

Рег. №: М11-ТУ-0052Класс участия: 11 классМесто проведения: г. ТулаДата проведения: 22 февраля 2020 г.Время начала (местное): 11:00

ШК

(заполняется секретарём)



Олимпиада школьников

по математике

Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

<u>Орлов</u>	<u>Олег</u>	<u>Восильевич</u>	<u>31.03.2002</u>	<u>17 лет</u>
Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
<u>Российская Федерация</u>	<u>Тульская обл</u>	<u>г. Тула</u>	Населенный пункт	
Страна	Регион			
<u>Паспорт</u>	<u>70 16</u>	<u>648925</u>	<u>08.04.2016</u>	<u>710-002</u>
Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
<u>Российская Федерация</u>	<u>Тульская обл</u>	<u>г. Тула</u>	Населенный пункт школы	
Страна школы	Регион школы			
<u>11 класс</u>	<u>МБОУ-лицей № 2</u>	Полное название образовательного учреждения		
Класс обучения				
<u>+7 905 627 4045</u>	<u>Доп. телефон</u>	<u>oleg.ortovic@gmail.com</u>	E-mail	
Мобильный телефон				

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраля 2020 г.

Подпись участника олимпиады

Орлова Юлия Викторовна
 ФИО законного представителя

мать
 Степень родства

Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.

Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс



2 0 0 0 3 2 8 3

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1
1) Разложим 64827 на множители:

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 64827} \\ 3 \overline{) 4203} \\ 3 \overline{) 21609} \\ 3 \overline{) 7203} \\ 3 \overline{) 2401} \\ 7 \overline{) 343} \\ 7 \overline{) 49} \\ 7 \end{array} \quad 64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

2) Так, цифры любого числа $\in [0; 9]$, а
 $64827 = 3^3 \cdot 7^3 \cdot 1 = 9 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 1 \cdot 1$

То получаем 2 набора цифр для построения 8-ми значных чисел:

1) 1, 1, 9, 3, 7, 7, 7, 7

2) 1, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7.

3) Рассмотрим первый набор. В нём 8 цифр, из которых есть 2 "1" и 4 "7". Тогда кол-во перестановок 8-значных чисел, составленных из этого набора:

$$N_1 = \frac{8!}{2! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 = 56 \cdot 15$$

перестановки 1-х, дающие те-же числа перестановки 4-ок, дающие те-же числа

4) Рассмотрим второй набор. В нём 8 цифр, в которых 3 "3" и 4 "7". Тогда кол-во уникальных 8-значных чисел, из них соб., но аналогично с 1-ым набором:

$$N_2 = \frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 56 \cdot 5$$

5) Итого: $N = N_1 + N_2 = 56 \cdot 15 + 56 \cdot 5 = 56 \cdot 20 = 1120$

Ответ: 1120.

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^4}{y}\right)^{\ln(y)} = x^{\frac{\sqrt{3}}{2\ln(xy^2)}} & (1) \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} -y > 0 \\ xy^2 > 0 \\ -\frac{x^4}{y} > 0 \\ x > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$

8x

1) Рассмотрим уравнение (1):

$$\begin{aligned} \left(\frac{x^4}{-y}\right)^{\ln(y)} &= x^{\frac{\sqrt{3}}{2\ln(xy^2)}} \\ (-y)^{\ln(y)} \cdot x^{4\ln(y)} &= x^{\frac{\sqrt{3}}{2\ln(xy^2)}} \end{aligned}$$

Для ОДЗ $y > 0$, $e^{\ln(-y)} = (-y)$, $e^{\ln(x)} = x$, тогда:

$$e^{-\ln^2(y)} \cdot e^{4\ln x \cdot \ln(y)} = e^{\frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \cdot \ln(xy^2)}$$

$$4\ln x \cdot \ln(-y) - \ln^2(-y) = \frac{\sqrt{3}}{2} \ln x \cdot \ln(xy^2)$$

$$4\ln x \cdot \ln(-y) - \ln^2(-y) = \frac{\sqrt{3}}{2} \ln x (\ln x + 2\ln(y))$$

$$4\ln x \cdot \ln(-y) - \ln^2(-y) = \frac{\sqrt{3}}{2} \ln^2 x + 2\sqrt{3} \ln x \cdot \ln(y)$$

Если $\ln(-y) = b$, $\ln x = a$, то:

$$4ab - b^2 = 2a^2 + 4ab$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

Если искать корни отн. a , то:

$$D = 9b^2 - 8b^2 = b^2$$

$$\begin{cases} a = \frac{3b+b}{4} = b \\ a = \frac{3b-b}{4} = \frac{1}{2}b \end{cases} \quad \begin{cases} x = -y \\ x^2 = -y \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \ln x = \ln(-y) \\ \ln x^2 = \ln(-y) \end{cases} \quad \begin{cases} x = -y \\ x^2 = -y \end{cases} \quad (3)$$

2) Рассмотрим уравнение (2):

$$y^2 + 2xy + 4y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$$

Решая отн. y :

$$D = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1) = 16(x-1)^2$$

$$\begin{cases} y = \frac{-2x-4+4(x-1)}{2} = \frac{2x-8}{2} = x-4 \\ y = \frac{-2x-4-4(x-1)}{2} = \frac{-2x-4x}{2} = -3x \end{cases} \quad (4)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) Система $\begin{cases} x^2 = y \\ y = x - 4 \end{cases}$ преобразуется, тем же образом, в систему $\begin{cases} x = -y \\ x^2 = y \end{cases}$ (3), (4):

$$\begin{cases} x = -y \\ x^2 = y \\ y = x - 4 \\ y = -3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -y \\ y = x - 4 \\ y = -3x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -y \\ y = x - 4 \\ y = -3x \\ y = -x^2 \\ y = x - 4 \\ y = -3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -y \\ y = -2 \end{cases} \rightarrow x = 2; y = -2$$

$$\begin{cases} x = -y \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \text{не входит в ОДЗ } (y < 0)$$

$$\begin{cases} y = -x^2 \\ y = x - 4 \\ y = -3x \\ -x^2 = -3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \\ y = -x^2 \\ x^2 + x - 4 = 0 \quad D = 1 + 16 = 17 \\ y = -x^2 \\ x(x - 3) = 0 \quad | : x \neq 0 \text{ (ОДЗ)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \\ y = -\frac{17 - 2\sqrt{17} + 1}{4} = -\frac{9 - \sqrt{17}}{2} = \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \\ x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \\ y = -\frac{17 + 2\sqrt{17} + 1}{4} = -\frac{9 + \sqrt{17}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{17} + 1}{2} < 0, \text{ не входит в ОДЗ} \\ x = 3 \end{cases}$$

Ответ: $(2; -2), \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right), (3; -9)$

№ 5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \quad (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = \alpha \quad (2) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Найти все } \alpha, \text{ где} \\ \text{2 решения.} \end{array}$$

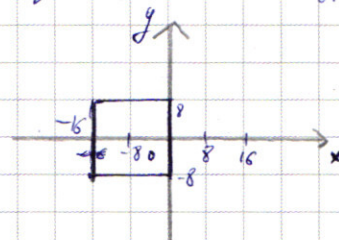
1) Рассмотрим уравнение (1), раскрыв модуль всеми возможными способами:

$$\begin{cases} \text{при } x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ x+y+8 + x-y+8 = 16 \rightarrow x = 0 \\ x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \\ -x-y-8 - x-y-8 = 16 \rightarrow x = -16 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \\ x+y+8 - x-y-8 = 16 \rightarrow y = 8 \\ x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ -x-y-8 + x-y+8 = 16 \rightarrow y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y \geq -8 \\ y \leq 8 \\ x=-16 \\ y \leq 8 \\ y \geq -8 \\ y=8 \\ x \geq -16 \\ x \leq 0 \\ y=-8 \\ x \geq 0 \\ x \geq -16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y \in [-8; 8] \\ x=-16 \\ y \in [-8; 8] \\ y=8 \\ x \in [-16; 0] \\ y=-8 \\ x \in [-16; 0] \end{cases}$$

Построив точки, удовлетворяющие данной совокупности на координатной плоскости, получим прямоугольник (квадрат):



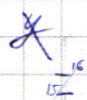
2) Рассмотрим уравнение (2): $(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = \alpha$

Как известно, уравнение $(x-m)^2 + (y-n)^2 = R^2$ задает окр. с центром в точке $(m; n)$ и радиусом R .

Тогда уравнение (2), за счет модулей, задает окр. с центром в точке $(8; 15)$, отраженную от н. оси абсцисс и ординат.

Тогда радиусом $\sqrt{\alpha}$. Тогда, оба уравнения на коор.

плоскости будут выглядеть так: (взять и построить);

 (см. рис. на странице 5)

По рисунку видно, что к 2-м решениям системы

приведут все значения $\alpha \in (\alpha_1; \alpha_2)$. лишь $\alpha = \alpha_2$

и $\alpha = \alpha_1$.

(При $\alpha = \alpha_2$ это точки $(-16; 0)$ и $(0; 0)$,
При $\alpha = \alpha_1$ это точки $(8; 8)$ и $(-8; -8)$)

1) α_1 вычислим из уравнения (2) в точке $y=8; x=8$:

$$\alpha_1 = (8-8)^2 + (8-15)^2 = 0 + 49 = 49$$

2) α_2 вычислим из уравнения (2) в точке $y=0; x=-16$:

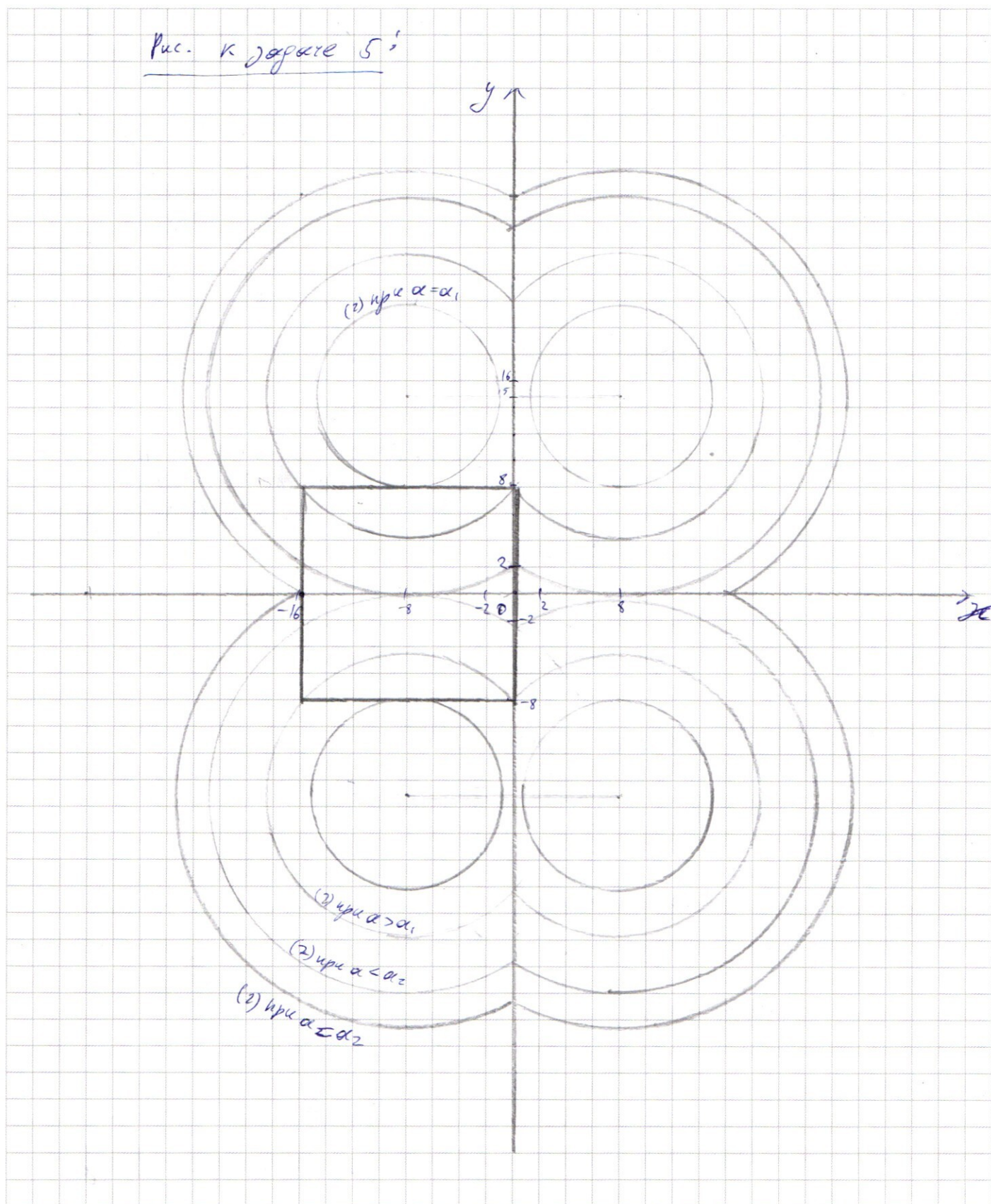
$$\alpha_2 = (16-8)^2 + (0-15)^2 = 64 + 225 = 289$$

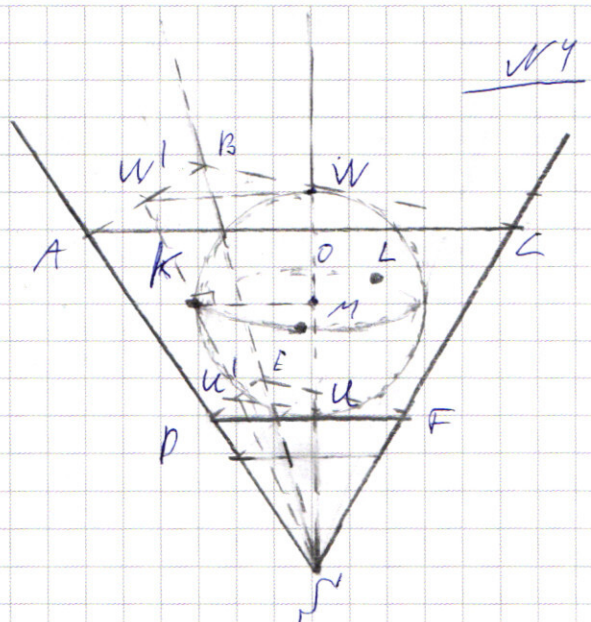
~~Ответ: $\alpha \in (49; 289)$~~

Ответ: $\alpha \in \{49\} \cup \{289\}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рис. к задаче 5:





Дано:
сфера $(O; R)$, вписанная
в трехгранный
угол $\angle EDF$

$\{L, M, K\}$ — сфера
 $\cap \text{сфера}(O; R) \cap \angle EDF$
 $L \in OK$

$$(ABC) \perp SO$$

$$DEF \perp SO$$

$\{ (ABC), (DEF) \}$ касательные к
сфере $(O; R)$

$$\sqrt{ABC} = 16$$

$$\sqrt{DEF} = 9$$

Найти: 1) $\angle KSO$
2) $\sqrt{KLM}$

Решение:

1) $\triangle ASB \subset \triangle DFE$:

1. $\angle DFE$ — острый

2. $DE \parallel AB$, т.к. $(ABC) \perp SO$, $(DEF) \perp SO \Rightarrow (ABC) \parallel (DEF)$,
но $DE \notin (ABC) \in (DEF)$,
 $AB \in (ABC)$, $DE \in (DEF)$.

$$\text{Значит, } \frac{\sqrt{DE}}{\sqrt{AB}} = \frac{DE}{AB} = k.$$

$$\text{Аналогично: } \triangle SEF \subset \triangle SBC \Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{EF}{BC} = k$$

$$\triangle FDS \subset \triangle CAS \Rightarrow \frac{SF}{SA} = \frac{FD}{CA} = k$$

Тогда $\triangle ABC \subset \triangle DEF$ по 3-м сторонам:

$$k \cdot \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{1}{k}$$

$$\text{Тогда } \frac{\sqrt{ABC}}{\sqrt{DEF}} = \left(\frac{1}{k}\right)^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow k = \frac{3}{4}$$

2) Пусть $SO \cap (DEF) = U$, $SO \cap (ABC) = W$, $WW' \parallel UU'$,

$$U' \in DE, W' \in AB, \text{ и } U' \in SW' \times X$$

Тогда, т.к. $WW' \parallel UU'$, то $\frac{WS}{US} = \frac{W'S}{U'S} = \frac{WU' + U'S}{U'S} = \frac{2R}{U'S} + 1$

$$\text{Т.к. } \triangle SDE \subset \triangle SAB \text{ с } k = \frac{3}{4}, \text{ то } \frac{W'S}{U'S} =$$

$$= \frac{1}{k} = \frac{4}{3}, \text{ тогда } \frac{2R}{U'S} + 1 = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{R}{U'S} = \frac{1}{6}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

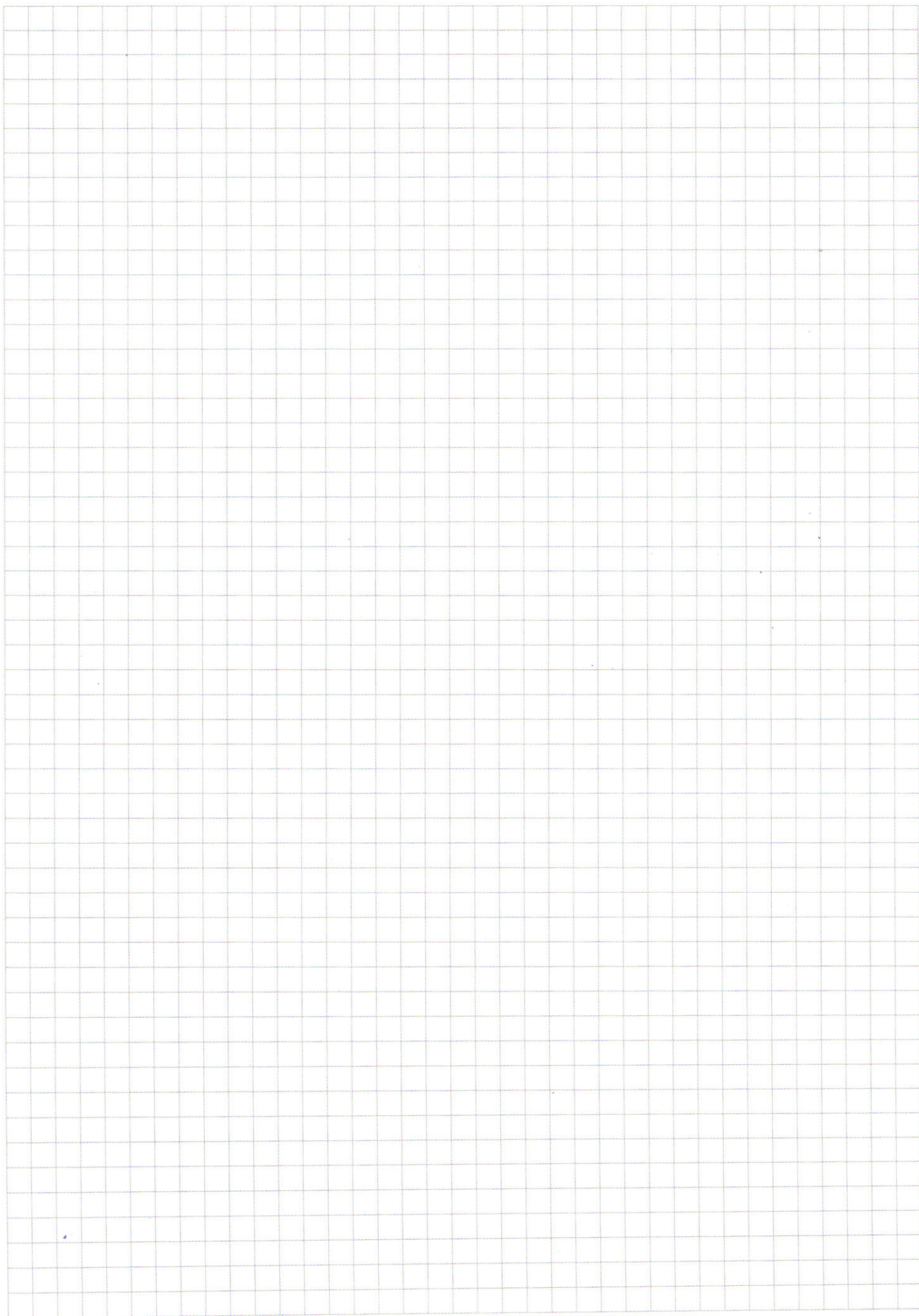
3) $\triangle SKO'$ — прямоугольный:

$$SO = KS + KO = KS + R = 4R - 4R$$

$$KO = R$$

$$\text{Тогда } \sin \angle KSO = \frac{KO}{OS} = \frac{R}{4R} = \frac{1}{4}$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{4}$.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

W5

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x+8|)^2 - (|y-8|)^2 = \alpha \end{cases}$$

Квадрат (похожу) $\frac{x+8}{y-8}$

$$\frac{x+8}{y-8} = \frac{16}{22.5}$$

$$\begin{cases} x+y+8=0 \\ x-y+8=0 \\ x+y-8=0 \\ x-y-8=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |y+8| + |8-y| = 16 \\ y+8 + y+8+8-y = 16 \\ 16 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x+y-8 \leq 0 \\ x+y+8 \leq 0 \\ x+y-8 \geq 0 \\ -8-y-x - x-8+y = -16 \Rightarrow x = -16 \\ x+y+8 \geq 0 \\ x+y-8 \leq 0 \\ x+y+8 - x-y-8 = -16 \Rightarrow y = 8 \\ x+y+8 \leq 0 \\ x+y-8 \geq 0 \\ -x-y-8 + x+y-8 = -16 \Rightarrow y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+8 \geq 0 \\ 8-y \geq 0 \\ x=0 \\ y-8 \leq 0 \\ -8-y \leq 0 \\ x=-16 \\ x \geq -16 \\ x \leq 0 \\ y=8 \\ x \leq 0 \\ x \geq -16 \\ y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y \in [-8; 8] \\ x=-16 \\ y \in [-8; 8] \\ y=8 \\ x \in [-16; 0] \\ x \in [-16; 0] \\ y=-8 \end{cases}$$



2) $x=0$ ($y \in [-8; 8]$) или $x=-16$ ($y \in [-8; 8]$)

$$\alpha \in [\alpha_1; \alpha_2] =$$

$$\alpha \in [113; 285]$$

$$\begin{aligned} 64 + (|y-15|)^2 &= \alpha \\ 64 + y^2 - 30|y| + 225 &= \alpha \\ |y|^2 - 30|y| + 225 - \alpha &= 0 \\ L &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y=8, x=0 \\ 64 + 16 &= \alpha_2 \\ 16 - 16, |y|=0 \\ 64 + 15^2 &= \alpha_1 \end{aligned}$$

W6



W7

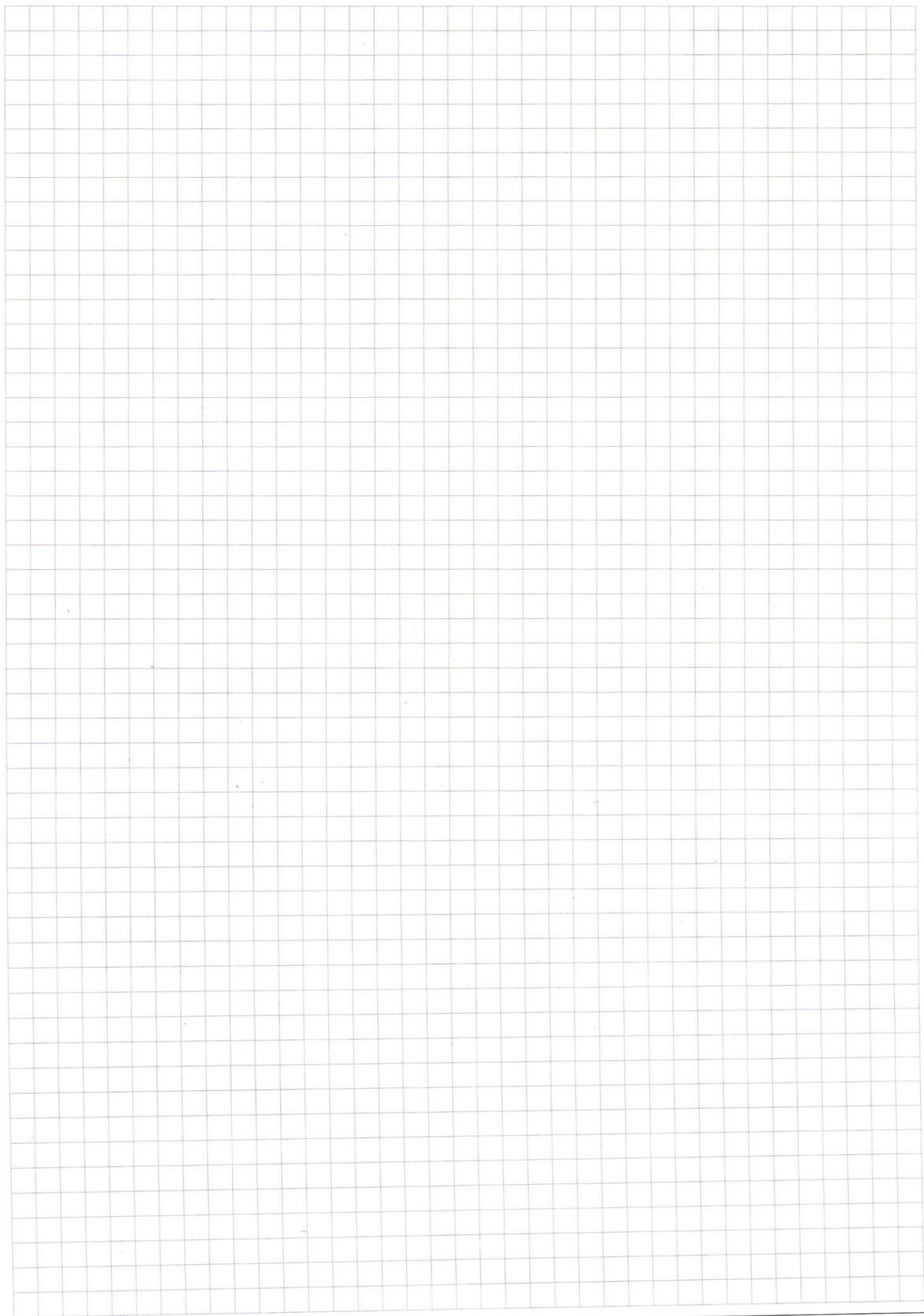
$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3(3^x - 1)x$$

Кол-во урн x : $93 + 3(3^x - 1)x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} =$

$$= 93 + 3^{28}x - 3x - 3^x - 4 \cdot 3^{28} =$$

$$= 93 + 3^{28}(x-1) - 3x - 3^x \geq 1$$

$$3^x + 3x - 3^{28}x \leq 92 - 4 \cdot 3^{28}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2\cos 5x + 2\cos 2x - 2\sin 2x = 0$$

$$2\cos 5x + \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 2x = 0$$

$$2\cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2\cos 5x = -\cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$2\cos 5x = \cos(2x + \frac{5\pi}{4})$$

$$2\cos 5x = \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$$

$$(-y+1)^{\ln(y)} \cdot x^{4\ln(y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$(-y)^{-\ln(y)} \cdot x^{4\ln(y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\frac{1}{(-y)^{\ln(y)}} \cdot x^{4\ln(y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$(-y)^{-\ln(y)} \cdot x^{4\ln(y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + 2xy + x^2 + 12x + 4y - 4x^2 = 0$$

$$(x+y)^2 + 4(x+y) + 8x - 4x^2 = 0$$

$$y^2 + 2xy + 4y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$y^2 + y(2x+4) + 3x(4-x) = 0$$

$$D = (2x+4)^2 + 12x^2 - 48x = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 = 16(x^2 - 2x + 1) = 16(x-1)^2$$

$$y = \frac{-2x-4 \pm 4(x-1)}{2} = \frac{-2x-4 \pm 4x-4}{2} = x-4$$

$$y = \frac{-2x-4 - 4(x-1)}{2} = \frac{-2x-4-4x+4}{2} = -3x$$

$$\begin{cases} (-\frac{x^4}{y})^{\ln(y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y = x-4 \\ (-\frac{x^4}{y})^{\ln(y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y = -3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-\frac{x^2}{x-y})^{\ln(x-y)} = x^{2\ln(x(x-y)^2)} \\ y = x-4 \\ (\frac{x^6}{3})^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)} \\ y = -3x \end{cases}$$

$$2\ln(xy^2) = 2(\ln x + \ln(y^2)) = 2(\ln x + 2\ln(y)) = 2\ln x + 4\ln(y)$$

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{u^4}\right) \ln(4-x) = x^{2\ln(x(x-y)^2)} \\ y = x-y \\ \left(+\frac{x^6}{3}\right) \ln(3x) = x^{2\ln(9x^3)} \\ y = -3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{4-x}\right) \ln(4-x) = x^{2\ln(x(x-y)^2)} \\ y = x-y \\ \left(\frac{x^6}{3}\right) \ln(3x) = x^{2\ln(9x^3)} \\ y = -3x \end{cases}$$

$$\left(\frac{x^4}{4-x}\right) \ln(4-x) = x^{2\ln(x(x-y)^2)}$$

$$x^{4\ln(4-x)} = (4-x)^{\ln(4-x)} \cdot x^{2\ln x + 4\ln(4-x)}$$

$$\begin{aligned} 3\ln x \ln(4-x) &= \ln^2(4-x) \cdot 2\ln^2 x \\ 3\ln x \cdot \ln(4-x) &= \ln^2(4-x) + 2\ln^2 x \\ \ln^2(4-x) - 3\ln x \cdot \ln(4-x) + 2\ln^2 x &= 0 \end{aligned}$$

$$\ln^2(4-x) - 3\ln x \cdot \ln(4-x) + 2\ln^2 x = 0$$

$$d = 9\ln^2 x - 8\ln^2 x = \ln^2 x$$

$$\begin{cases} \ln(4-x) = \frac{3\ln x + \ln x}{2} = 2\ln x \\ \ln(4-x) = \frac{3\ln x - \ln x}{2} = \ln x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln(4-x) = \ln x^2 \\ \ln(4-x) = \ln x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4-x = x^2 \\ 4-x = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x - 4 = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

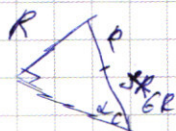
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{25}-1}{2} \\ x = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \text{ - не подходит} \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{25}-1}{2} \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 - \frac{\sqrt{25}-1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{25}-9}{2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{81}}{2} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{x^4}{-y}\right) \ln(y) &= \ln^2(xxy^2) \\ -\ln(y) \cdot \ln(y) &= \ln^2(xxy^2) \\ 4\ln x \cdot \ln(y) - \ln^2(y) &= \ln^2(xxy^2) \end{aligned}$$

WY

$$\frac{x+y}{x} = 1 + \frac{y}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x \Rightarrow 2R = \frac{1}{3}x \Rightarrow x = 6R$$



$$\sin \alpha = \frac{R}{\frac{1}{3}x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} \cancel{y} 2 \cancel{4} 0 1 \\ \phantom{\cancel{y}} \phantom{\cancel{4}} 3 \\ \hline 7203 \end{array}$$

[illegible]

$$\begin{array}{r} 7 7203 \\ 8 \\ \hline 69827 \end{array}$$

~~2701/4~~

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ \underline{-21} \\ 30 \\ \underline{-28} \\ 21 \\ \underline{-21} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \underline{343} \\ 28 \\ \underline{63} \\ 53 \\ \underline{50} \\ 3 \\ \underline{3} \\ 0 \end{array} \quad 9 = 7 \cdot 4$$

$$\begin{array}{r} \times 4203 \\ 3 \\ \hline 21609 \end{array}$$

4.020
333 777

$$64824 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$$N = \frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{8 \cdot 3 \cdot 65}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6} =$$

$$= 845 = 565 =$$
$$= 250 + 30 =$$
$$= 280$$

~~1 3 3 3 4 4 4 4~~
~~2 1 2 2 3 3 4 4~~

OTBET: 280

42.

$$8 \quad \cos 4x + \cos 3x + \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos x + \cos y = \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2} \right) =$$

~~$$\frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right) \left(\cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \right) =$$~~

$$= (\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{y}{2})^2 + \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{y}{2} \cdot \cos \frac{y}{2} - \dots - (\sin \frac{x}{2} \sin \frac{y}{2})^2 =$$

$$= (\cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2})^2 - (\sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2})^2 = \cos^2 \frac{\pi}{2} \cdot \cos^2 \frac{\pi}{2} - (1 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{2}) =$$

$$= \cancel{\cos \frac{2\pi}{2}} \cdot \cancel{\cos \frac{2\pi}{2}} - 1 + \cos \frac{2\pi}{2} + \cos \frac{2\pi}{2} - \cancel{\cos \frac{2\pi}{2}} \cdot \cancel{\cos \frac{2\pi}{2}} =$$

$$= \cos^2 \frac{\pi}{2} + \cos^2 \frac{\pi}{2} - 1 = \cos^2 \frac{\pi}{2} - \sin^2 \frac{\pi}{2} = \cos^2 \frac{\pi}{2} - \cos^2 \frac{\pi}{2}$$

$$= \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{y}{2}$$

$$\cos 7x + \cos 3x = \cos(3x+4x) + \cos 3x = \cos 3x \cdot \cos 4x - \sin 3x \cdot \sin 4x + \cos 3x$$

$$= \cos 3x (\cos 4x + 1) - \sin 3x \cdot \sin 4x$$

$$\cos 7x + \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\begin{aligned} \cos x + \cos y &= \cos\left(\frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2}\right) + \cos\left(\frac{y+x}{2} - \frac{y-x}{2}\right) = \\ &= \cos\left(\frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2}\right) + \cos\left(\frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2}\right) = \\ &= \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} - \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} + \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} + \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} = \\ &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin x - \sin y &= \sin\left(\frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2}\right) - \sin\left(\frac{y+x}{2} - \frac{y-x}{2}\right) = \\ &= \sin\left(\frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2}\right) - \sin\left(\frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{2}\right) = \\ &= \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} + \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} - \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} + \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} = \\ &= 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2} \end{aligned}$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 2x (\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x) + \sqrt{2} \sin 2x (\sqrt{2} \cos 5x - \sin 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos^2 2x + 2 \sin 2x \cos 2x - \sin^2 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 \rightarrow \text{решим} \\ 2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{2} (\cos(3x+2x) + \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} (\cos 3x + \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin 2x) + \cos 2x - \sin 2x = 0 \\ \sqrt{2} \cos 3x + \cos 2x + \cos 2x - \sqrt{2} \sin^2 2x - \sin 2x = 0 \\ \sqrt{2} \cos 3x + 2 \cos 2x - \sqrt{2} \sin^2 2x - \sin 2x = 0 \end{aligned}$$