цифры числа.

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ - 63 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 723 \overline{) 3} \\ - 6 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

241

$$\begin{array}{r} 723 \overline{) 3} \\ - 6 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ - 6 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 4} \\ - 24 \\ \hline 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \overline{) 7} \\ - 28 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$64827 = 3^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7^2 = 3^5 \cdot 7^3$$

и где $m = 1$.

$$\begin{array}{r} 35 \overline{) 245} \\ - 24 \\ \hline 5 \end{array}$$

1 ко 1-ой позиции

$$\frac{6!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 2 = 10$$

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 9} \\ - 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

1 ко 2-ой позиции

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

$$\cos 7x + \cos 3x$$

$$\begin{aligned} 7x &= \alpha + \beta \\ 3x &= \alpha - \beta \end{aligned}$$

$$10x = 2\alpha$$

$$\alpha = 5x$$

$$\beta = 2x$$

$$\cos(5x+2x) + \cos(5x-2x) = \cos 5x \cos 2x - \sin 5x \sin 2x \dots = 2 \cos 5x \cos 2x$$

$$\sin(5x+2x) - \sin(5x-2x) = \sin 5x \cos 2x + \cos 5x \sin 2x$$

$$\cos 7x + \cos(5x-2x) =$$

$$7x = \alpha + \beta$$

$$7x = \alpha + \beta$$

$$\frac{7}{2}x = \alpha - \beta$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - (7x - \frac{\pi}{4})\right) =$$

$$\frac{7}{2}x = \alpha - \beta$$

$$\beta = 7x - \frac{\pi}{4}$$

$$= 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 3x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) =$$

$$3x = \alpha + \beta$$

$$\frac{\pi}{2} - 3x = \alpha - \beta$$

$$\frac{\pi}{2} = 2\alpha$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\beta = 3x - \frac{\pi}{4}$$

$$2 \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) - 2 \sin \frac{\pi}{4} \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

cos

$$2x - \frac{\pi}{4} = \alpha + \beta$$

$$\frac{\pi}{4} - 2x = \alpha - \beta$$

$$2x = \alpha$$

$$\beta = 2x - \frac{\pi}{4}$$

$$2. \cos 2x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 7x\right) + \cos 3x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 7x & \alpha &= \frac{\pi}{4} & \cos\left(\frac{\pi}{4} + (7x - \frac{\pi}{4})\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - (7x - \frac{\pi}{4})\right) &= \\ \alpha - \beta &= \frac{\pi}{2} - 7x & \beta &= 7x - \frac{\pi}{4} & &= 2\cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos(7x - \frac{\pi}{4}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} \alpha + \beta &= 3x \\ \alpha - \beta &= \frac{\pi}{2} - 3x \end{cases} & \quad 2\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \alpha = \frac{\pi}{4} \quad \beta = 3x - \frac{\pi}{4} & \quad \cos\left(\frac{\pi}{4} + (3x - \frac{\pi}{4})\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - (3x - \frac{\pi}{4})\right) &= \\ & & &= -2\sin\frac{\pi}{4} \sin(3x - \frac{\pi}{4}) \end{aligned}$$

$$\sqrt{2} \left[\cos(7x - \frac{\pi}{4}) - \sin(3x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x \right] = 0$$

$$\begin{aligned} \cos(7x - \frac{\pi}{4}) - \cos(\frac{\pi}{2} - (3x - \frac{\pi}{4})) & \quad \alpha + \beta = 7x - \frac{\pi}{4} & \quad 2\alpha = 4x + \frac{\pi}{2} \\ \cos(2x + \frac{\pi}{4} + 5x - \frac{\pi}{2}) - \cos(2x + \frac{\pi}{4} - (5x - \frac{\pi}{2})) & \quad \alpha - \beta = \frac{3\pi}{4} - 3x & \quad 2\alpha = 2x + \frac{\pi}{4} \\ & & \quad \beta = 5x - \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$= -2\sin(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos(4x + 3x - \frac{\pi}{4}) \quad \cos(\alpha + \beta) - \sin \beta + \cos \alpha = 0.$$

$$\cos \alpha (1 + \sin \beta) - \sin \beta (1 + \sin \alpha)$$

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta - \sin \beta + \cos \alpha = 0.$$

$$\cos \alpha = \cos(\frac{\pi}{2} - \beta).$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \beta}{2} + \frac{\alpha + \beta - \pi}{2}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \beta}{2} - \left(\frac{\alpha + \beta - \pi}{2}\right)\right) & \quad \begin{aligned} x + y &= \alpha \\ x - y &= \frac{\pi}{2} - \beta \end{aligned} \\ &= -2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) & \quad \begin{aligned} 2x &= \frac{\pi}{2} + \alpha - \beta \\ \alpha &= \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \beta}{2} \\ y &= \alpha - \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{\pi}{4} \end{aligned} \\ \cos(7x - \frac{\pi}{4}) - 2\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4}\right) &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 2x - \frac{\pi}{4} \\ \alpha - \beta &= \frac{\pi}{2} - 3x + \frac{\pi}{4} = \\ &= \frac{\pi}{4} - 3x \end{aligned}$$

$$2\beta = 4x \quad \beta = 2x \quad \alpha = 5x - \frac{\pi}{4}$$

$$\cos(2x + (5x - \frac{\pi}{4}))$$

$$2\alpha = 4x + \frac{\pi}{2} =$$

$$\alpha = 2x + \frac{\pi}{4}$$

$$\beta = 5x - \frac{\pi}{2}.$$

$$-2\sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cos(5x - \frac{\pi}{2}) + \cos 4x = 0.$$

$$\cos 4x = 2\sin(2x + \frac{\pi}{4}) \sin 5x$$

$$2\cos^2 2x - 1 = 2\left(\sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \sin 5x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + 7x\right) + \sin 7x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right) + \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{\pi}{2} + 7x & \alpha &= \frac{\pi}{4} & \alpha &= \frac{\pi}{4} + 7x & 2\sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \alpha - \beta &= 7x & & & & & \end{aligned}$$

$$\beta = 7x - \frac{\pi}{4}$$

$$2\sin\frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{4} - 3x)$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{\pi}{2} + 3x \\ \alpha - \beta &= 3x \\ \beta &= \frac{\pi}{4} & \alpha &= \frac{\pi}{4} + 3x \end{aligned}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \cos 4x = 0$$

$$2\cos 2x \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) + 2\cos^2 x - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{\pi}{4} - 7x \\ \alpha - \beta &= \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= \frac{\pi}{4} - 3x & 2\beta &= 4x & \beta &= 2x \\ \alpha - \beta &= \frac{\pi}{4} - 7x & \alpha &= \frac{\pi}{4} - 5x \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑤

$(8, 15), (-8, 15), (8, -15), (-8, -15)$

$y = -16, y = 16, y < -16 \Rightarrow -y - 16 + 16 - y = 16.$

$x = 6, x = -8, x = -8.$

$|16 + y| + |16 - y| = 16$

$y_1: -16 < y < 16 - \text{нет.}$

$y_2: 8, y > 16, y + 16 + y - 16 = 16, y = 8 - \text{нет.}$

$|y| + |y| = 16, 2|y| = 16, - \text{нет.}$

$\begin{cases} x + y \geq 0 \\ x - y \geq -8 \end{cases}$

$y \geq -x, y \leq x + 8.$

$x + 8 \geq -x - 8, x \geq -8.$

$2x + 16 = 16, x = 0.$

$y \geq -8, y \leq 8.$

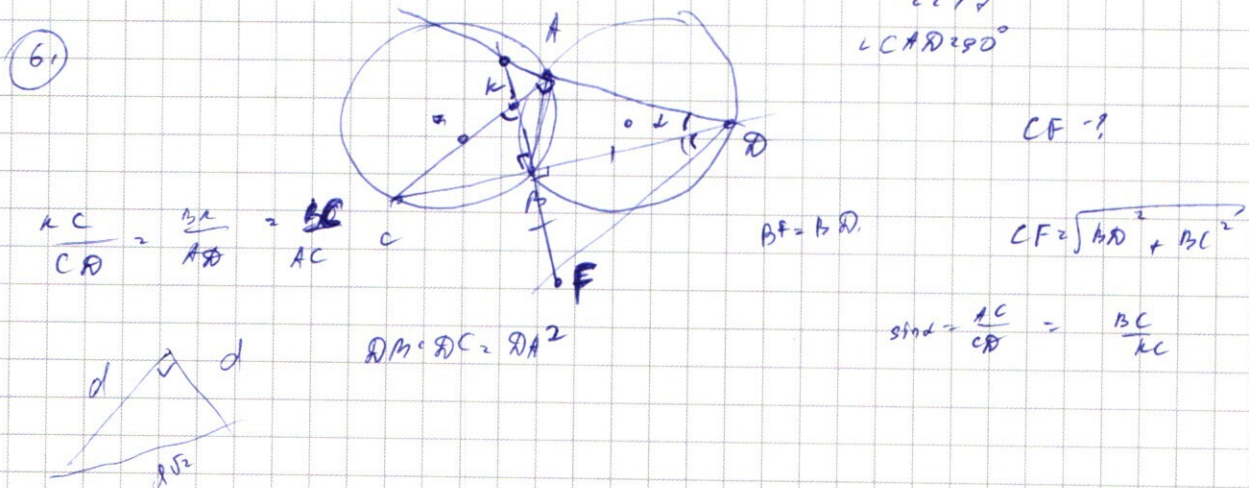
$-x - y - 8 + x - y + 8 = 16, -2y = 16, y = -8.$

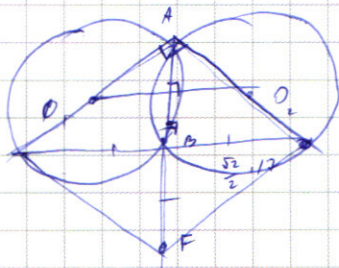
$x + y + 8 - x - y - 8 = 16, 0 = 16, \text{нет.}$

$x + y + 8 > 0, x - y + 8 < 0, x > -16, x < 0.$

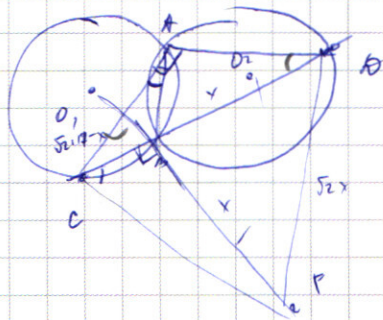
180°

$\frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$





$$135^\circ + x + 50^\circ + 90^\circ + 45^\circ$$



$$CF = x^2 + 1$$

$$\frac{135}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\sin 50^\circ} \quad \sqrt{2}x + \sqrt{x^2 + (135 - x)^2} \leq 17\sqrt{2}$$

$$\frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{CD}{\cos \alpha} = 2 \cdot \sin 34^\circ \cdot 34 = 22\sqrt{2}$$

$$BD \cdot CD = 34\sqrt{2}$$

$$CD = 34 \cos \alpha$$

$$34 \sin \alpha + 34 \cos \alpha = 34\sqrt{2}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \sqrt{2}$$

$$1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2$$

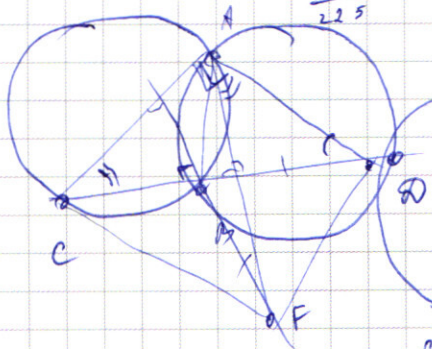
$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ \times 4 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\sin 2\alpha = 1, \quad 2\alpha = 90^\circ, \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\frac{CD^2}{34^2} + \frac{BD^2}{34^2} = 1$$

$$\begin{array}{r} 289 \\ - 64 \\ \hline 225 \end{array}$$



$$CH \cdot HD = AH^2$$

$$AB \cdot DC =$$

$$AH = \sqrt{CH \cdot HD}$$

$$CH + HD = CD$$

$$\sqrt{CH \cdot HD} \cdot CD = AC \cdot AD$$

$$S_{ACF} = ?$$

$$S_{CFD} = BF \cdot CD = \frac{1}{2} =$$

$$30 \cdot \frac{1}{2} = 46 \cdot 23 \cdot 30$$

$$\frac{BA}{AH} = \frac{BC}{CH} = \frac{BC \cdot HD}{AH^2}$$

$$BK = \frac{BC \cdot HD}{AH}$$

$$BK \cdot AH = BC \cdot HD$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2, 2t^2 + 2t (\cos \frac{\pi}{4} - 5x) - 1 = 0.$$

$$D = \cos^2(\frac{\pi}{4} - 5x) + 2$$

$$\cos 7x = \frac{-\cos(\frac{\pi}{4} - 5x) - \sqrt{\dots}}{2}$$

$$9z + 3x - 3x \geq 3^x + 4 \cdot 5^{2z}$$

$$(3) y^2 + 2xy - 3x^2 = 0.$$

$$D = x^2 + 3x^2 + 4x^2$$

$$y_1 = \frac{-x - 2x}{2} = -3x$$

$$(y + 3x)(y - x) + 4(3x + y) = 0.$$

$$9z - 3x - 3^x \geq 3y^2 = \frac{2^8(4-x)}{x}$$

$$2 \sin \frac{\pi}{4} \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$(3x + y)(y - x + 4) = 0.$$

$$\begin{cases} 1) y = -3x \\ 2) y - x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -6 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$-\frac{x^2}{y} < 0.$$

$$\text{или: } y < 0, x > 0.$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right) \ln(-y) = x^2 \ln(x y x^2)$$

$$\frac{1}{3} \ln 3x \cdot x^{6 \ln 3x} = x^{2 \ln(x y x^2)} 9x^3$$

$$\frac{1}{3} \ln 3x$$

$$\frac{48}{33} = \frac{164}{94}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 7x \\ \alpha - \beta = 3x \end{cases} \quad \alpha = 2x \quad \beta = 5x$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 5x \cos 2x$$

$$(2) \cos 7x + \cos 5x =$$

$$= 2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 5x \cos 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\begin{cases} 5x = \alpha + \beta \\ \frac{\pi}{2} - 5x = \alpha - \beta \end{cases}$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x + \sin 5x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \quad \beta = 5x - \frac{\pi}{4}$$

$$2 \cos 2x = 2 \cos \frac{\pi}{4} \cos(5x - \frac{\pi}{4}) + \sqrt{2} \cos 4x = 0.$$

$$2 \cos 2x \cos(5x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0.$$

$$2 \cos^2 2x + 2 \cos 2x \cos(5x + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0.$$

$$\cos(2x + 5x - \frac{\pi}{4}) + \cos(2x - (5x - \frac{\pi}{4}))$$

$$D = t^2 - 2.$$

$$\sin 7x - \sin 3x = \sin(5x + 2x) - \sin(5x - 2x)$$

$$\cos$$

$$\sin 7x + \sin(\frac{\pi}{2} + 5x) + \sin(\frac{\pi}{2} + 3x) - \sin 3x$$

$$2 \cos^2 x - 2 \sin x \cos x + 1$$

$$D = 2 \cos^2 x - 2 < 0.$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} + 7x$$

$$\alpha - \beta = 7x$$

$$\beta = \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = 7x + \frac{\pi}{4}$$

$$2 \sin(7x + \frac{\pi}{2}) \cos \frac{\pi}{4} + 2 \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} + 3x$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} + 3x$$

$$\alpha - \beta = 3x$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} \quad \alpha = \frac{\pi}{4} + 3x$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0.$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \alpha + \beta$$

$$3x + \frac{3\pi}{4} = \alpha - \beta$$

$$\begin{cases} 2\alpha = \pi + 3x \\ \beta = 2x = \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad \alpha = \frac{\pi}{2} + 5x$$

$$\sin(7x + \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{3\pi}{4} + 3x)$$

$$2 \sin(\frac{\pi}{2} + 5x) \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$[0; \frac{\pi}{2}]$$

$$[-2; 2]$$

$$\alpha + \beta = 5x$$

$$\alpha - \beta = 2x + \frac{\pi}{3}$$

$$\beta = \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{3}$$

$$z = \frac{2x + \frac{\pi}{3}}{2}$$

$$\frac{-x^2 \ln y}{y^{\ln y}} = y^{2 \ln x} \cdot x^{2 \ln y^2}$$

$$= x^{2 \ln(-y)} = y^{\ln(-y)},$$

$$3, (y+3x)(y-x) + 4(y+3x) = 0,$$

$$1, y = -3x, \quad 2, x - y = 4,$$

$$\ln 27x^3 = \ln \frac{9x^3}{3} = 9x^3 \cdot 3,$$

$$= \ln 9x^3 + \ln 3.$$

$$1, \left(\frac{x^6}{3}\right) \ln 3x = x^2 \ln 9x^3 = x^2 \ln 9 \cdot x^2 \ln x^3$$

$$3^{-\ln 3x} \cdot x^{\ln 3x} = x^2 (\ln 27x^3 - \ln 3)$$

$$y = -4,$$

$$3^{-\ln 3x} \cdot x^{\ln 3x} = x^2 \ln 3x \cdot x^{-2 \ln 3}$$

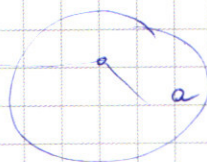
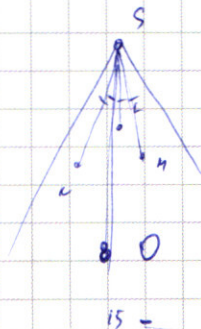
$$x - 4 < 0,$$

$$0 \leq x < 4$$

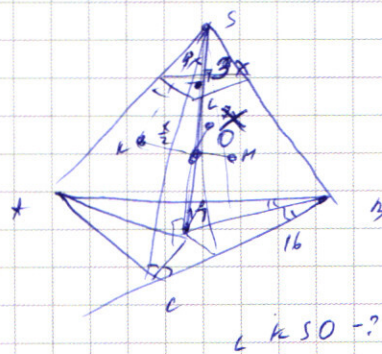
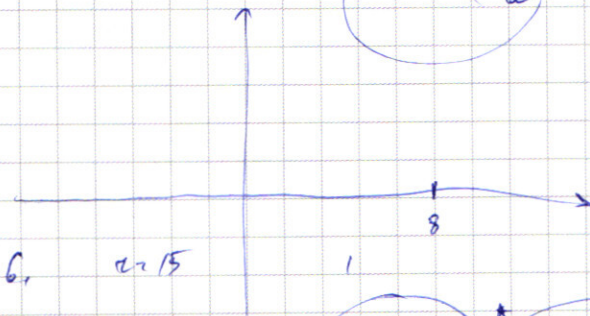
$$3^{\ln 3x} = x^{2 \ln 3}$$

$$2, x + y = 4,$$

14.



5,



$\angle KSO = ?$

$$x + y = -8$$

$$x - y = -8,$$

$$\text{или } y - x = 8$$

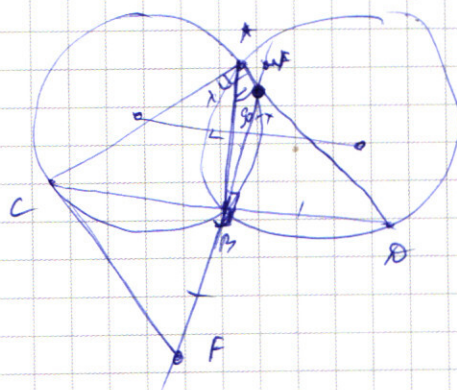
$$x + y = 8$$

6, $a = 15$

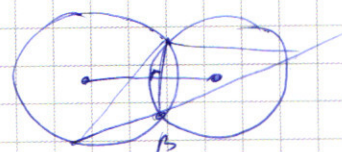
1

2

кас и к.м. $x, y > 0$.



$BF = BD$.

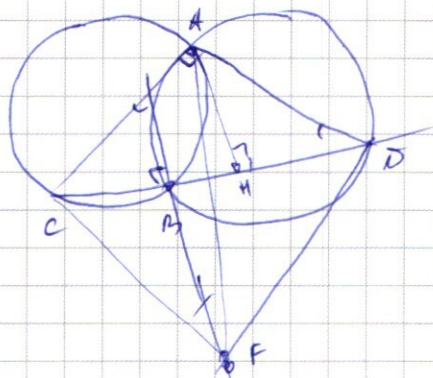


5, $a = 0$,

$$\begin{bmatrix} 8, 15 \\ -8, 15 \\ 8, -15 \\ -8, -15 \end{bmatrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6



SACF-3

$$BF = BD = 30.$$

C Pr 216.

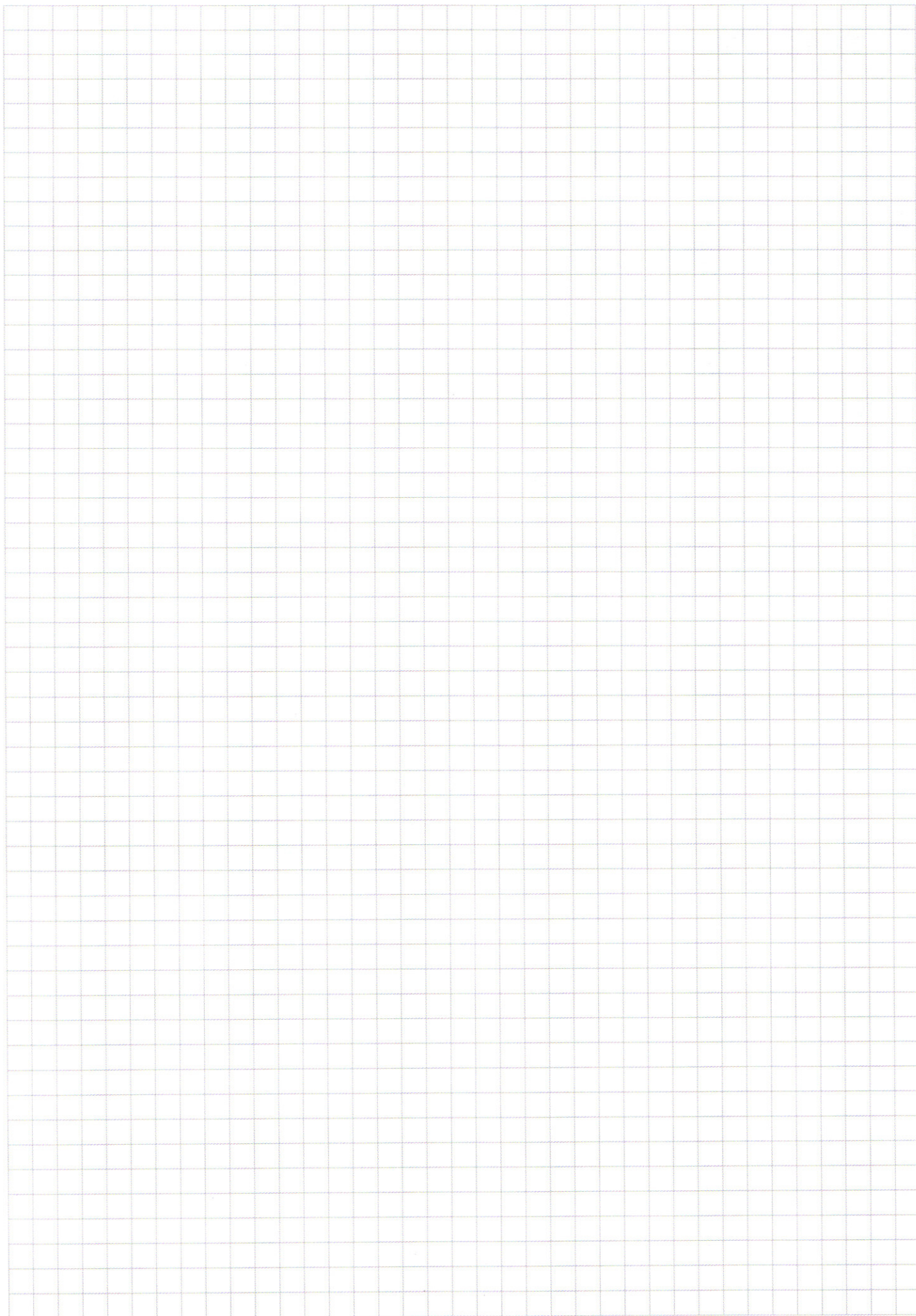
LCFD: $\frac{23}{5785}$

$$Al_2Si_2O_5(OH)_4$$

$$\frac{CB}{DH}, H$$

$$\frac{AH - CD}{2730} = \frac{AH}{BF}$$

27
25



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)