МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

[redacted] [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

проверка кучи корней

[redacted] [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

[redacted] [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

[redacted] [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

[redacted] [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$$\left(\frac{-x^7}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln\left(x(x-4)^2\right)}$$

$$\frac{x^{7\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{2\ln\left(x(x-4)^2\right)}$$

$$x^{\ln(4-x)^7 - \ln\left(x(x-4)^2\right)^2} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{\ln\frac{(4-x)^7}{x^2(x-4)^4}} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{\ln\frac{(4-x)^3}{x^2}} = (4-x)^{\ln(4-x)} = t$$

$$\ln\frac{(4-x)^3}{x^2} = \log_x t$$

$x-4=$

$=\frac{\sqrt{17}-1}{2}-4^{12}=$

$=\frac{\sqrt{17}-9}{2}$

$3-2=1$

$3-1=2$

$$\frac{(4-x)^3}{x^2} = e^{\log_x t}$$

$$\frac{(4-x)^3}{x^2} = e^{\log_x(4-x)\cdot\ln(4-x)}$$

$x^2+x-4=0$

$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+16}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

$$\frac{(4-x)^3}{x^2} = (4-x)^{\log_x(4-x)}$$

$$\frac{x^2}{(4-x)^3} = x$$

$\log_x(4-x) = \log_{(4-x)}\frac{(4-x)^3}{x^2}$

$\log_x(4-x) = 3-\log_{(4-x)}x^2$

$(4-x)^{\log_x 4-x}$

$\frac{-1\pm\sqrt{1+16}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$ $\quad (4-x)^{\frac{1}{\log_{(4-x)}x}}$

$$\begin{cases}\frac{(4-x)^3}{x^2}=t\\ (4-x)^{\log_x(4-x)}=t\\ \log_x(4-x)=\log_{(4-x)}t\end{cases}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\cos 5x \sin 2x + \sqrt{2}\cos 4x = 0 \quad |:2>0$

(согласно формулам, выведенным справа)

$\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x \quad |^2$ ⊛

$\cos^2 5x(\cos^2 2x + \sin^2 2x + 2\sin 2x\cos 2x) = \frac{1}{2}\cos^2 4x \quad |\cdot 2>0$

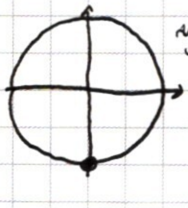
$2\cos^2 5x(1+\sin 4x) = \cos^2 4x$ (по осн. тр. тожд. и ф-ле $\sin 2t$)

$2\cos^2 5x(1+\sin 4x) = 1 - \sin^2 4x$ (по осн. тр. тожд.)

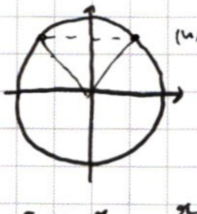
$2\cos^2 5x(1+\sin 4x) = (1-\sin 4x)(1+\sin 4x) \Rightarrow (1+\sin 4x)(2\cos^2 5x - 1 + \sin 4x) = 0$

$(1+\sin 4x)(\cos 10x + \sin 4x) = 0$ (по ф-ле $\cos 2t$)

$\left[\begin{array}{l}\sin 4x = -1\\ \cos 10x = -\sin 4x\end{array}\right.$ $\quad\left[\begin{array}{l}4x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n\in\mathbb{Z}\\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right) = \sin(-4x)\end{array}\right.$ $\quad\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{2} - 10x = -4x + 2\pi n\\ \frac{\pi}{2} - 10x = \pi + 4x + 2\pi n \quad, n\in\mathbb{Z}\\ 4x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\end{array}\right.$



для 4x



(иллюстрация 2-х случаев равенства синусов)

$\left[\begin{array}{l}6x = \pi/2 + 2\pi n\\ 6x = -\pi/2 + 2\pi n \quad, n\in\mathbb{Z}\\ 4x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\end{array}\right.$ $\quad\left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}n\\ x = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}n \quad, n\in\mathbb{Z}\\ x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n\end{array}\right.$ (их тоже проверим)

$\cos\frac{15\pi}{8}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + \sin\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\frac{3\pi}{2}$ ✓

$\cos\frac{35\pi}{8}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + \sin\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\frac{7\pi}{2}$ ✓

...

(каждый раз $\cos\beta + \sin\beta = 0 \Rightarrow$ лев. часть $= 0$; $\cos\theta = 0 \Rightarrow$ пр. часть $= 0$)

(и ост. корни до $n=5$) подходят)

Ответ: $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}n$, $\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2}n$, $n\in\mathbb{Z}$.

$\begin{cases}\cos(\overbrace{\alpha+\beta}^{=x}) = \cos\alpha\cos\beta - \cancel{\sin\alpha\sin\beta}\\ \cos(\underbrace{\alpha-\beta}_{=y}) = \cos\alpha\cos\beta + \cancel{\sin\alpha\sin\beta}\end{cases} +$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$

$\begin{cases}\sin(\overbrace{\alpha+\beta}^{=x}) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta\\ \sin(\underbrace{\alpha-\beta}_{=y}) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta\end{cases} -$

$\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

⊛ проверка корней:

$\underset{>0}{\cos\frac{5\pi}{12}}\left(\underset{>0}{\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}}\right) = \underset{<0}{-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\frac{\pi}{3}}$ ✗

$\underset{>0}{\cos\frac{25\pi}{12}}\left(\underset{<0}{\cos\frac{5\pi}{6} + \sin\frac{5\pi}{6}}\right) = \underset{>0}{-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\frac{5\pi}{3}}$ ✗

$\cos\frac{15\pi}{4}\left(\cos\frac{3\pi}{2} + \sin\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 3\pi$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(0-1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot(-1)$ ✗ ...

(и ост. корни до $n=5$) подходят)

✓ $\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right)\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

✓ $\cos\frac{5\pi}{4}\left(\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\pi$

✓ $\cos\frac{35\pi}{12}\left(\cos\frac{7\pi}{6} + \sin\frac{7\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\frac{7\pi}{3}$

...

№1.

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$. Пусть x — восьмизначное число, произв. цифр которого $= 3^3 \cdot 7^4$. Тогда среди цифр x есть ровно 4 семерки. Оставшиеся четыре цифры могут быть либо $\{3, 3, 3, 1\}$, либо $\{9, 3, 1, 1\}$. Других вариантов нет, т.к. $\forall$ цифра ≤ 9 и ≥ 1.

$N_{\text{чисел первого типа}} = C_5^3 \cdot 8$, ведь $\forall$ тройку можно поставить в начало, в конец или между семерками, а единицу — между новыми цифрами, в начало или в конец.

$|7|7|7|7|$ (рис. 1)

$N_{\text{чисел второго типа}} = C_5^2 \cdot 7 \cdot 8$. Логика такая же, но теперь 2 единицы, единственная тройка и единственная девятка.

$N_{\text{всех}} = 8 \cdot 10 + 7 \cdot 8 \cdot 10 = 640$

Ответ: 640 чисел.

№3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

Ограничения:
$xy^2 > 0 \Rightarrow x > 0$
$-y > 0 \Rightarrow y < 0$

$(y + 3x)(y - x + 4) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} y = -3x \quad \text{I} \\ y = x - 4 \quad \text{II} \end{array}\right.$$

I $\underline{y = -3x}$

$$\left(\frac{-x^7}{-3x}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(x \cdot 9x^2)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2\ln(9x^3)}$$

$$x^{6\ln 3x} = 3^{\ln 3x} \cdot x^{2\ln(9x^3)} \quad \Big| : x^{2\ln 9x^3} > 0$$

$$x^{\ln\frac{3^6x^6}{81x^6}} = 3^{\ln 3x}$$

$$x^{\ln 9} = 3^{\ln 3x}$$

$$\begin{cases} x^{\ln 9} = t \\ 3^{\ln 3x} = t \end{cases} \quad \begin{array}{l} \ln 3x = \log_3 t \\ e^{\log_3 t} = 3x \end{array}$$

$$e^{\log_3 x \cdot \ln 9} = 3x \Rightarrow 9^{\log_3 x} = 3x$$

$$x^2 = 3x \quad |:x > 0 \qquad \boxed{x = 3} \qquad \boxed{y = -9}$$

II $\underline{y = x - 4}$, $x \ne 4$ (иначе $y = 0$)

$$\left(\frac{x^7}{4-x}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x(x-4)^2)}$$

$$\frac{x^{7\ln(4-x)}}{(4-x)^{\ln(4-x)}} = x^{2\ln(x(x-4)^2)}$$

$$x^{\ln(4-x)^7 - \ln(x^2(x-4)^4)} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{\ln\frac{(4-x)^7}{x^2(4-x)^4}} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$x^{\ln\frac{(4-x)^3}{x^2}} = (4-x)^{\ln(4-x)}$$

$$\begin{cases} x^{\ln\frac{(4-x)^3}{x^2}} = t \\ (4-x)^{\ln(4-x)} = t \end{cases} \quad \begin{array}{l} \ln\frac{(4-x)^3}{x^2} = \log_x t \\ \frac{(4-x)^3}{x^2} = e^{\log_x t} \end{array}$$

$$\frac{(4-x)^3}{x^2} = e^{\log_x(4-x) \cdot \ln(4-x)}$$

$$\Rightarrow \frac{(4-x)^3}{x^2} = (4-x)^{\log_x(4-x)} \quad \Big| \log_{4-x}$$

$$\log_{4-x}\frac{(4-x)^3}{x^2} = \log_x(4-x)$$

продолж. на 3 стр. →

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

$\log_{4-x}(4-x)^3 - \log_{4-x}(x^2) = \log_x(4-x) \Rightarrow 3 - 2\log_{4-x} x = \log_x(4-x)$

Пусть $\log_x(4-x) = q$. Тогда $3 - \frac{2}{q} = q \quad |\cdot q \qquad 3q - 2 = q^2 \qquad q^2-3q+2=0$

$q_{1,2} = \frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2} = \frac{3\pm1}{2}$ $\left[\begin{array}{l} q=2 \\ q=1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \log_x(4-x)=2 \\ \log_x(4-x)=1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2=4-x \\ x=4-x \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2} \\ x=2 \end{array}\right.$ $\left(x>0 \Rightarrow x=\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)$

$y = x-4 \Rightarrow \boxed{x=2}, \boxed{y=-2}$

$\boxed{x=\frac{\sqrt{17}-1}{2}}; \boxed{y=\frac{\sqrt{17}-9}{2}}$

Ответ:

x	3	2	$\frac{\sqrt{17}-1}{2}$
y	-9	-2	$\frac{\sqrt{17}-9}{2}$

№5

2 реш. от a-?
$$\begin{cases} |x+y+8| + \underbrace{|x-y+8|}_{=|y-x-8|} = 16 \quad (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \quad (2) \end{cases}$$

(1) $|y-(-x-8)| + |y-(x+8)| = 16$

I $\begin{cases} y \geq (-x-8) \\ y \geq (x+8) \end{cases}$ $y+\cancel{x}+\cancel{8}+y-\cancel{x}-\cancel{8}=16$ $\quad 2y=16 \Rightarrow \underline{y=8}$

II $\begin{cases} y \geq (-x-8) \\ y < (x+8) \end{cases}$ $\cancel{y}+x+\cancel{8}+x+8-\cancel{y}=16$ $\quad 2x=0 \Rightarrow \underline{x=0}$

III $\begin{cases} y < (-x-8) \\ y \geq (x+8) \end{cases}$ $-x-8-\cancel{y}+\cancel{y}-x-8=16$ $\quad -2x=32 \quad \underline{x=-16}$

IV $\begin{cases} y < (-x-8) \\ y < (x+8) \end{cases}$ $-\cancel{x}-\cancel{8}-y+\cancel{x}+\cancel{8}-y=16$ $\quad -2y=16 \quad \underline{y=-8}$

График — квадрат с вершинами $(0;8)$, $(0;-8)$, $(-16;8)$, $(-16;-8)$

(см. на странице 4)

Ответ: 49; 289.

(2) $(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \quad (a>0)$

I $\begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$ $(x-8)^2+(y-15)^2=a$ — дуга окруж. с центром в $(8;15)$ радиуса $\sqrt{a}$

II $\begin{cases} x<0 \\ y\geq 0 \end{cases}$ $(-x-8)^2+(y-15)^2=a$, $(x+8)^2+(y-15)^2=a$ — дуга окр. с ц. в $(-8;15)$ рад. $\sqrt{a}$

III $\begin{cases} x<0 \\ y<0 \end{cases}$ $(-x-8)^2+(-y-15)^2=a$, $(x+8)^2+(y+15)^2=a$ — дуга окр. с центром $(-8;-15)$ рад. $\sqrt{a}$

IV $\begin{cases} x\geq 0 \\ y<0 \end{cases}$ $(x-8)^2+(-y-15)^2=a$, $(x-8)^2+(y+15)^2=a$ — дуга окр. с ц. $(8;-15)$ рад. $\sqrt{a}$

График — дуги (или целые окружности при некоторых a) четырех окружностей с центрами $(8;15)$, $(-8;15)$, $(-8;-15)$, $(8;-15)$

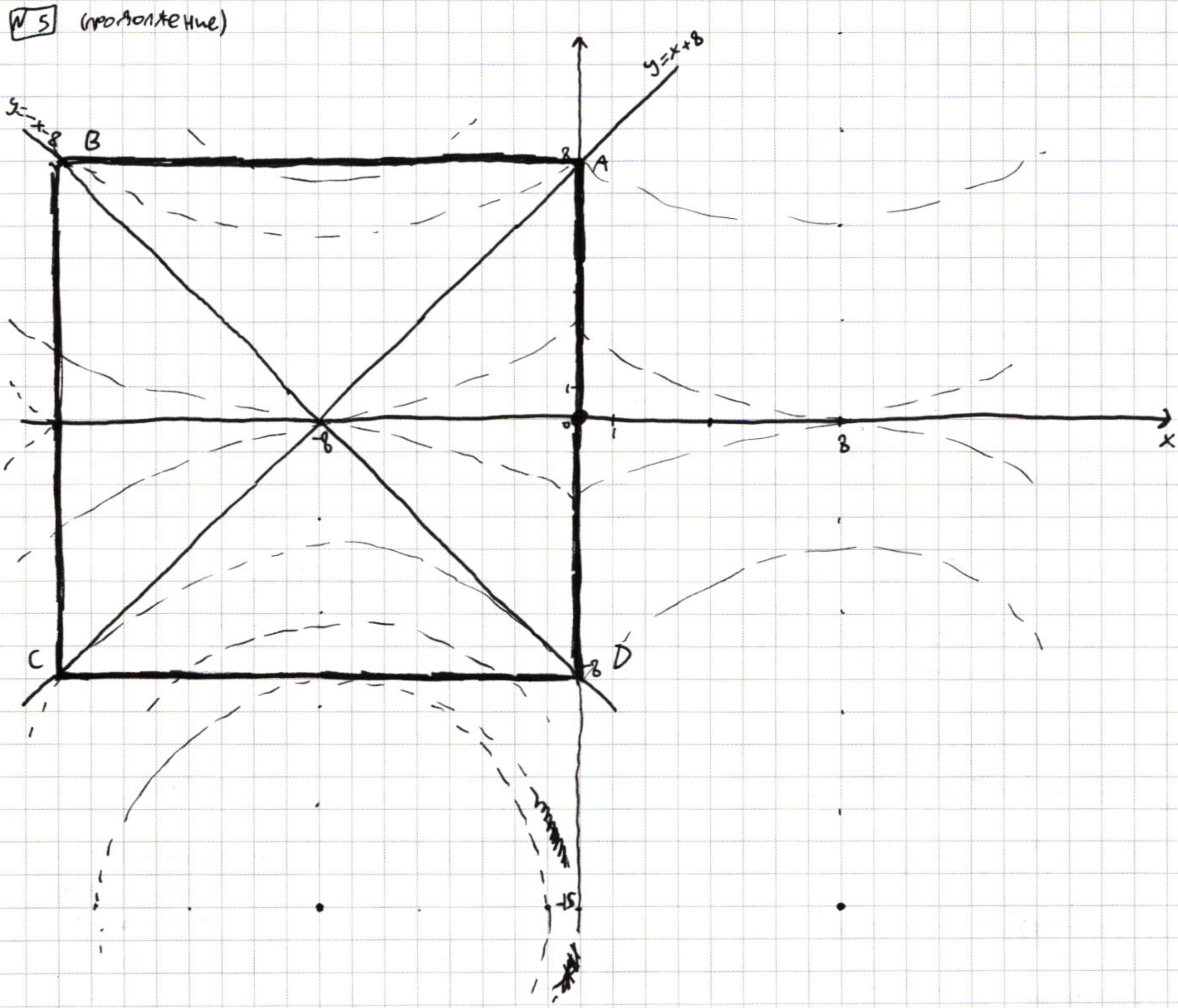
(см. на странице 4)

Система имеет 2 решения когда

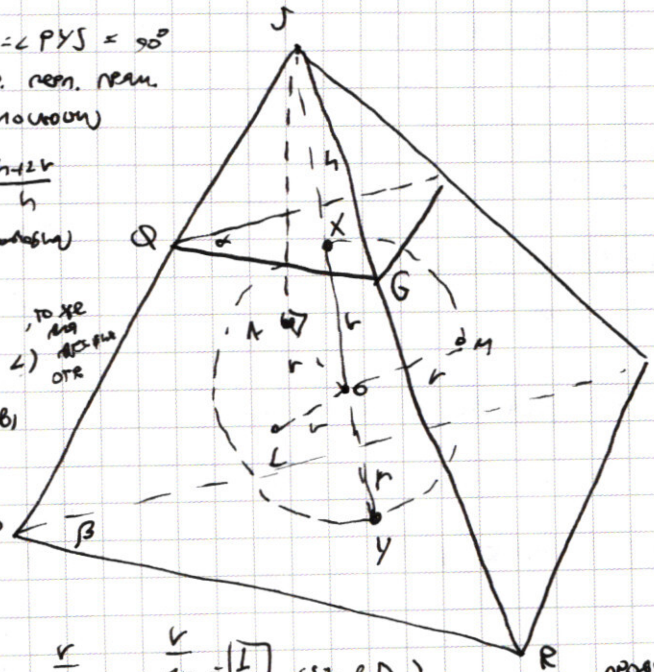
1) окружности в II и III четвертях кас. квадрата, две другие не достают $(\sqrt{a}=7,\ a=49)$

2) окружности пересекают BC и AD в середине ($a = 8^2+15^2 = 289$ (по теор. Пиф.)

$\boxed{№5}$ (продолжение)



$\boxed{№4}$ Пусть радиус сферы $= r$, расстояние от S до точки касания сферы и ближней к S плоскости $= h$. Плоскости кас. ω — это α и β



1) $SX \perp \alpha$ (по усл.) $\Rightarrow \angle QXS = \angle PYS = 90^\circ$
$SY \perp \beta$ (по усл.) (по опр. перп. прям. и плоскости)
$\alpha \parallel \beta$ (по усл.)

2) $\triangle QXS \sim \triangle PYS$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{PS}{QS} = \frac{h+2r}{h}$ (из подобия)

3) Аналогично для других бок. ребер

4) $\frac{PR}{QG} = \frac{h+2r}{h}$ (из подобия $\triangle PSR$ и $\triangle QSG$, то же для других отр. по проп. ст. и $\angle$)

5) $\frac{S_\beta}{S_\alpha} = \left(\frac{h+2r}{h}\right)^2$ (как площади подобных $\triangle$-ов)

6) из условия: $\frac{16}{9} = \left(\frac{2r}{h} + 1\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{2r}{h} + 1$

$2r = \frac{h}{3} \Rightarrow \underline{h = 6r}$

5) $OK \perp KS$ (как радиус в точку кас.)

6) $\sin \angle KSO = \frac{r}{h+r} = \frac{r}{7r} = \boxed{\frac{1}{7}}$ ($\sin$ в $\triangle$)

продолж. на стр. №5

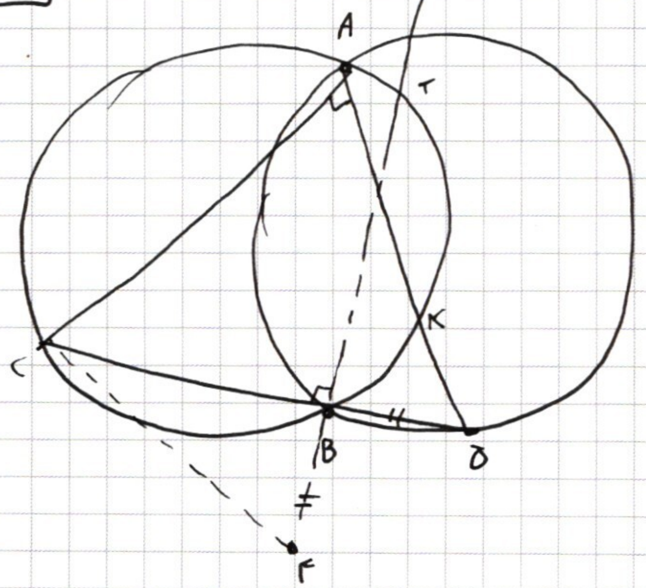
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{№4}$ (продолжение)

7) Аналогичные размышления о половине для (KLM)

8) $S_{сеч. KLM} = S \Rightarrow \frac{S}{9} = \left(\frac{h+r}{h}\right)^2 = \left(\frac{7k}{6k}\right)^2$ 9) $S = \frac{49}{36} \cdot 9 = \boxed{\frac{49}{4}}$ Ответ: $\arcsin\frac{1}{7}$; $49/4$.

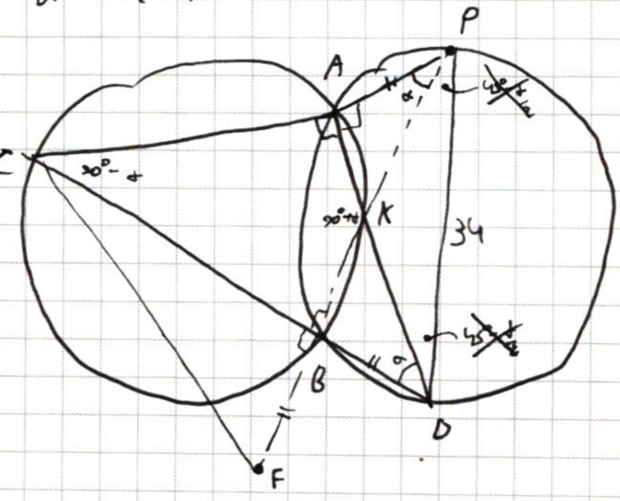
$\boxed{№6}$



1) $\angle CAK = \angle CBT = 90°$ (по усл.) $\Rightarrow$ CT – диаметр, CK – диаметр (хорда, опир. дугу в 90°) $\Rightarrow K = T$

2) $CK = 17 \cdot 2 = 34$ (по усл. $R = 17$)

3) DP – диам. второй окр. (опир. дугу в 90°); $DP = 34$ (–||–) $\Rightarrow \angle DAP = 90°$ (–||–) $\Rightarrow$ C, A, P ∈ 1 пр.

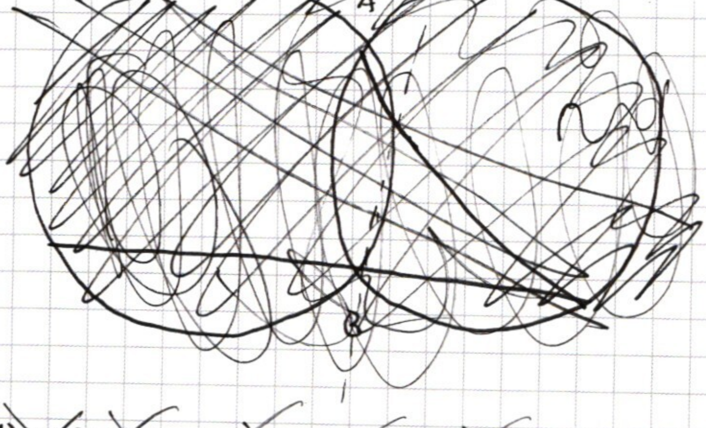


4) Пусть $\angle CDA = \alpha$. Тогда $\angle CPB = \alpha$ (опир. на ту же дугу)

5) $\angle BKA = \angle PKD = 90° + \alpha$ (внеш. ∠ треуг.)

6) CAKB вписан $\Rightarrow \angle BCA + \angle BKA = 180°$

$\angle BCA = 90° - \alpha$



~~7) Окружности равны (по усл.) ⇒ симметрия отн. ⊥ к (AB) ⇒ AP = BD = x~~

~~$\angle KDP = \angle KPD = 45° - \frac{\alpha}{2}$~~

~~8) $\sin(45° - \frac{\alpha}{2}) = \frac{x}{34}$ (sin в △) $\Rightarrow \frac{\sqrt2}{2}\cos\frac{\alpha}{2} - \frac{\sqrt2}{2}\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{x}{34}$~~

~~$\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{x\sqrt2}{34}$ $|^2$ $1 - \sin\alpha = \frac{2x^2}{34^2}$ $\sin\alpha < \frac{x^2}{34 \cdot 17}$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

64827 | 3
21609 | 3
7203 | 3
2401 | 3
867 | 3
289 | 17
17 | 17

$81 \cdot 3 = \boxed{243}$

$289 \cdot 243 = 867$

$1156 + 578 = 68227$

$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = 10$

3331

64827 | 9

64827 | 3
21609 | 3
7203 | 3
2401 | 7
343 | 1
49 | 1
7 | 1
1

$\frac{5 \cdot 4}{2!} = 10$

7203 | 3
6 | 24
12

2401 | 1
21 | 343
30
28
21

343 | 7
28 | 49
63

64827 | 3
6 | 21609
4
3
18
18
27

17 · 17

64827 | 9
63 | 7203
18
18
87

7203 | 9
72 | 80
03

| 7 | 7 | 7 | 7 | 3 | 3 | 3 |

$\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!}$

$\frac{5 \cdot 4}{2!}$

$\frac{5!}{2!(5-2)!}$

10

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

$y^2+2xy \quad -3x^2+12x+4y=0$

$\cancel{(y+Ax)}(\cancel{B}x+B)=0$

$\cancel{y^2+Axy+y^2}$

$(y+3x)(y-x+4)=0$

$(y+Ax)(y+B) \to$

$y^2+Axy+By+\cancel{ABx}$

$A=2$

$(y+Ax)(y+Bx+C)=0$

$y^2+\underbrace{Axy+Bxy}+ABx^2+Cy+ACx-$

$\begin{cases} A+B=2 \\ AB=-3 \\ \boxed{C=4} \\ AC=12 \end{cases}$ $\boxed{B=-1}$ $\boxed{A=3}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\cos 5x \sin 2x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \cancel{\sin\alpha\sin\beta}$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \cancel{\sin\alpha\sin\beta}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$

$\sin(\alpha+\beta) = \cancel{\sin\alpha\cos\beta} + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \cancel{\sin\alpha\cos\beta} - \cos\alpha\sin\beta$

$\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x = 0$

$1 - 2\sin^2 x + 2\sin x\cos x$

$(\sin x + \cos x)^2 - 2\sin^2 x$

$(\sin x + \cos x - \sqrt{2}\sin x)(\sin x + \cos x + \sqrt{2}\sin x)$

$\cos(x+4x) = \cos x\cos 4x - \sin x\sin 4x$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

$x_9 = \ldots 2k - \frac{2}{\pi}$

$x_9 = 4k2 + \frac{2}{\pi}$

$\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 4x \quad |^2$

$\cos^2 5x\,(1 + \overbrace{2\sin 2x\cos 2x}^{\sin 4x}) = \frac{1}{2}\cos^2 4x$

$1 - 2\sin^2 x$

$1 - \sin^2 x = \cos^2 x$

$-\cos^2 x = \sin^2 x - 1$

$\cos^2 5x + \cos^2 5x \cdot \sin 4x = \frac{1}{2}\cos^2 4x$

$2\cos^2 5x + 2\cos^2 5x \cdot \sin 4x - \underbrace{\cos^2 4x}_{\sin^2 4x - 1} = 0$

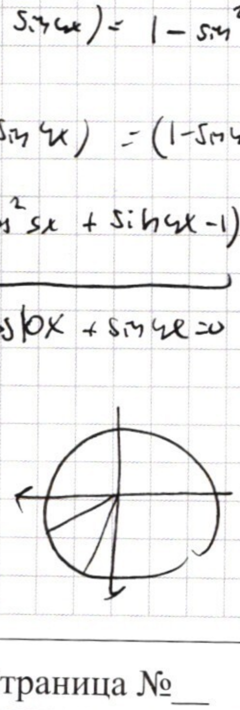
$2\cos^2 5x (1 + \sin 4x) = 1 - \sin^2 4x$

$2\cos^2 5x (1 + \sin 4x) = (1 - \sin 4x)(1 + \sin 4x)$

$2\cos^2 5x + 2\cos^2 5x \cdot \sin 4x + \sin^2 4x = 1$

$(1 + \sin 4x)(\underbrace{2\cos^2 5x + \sin 4x - 1}_{\cos 10x + \sin 4x = 0}) = 0$

$\frac{2}{\pi}$

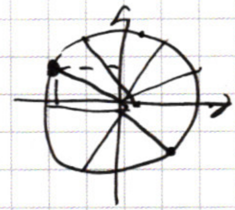


$\cos(5x)$ ~~$(\cos 2x \ldots \sin^2 x)$~~

$\cos 5x\,(\cos x + \sin x) = -\frac{\sqrt2}{2}\cos 4x$ $\quad \frac{13\pi}{12}$

$\cos\frac{5\pi}{12}\left(\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt2}{2}\cos\frac{\pi}{3}$

$+ \qquad + \qquad -$



$\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{12}+\frac{\pi}{12} = \boxed{\frac{5\pi}{12}}$ $\qquad \cos\frac{25\pi}{12} = \cos\left(2\pi+\frac{\pi}{12}\right)$

$\frac{\pi}{12}+\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi+8\pi}{12} = \frac{9\pi}{12} = \boxed{\frac{3\pi}{4}}$ $\qquad 2n+1$

$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt3}{2}$

$5x = \frac{5\pi}{12}+\frac{5\pi}{3} = \frac{5\pi+20\pi}{12} = \frac{25\pi}{12}$

$\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12} = \frac{4\pi-\pi}{12} = \frac{3\pi}{12} = \boxed{\frac{\pi}{4}}$

$\cos\frac{\pi}{12}\left(\frac12-\frac{\sqrt3}{2}\right) = -\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac{\sqrt3}{2}$

$\frac{\sqrt2}{2}\cdot\left(0+(-1)\right) = -\frac{\sqrt2}{2}\cdot(-1)$

$>0 \qquad \frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{12} = \frac{8\pi-\pi}{12} = \frac{7\pi}{12}$

$\frac{\sqrt3}{2} \qquad -\frac12 \qquad \frac12 \qquad -\frac{\sqrt2}{2} = -\frac{\sqrt2}{2}$

$\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right)\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = -\frac{\sqrt2}{2}\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

$<0 \qquad >0 \qquad <0$

<0

<0

$\cos\frac{3\pi}{4} \qquad <0 \cdot \left(-\frac{\sqrt3}{2}+\frac12\right) = \frac{\sqrt2}{2}\cdot >0$

$\frac{\sqrt2}{2} = (0+1)\cdot$

$93+3(3^{2x}-1)x = 3^x+4\cdot3^{x+8}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

$y - (-x-8)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

$y = -x-8$

$y = x+8$

$|y+8| + |y-8| = 16$

I $y > x+8$

$y > -x-8 \quad -y < x+8$

$x+y+8 + y-x-8 = 16$

$2y = 16 \quad \boxed{y=8}$

II $y > x+8$

$y < -x-8 \quad -y > x+8$

$x+y+8 + x-y+8 = 16$

$\boxed{x=0}$

III $y < x+8$

$y > -x-8 \quad -y < x+8$

$-x-y-8 + y-x-8 = 16$

$-2x = 32$

$\boxed{x=-16}$

IV $y < x+8$

$y < -x-8 \quad -y > x+8$

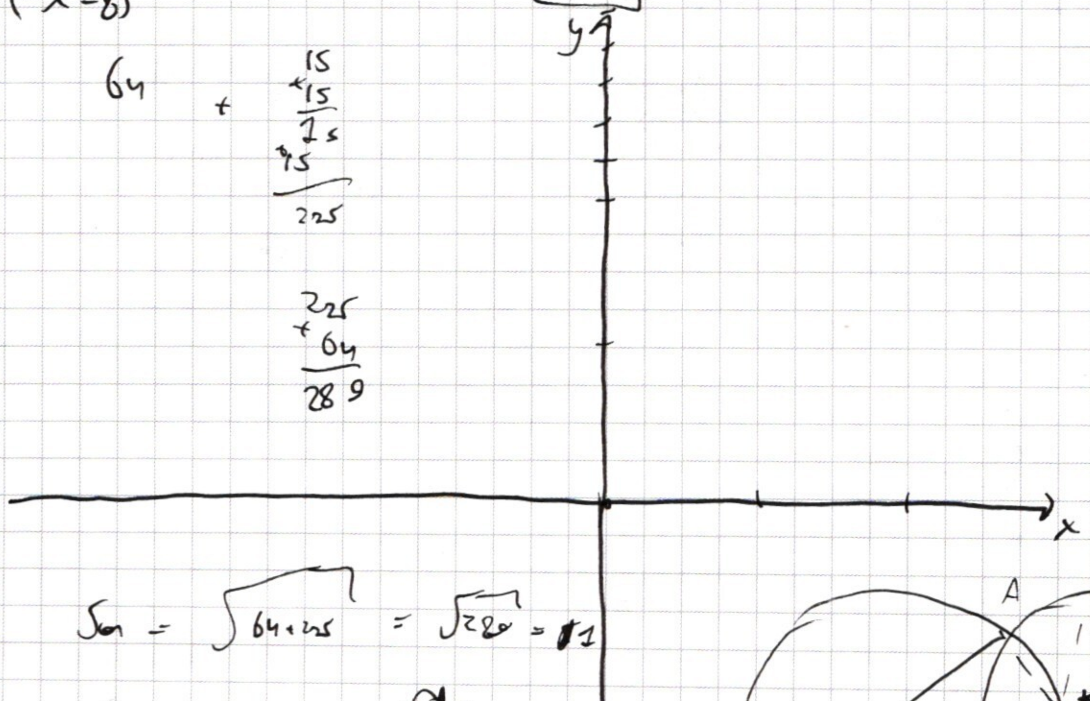
$y > 8 \quad y > 8$

$y+8 +$

$(-x-8)^2$

$64 \quad + \quad 15 \cdot 15 = 225$

$225 + 64 = 289$

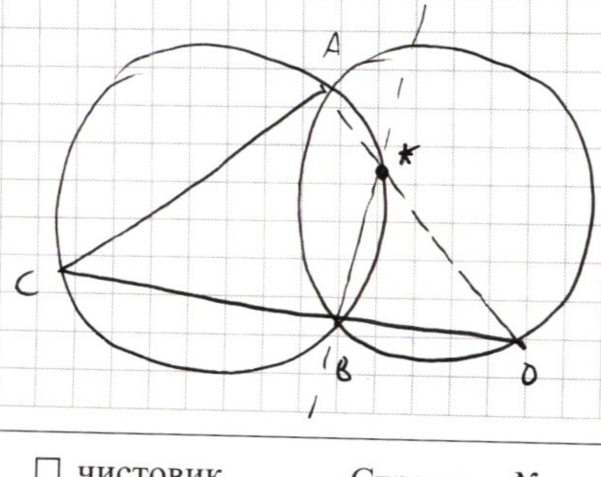


$\sqrt{64+225} = \sqrt{289} = 17$

$34 \cdot 17$

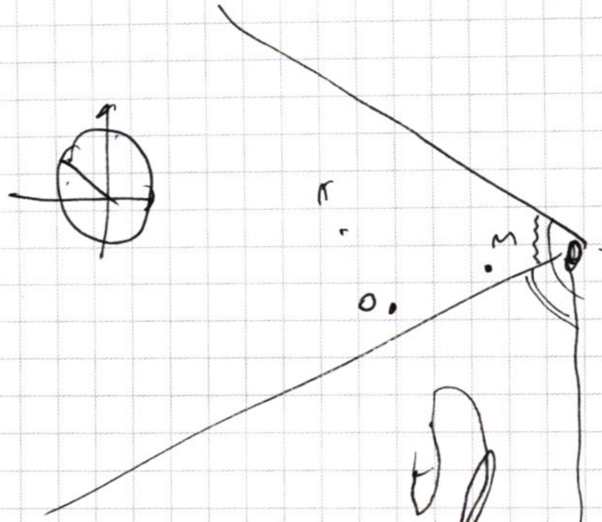
$= 289$

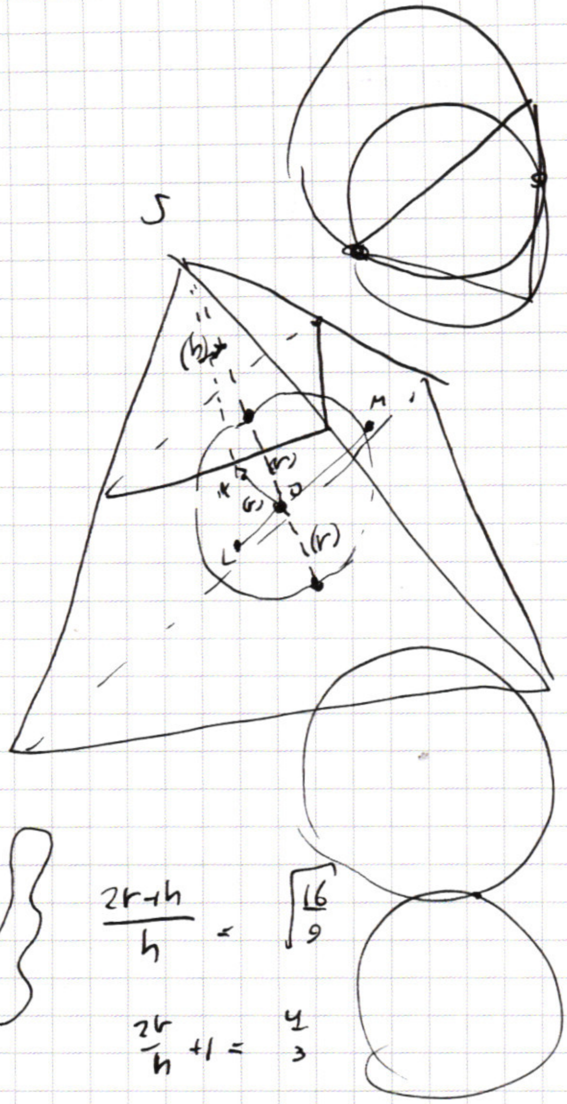
$180 \quad \frac{90}{2} \quad 45 - \frac{\alpha}{2}$

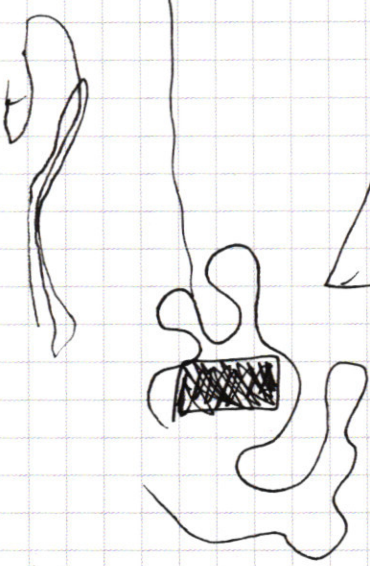


☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)







$\cos\frac{15\pi}{8}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

$= -\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\frac{3\pi}{2} =$

0

$\frac{2r+h}{h} = \sqrt{\frac{16}{9}}$

$1+\frac{2r}{h} = \frac{4}{3}$

$\frac{2r}{h} = \frac{1}{3}$

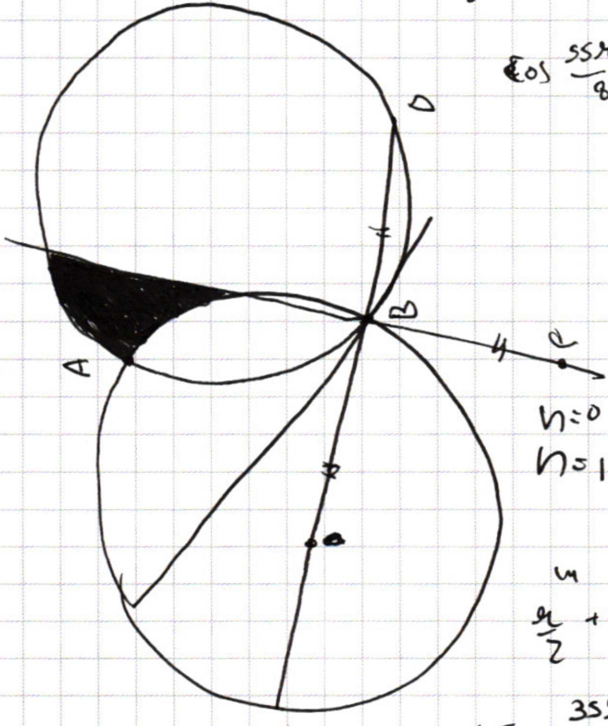
$\cos\frac{55\pi}{8}\left(\cos\frac{11\pi}{4}+\sin\frac{11\pi}{4}\right)$

$\boxed{h=6r}$

$= -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\frac{11\pi}{2} =$

0

$\sin\theta = \frac{r}{r+h} = \frac{r}{7r} = \boxed{\frac{1}{7}}$



$\frac{h+r}{h} = \sqrt{\frac{5}{9}}$

$h=0 \vee \quad h=2$

$h=1 \vee$

$\frac{5}{9} = \left(\frac{7k}{6k}\right)^2$

$\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{8} \quad \frac{7\pi}{8}$

$S = Q\cdot\frac{49}{36} = \boxed{\frac{49}{36}}$

$\cos\frac{35\pi}{8}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+\sin\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\frac{7\pi}{2}$

$0 \quad 0$