

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$64827 = 1 \cdot 7^4 \cdot 3^3$$

И.е. цифрот числа а) 1, 7, 7, 7, 7, 3, 3, 3;

Для 1 есть 8 возможных мест;

в каждом из 8 случаев для цифр 7 и

3 есть A_7^4 вариантов расстановки

Всего в этом случае

$$8 \cdot A_7^4 = 8 \cdot \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{2} = 280$$

~~Ответ: 280 чисел~~

б) 1, 1, 7, 7, 7, 7, 9, 3;

Для 3 есть 8 вариантов

расстановки; в каждом из них

для 9 есть 7 вар. расстановки;

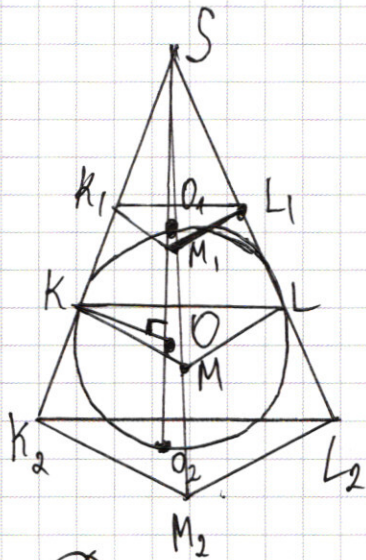
а в каждом из случаев для 1 есть A_6^2 вариантов
поставить цифры 1.

И.е. всего в этом случае

$$8 \cdot 7 \cdot A_6^2 = 8 \cdot 7 \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6}{2} = 840$$

Итого: $840 + 280 = 1120$ чисел

ОТВ: 1120.



Решение:

т.к. точки $K, L, M \in \omega$

м-то (KLM) содержит точку O ;

$SO \perp (KLM)$

$S_{K, M, L}$; S_{KLM} ; $S_{K_2 L_2 M_2}$ -

подобные треугольные пирамиды так как

$(K, L, M) \perp SO$

$(KLM) \perp SO$

$(K_2 L_2 M_2) \perp SO$

и

$(K, L, M) \parallel (KLM) \parallel (K_2 M_2 L_2)$;

и пирамиды имеют общий вершину S .

$\Delta K, M, L$, но $KLM \sim \Delta K_2 M_2 L_2$;

$$\frac{SO_1}{SO_2} = \frac{KM_1}{KM_2} ; \quad \frac{SO_1}{SO_2} = \frac{KM_1}{KM_2}$$

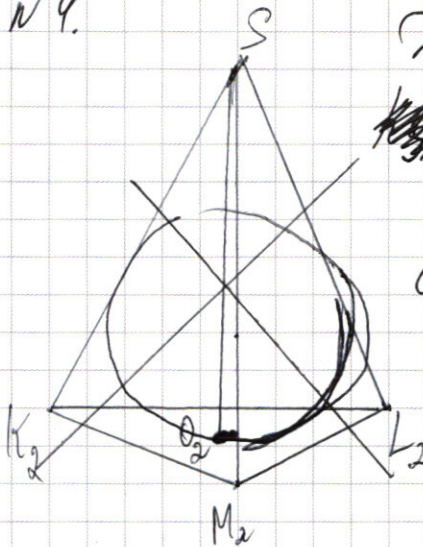
$$\frac{S_{K, M, L}}{S_{K_2 M_2 L_2}} = \frac{9}{16} = \left(\frac{SO_1}{SO_2} \right)^2 \Rightarrow SO_1 = \frac{3}{4} SO_2$$

$$O_1 O_2 = SO_2 - SO_1 = \frac{1}{4} SO_2 = 2R$$

$$O_1 O = \frac{O_1 O_2}{2} = R \quad SO = \frac{O_1 O_2}{2} + SO_1 = \frac{7}{8} SO_2$$

$$\frac{S_{KLM}}{S_{K_2 M_2 L_2}} = \left(\frac{SO}{SO_2} \right)^2 = \left(\frac{7}{8} \right)^2 = \frac{49}{64} ; \quad S_{KLM} = \frac{49}{64} \cdot 16 = \frac{49}{4}$$

№ 4.



Рано:

$\angle K_2 L_2 M_2$ - $\angle$ грани.

угол

$\omega(O; R)$ - сф., впис. в $SKLM$

$K, M, L \in \omega$

$K_2 M_2 L_2 \cap \omega = O_2$

$K, M, L \cap \omega = O$,

$$S_{K_2 M_2 L_2} = 16$$

$$S_{K, M, L} = 9$$

Найти: $\angle KSO$?

$S_{KLM} = ?$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cancel{tg} \angle KSO = \frac{KO}{OS} = \frac{R}{OS}$$

$$0,0 - R = \frac{1}{8} SO_2$$

$$SO_2 = 8R$$

$$SO = \frac{7}{8} SO_2 = 7R$$

$$tg \angle KSO = \frac{R}{7R} = \frac{1}{7}$$

$$\angle KSO = \arctg \frac{1}{7}$$

Ответ: $\sum_{KCM} = \frac{49}{4}$; $\angle KSO = \arctg \frac{1}{7}$.

н5.

$$\textcircled{1} \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases} \quad - \text{окр. } O_1(\pm 8; \pm 15)$$

$$R = \sqrt{a}, \quad a \geq 0$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 1) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ x+y+8+x-y+8 = 16 \\ (x=0) \end{cases} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ -x-y-8+x-y+8 = 16 \\ (y = -8) \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 < 0 \\ x+y+8-x-y-8 = 16 \\ (y=8) \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y-8 < 0 \\ -x-y-8-x+y+8 = 16 \\ (x = -16) \end{cases}$$

$$x+y+8 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & -8 \\ \hline y & -8 & 0 \end{array}$$

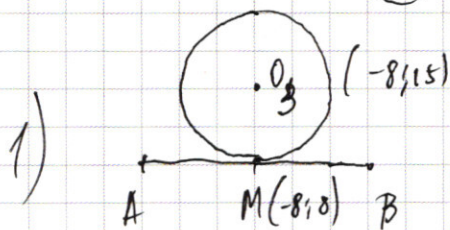
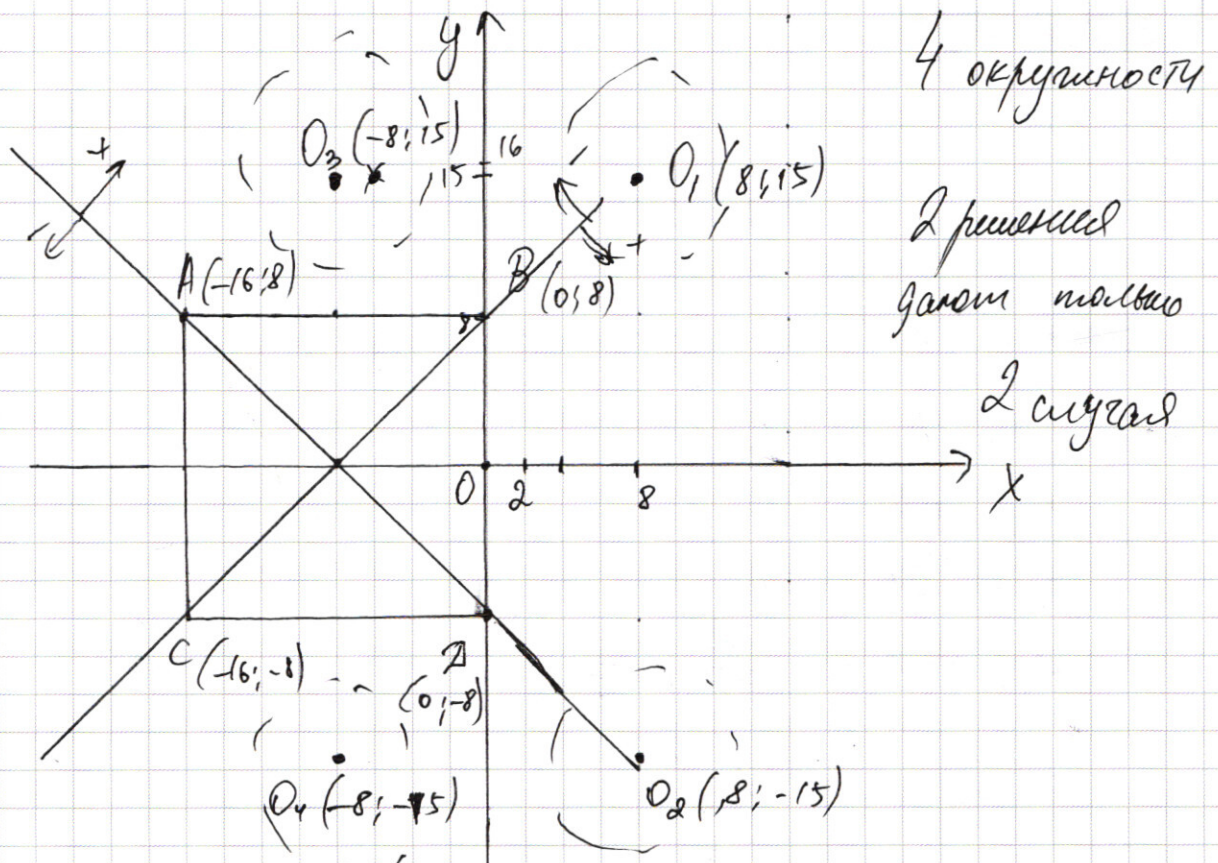
$$O(0;0) \quad 8 \geq 0$$

(проверка на знак)

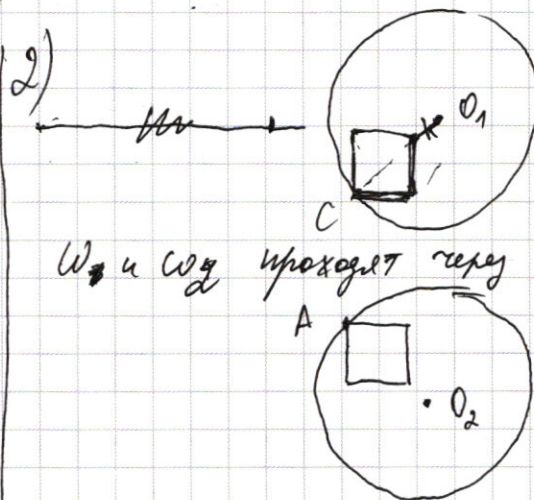
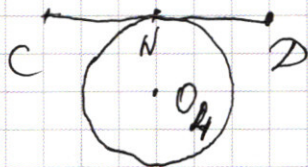
$$x-y+8 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & -8 & 0 \\ \hline y & 0 & 8 \end{array}$$

$$O(0;0) \quad 8 \geq 0$$



$\omega_3; \omega_4$ касаются AB и CD



ω_1 и ω_2 проходят через B, D

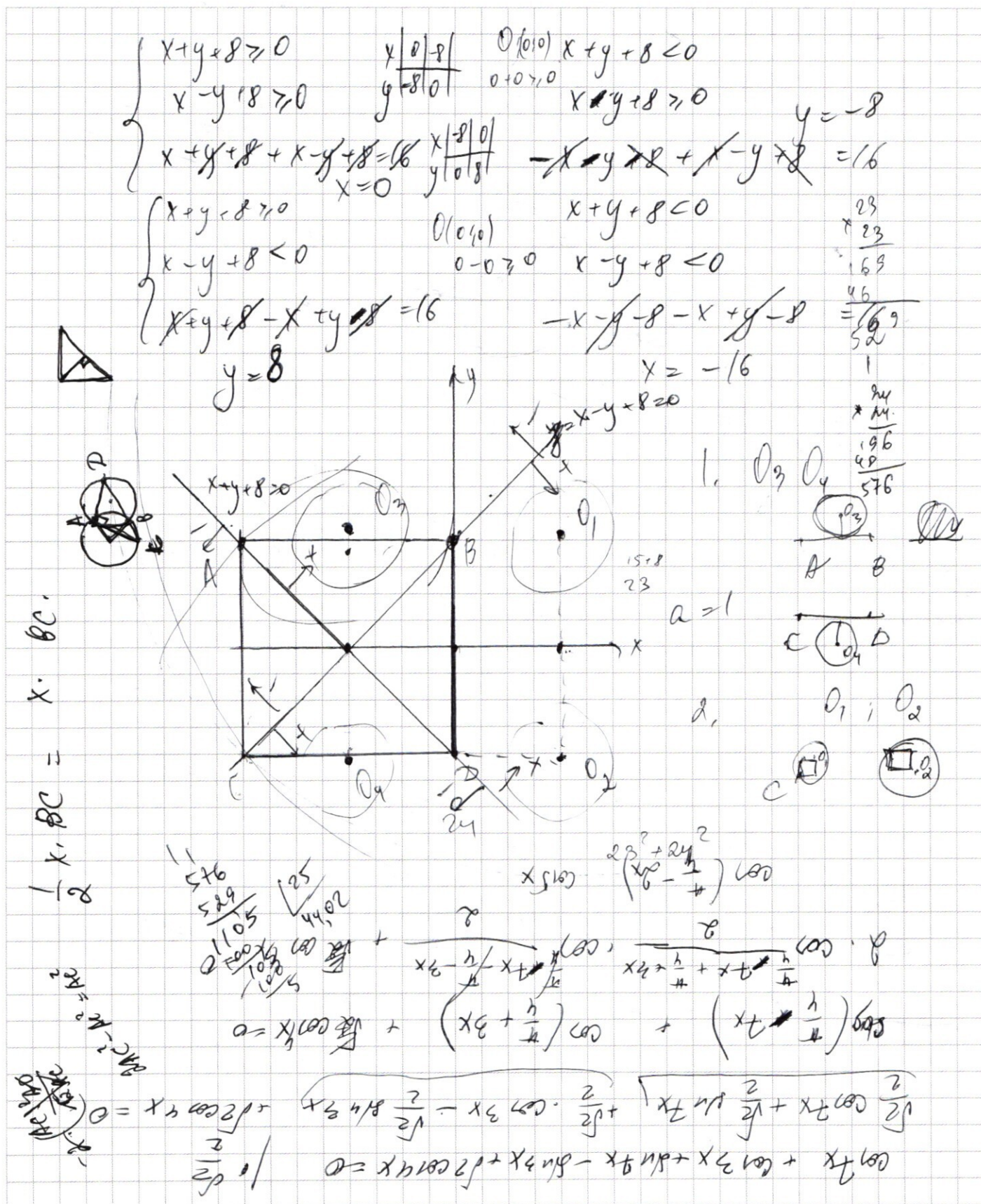
В каждом из случаев можно рассмотреть ^{только} одну окр. т.к. график симметричен относительно Ox .

1) $R = O_3M$
 $R = 15 - 8 = 7$
 $a = 49$

2) $R = O_1C = \sqrt{(8+16)^2 + (15+8)^2} =$
 $= \sqrt{23^2 + 24^2} = \sqrt{1105}$
 $a = 1105$

Ответ: $\begin{cases} a = 49 \\ a = 1105 \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sin 4x = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x + \sin 4x = 0$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) - \cos 4x = 0$$

$$\frac{1}{2} \sin \frac{\pi + 7x + \frac{\pi}{4} - 3x}{2} - \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cos 5x - \cos 4x = 0$$

1. $\angle C \neq \angle B \neq \angle A \neq \angle D$

$$2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x \right) \cos 5x$$

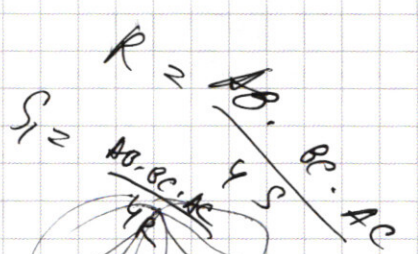
$$\frac{\sqrt{2} R}{\sin \angle ABC} = 2R$$

$$\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\angle C = 45^\circ$$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = (CB + BD)^2 - 2CB \cdot BD$$

$$2a^2 - 2 \frac{a^2}{2} = a^2$$



$$R = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S}$$

$$\angle ACB = 45^\circ$$

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \angle ACB = 22.5^\circ$$

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = 2R$$

$$AB = 2R \cdot \sin 45^\circ = R\sqrt{2}$$

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \quad y = \frac{2}{2^x}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2. \cos \frac{3x+7x}{2} \cdot \cos \frac{7x-3x}{2} + 2 \cos \frac{7x+3x}{2} \cdot \sin \frac{7x-3x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2. \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\begin{cases} \cos 2x + \sin 2x = 0 & | \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = 0 \end{cases}$$

$$\cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = 0$$

$$\begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n & n \in \mathbb{Z} \\ 2 \cos \frac{5x + \frac{\pi}{4} + x}{2} \cdot \cos \frac{5x - \frac{\pi}{4} - x}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, & n \in \mathbb{Z} \\ \cos \left(3x + \frac{\pi}{8} \right) = 0 \\ \cos \left(2x - \frac{\pi}{8} \right) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} & n \in \mathbb{Z} \\ 3x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ 2x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{3} \\ x = \frac{5\pi}{16} + \frac{\pi n}{2} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{3} \\ x = \frac{5\pi}{16} + \frac{\pi n}{2} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Дано:

$$\omega_1(O_1; 14)$$

$$\omega_2(O_2; 14)$$

$$\omega_1 \cap \omega_2 = \{A; B\}$$

$$C \in \omega_1$$

$$D \in \omega_2$$

$$B \in CD$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$BF \perp CD$$

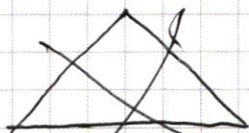
$$BF = BD$$

Найти: а) CF;

$$б) BC = 16; \\ S_{\triangle ACF} = ?$$

$$AC = AD$$

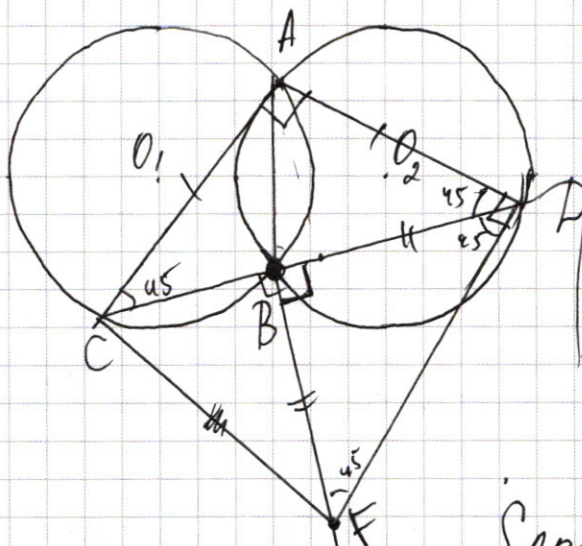
$$CF^2 = CB^2 + BF^2 = \\ = (CB + BD)^2 - 2CB \cdot BD$$



$$= CB^2 + 2CB \cdot BD + BD^2 - 2CB \cdot BD = CB^2 + BD^2$$

$$CF^2 = CB^2 + BD^2$$

№6.



$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R$$

$$\frac{AB}{\sin \angle ADB} = 2R$$

$$\angle ADB = \angle ACB = 45^\circ$$

$$AC = AD = x$$

$$S_{ABC} = \frac{AC \cdot AB \cdot CB}{4R}$$

$$S_{ABD} = \frac{AD \cdot BD \cdot AB}{4R}$$

$$S_{ACD} = S_{ABD} + S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot (BC + BD)}{4R} =$$

$$= \frac{AB \cdot AC \cdot CD}{4R} = \frac{AB \cdot x^2 \sqrt{2}}{4R}$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{x^2 \sqrt{2}}{2 \cdot 4R} = \frac{x^2}{2}$$

$$x \sqrt{2} = 2R$$

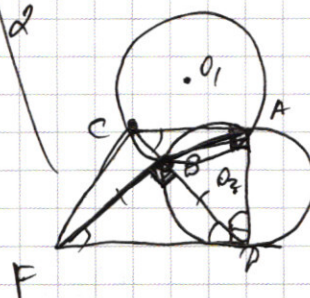
$$x = \sqrt{2} R$$

$$\frac{AC}{\sin \angle ABC} = 2R \quad \frac{\sqrt{2} R}{\sin \angle ABC} = 2R$$

$$\angle ABC = 45^\circ; \angle ABD = 45^\circ$$

$$BD = BF \quad \angle FBD = 90^\circ$$

$$\angle BDF = 45^\circ \Rightarrow \angle ADF = 90^\circ$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) ДЗ:

$$\begin{cases} \int \left(-\frac{x^2}{y} \right) \ln(-y) dy = x^2 \ln(xy^2) \\ x > 0 \\ y < 0 \end{cases} \quad y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

2)

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$\frac{D}{4} = (x+2)^2 + 3x^2 - 12x = 2(x-1)^2$$

$$\begin{cases} y = x-4 \\ y = -3x \end{cases}$$

$$\frac{x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2 \ln x} \cdot (-y)^{\ln(-y)}$$

$$x^{3 \ln(-y)} = x^{2 \ln x} \cdot (-y)^{\ln(-y)}$$

Прологарифмируем по основанию e

$$\ln x^{3 \ln(-y)} = \ln (x^{2 \ln x} \cdot (-y)^{\ln(-y)})$$

$$3 \ln(-y) \ln x = 2 \ln x \cdot \ln x + \ln(-y) \ln(-y)$$

$$\ln x = u$$

$$\ln(-y) = v$$

$$3uv = 2u^2 + v^2$$

$$2u^2 - 3uv + v^2 = 0$$

$$D = 9v^2 - 8v^2 = v^2$$

$$u = \frac{3v \pm v}{4}$$

$$\begin{cases} u = v \\ u = \frac{v}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln x = \ln(-y) \\ \ln x = \frac{\ln(-y)}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = x \\ -y = x^2 \end{cases}$$

решение $\begin{cases} y = -x \\ y = -x^2 \end{cases}$ $\begin{matrix} x & 0 & 1 \\ y & 0 & -1 \end{matrix}$ или $\begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$ (во II четверти)

(тоу): $\begin{matrix} x & 0 & 1 \\ y & 0 & -3 \end{matrix}$

$$\begin{cases} y = -3x \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x & 0 & 4 \\ y & 0 & -4 \end{matrix}$$

A: $\begin{cases} y = -x \\ y = x - 4 \end{cases}$
 $-x = x - 4$
 $2x = 4$
 $x = 2$
 $y = -2$

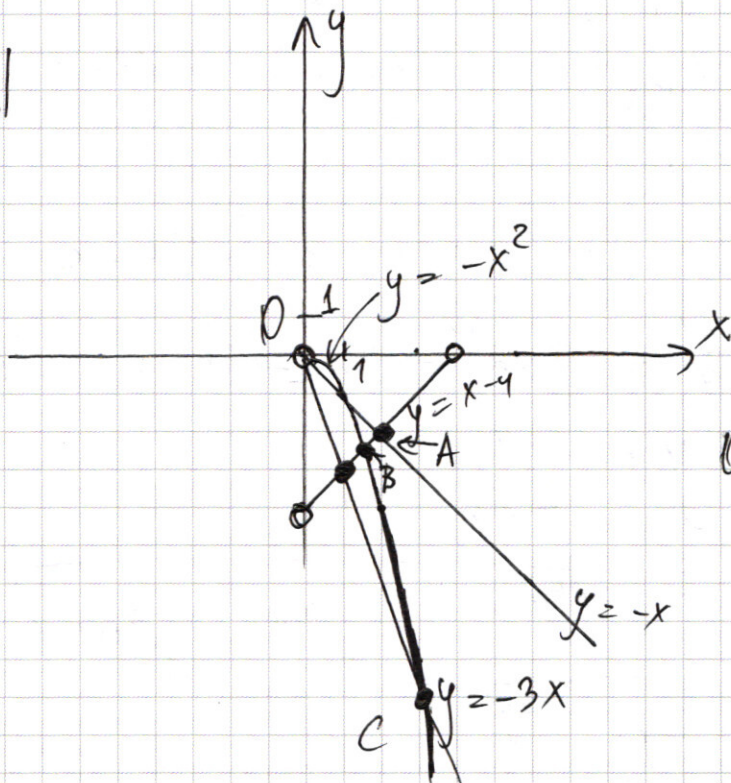
B: $\begin{cases} y = -x^2 \\ y = x - 4 \end{cases}$
 $x^2 + x - 4 = 0$
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$
 $x > 0$
 $y = \frac{-9 + \sqrt{17}}{2}$

Ответ:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \\ x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$$

C: $\begin{cases} y = -3x \\ y = -x^2 \end{cases}$
 $-x^2 = -3x$
 $x^2 = 3x$
 $x(x - 3) = 0$
 $\begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \quad x > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$
 $x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$
 $y = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$

D: $\begin{cases} y = x \\ y = -3x \end{cases}$
 $x = 0$
 $x > 0$
 не подходит



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

64827 (3) 21609 (3) 7203 (3) 2401 (7) 343 (7) 449 (7) 7 (12)

8-34. 1 2 3 4 5 6 7 8 9

64827 = 7 · 3

8. $A_7^4 = 8 \cdot \frac{7!}{4! \cdot 3!} = 8 \cdot 35 = 280$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cdot \cos \frac{7x+3x}{2} \cdot \cos \frac{7x-3x}{2} + 2 \cdot \cos \frac{7x+3x}{2} \cdot \sin \frac{7x-3x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \cos 5x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x =$

$= (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x)$

$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x + \sin 2x - \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 2.5t + \cos t - \sin t = 0$$

$$\sqrt{2} \cos(3x+2x) + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 3x \cdot \cos 2x + \sqrt{2} \sin 3x \cdot \sin 2x \rightarrow \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x (\sqrt{2} \cos 3x + 1) + \sin 2x (\sqrt{2} \cos 3x - 1)$$

$$-\sqrt{2}$$

$$\cos 2x - \sin 2x =$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{2})$$

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right) \ln(-y)^3 = x^2 \ln(xy^2)$$

OD3:

$$\begin{matrix} x > 0 \\ y < 0 \end{matrix}$$

$$x^3 \ln(-y)$$

$$\frac{x^3 \ln(-y)}{(-y)^{\ln(-y)}} =$$



$$x^{2 \ln x}$$

$$x^{4 \ln(-y)}$$

$$x^{4 \ln(-y)} > 0$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = 45$$

но $x = 45$ неограничен.

$$\frac{x^3 \ln(-y)}{(-y)^{\ln(-y)}} = \left(x^{\ln x}\right)^2$$

$$(-y)^{\ln(-y)} > 0$$

$$\ln(-y) = 2 \ln(x)$$

$$e^{\ln(-y)} = \left(e^{\ln x}\right)^2$$

$$3 \ln(-y) \cdot \ln x = 2 \ln x \cdot \ln x \cdot \ln(-y) \cdot \ln(-y) = 0$$

~~Решение~~

~~Решение~~

$$\begin{cases} \ln(x) \ln(-y) (3 - 2 \ln x \cdot \ln(-y)) = 0 \\ \ln(x) = 0 \\ \ln(-y) = 0 \\ 3 - 2 \ln(x) \ln(-y) = 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$

$$\ln(x) \ln(-y) = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ y=2 \end{cases} \quad \frac{2}{2 \ln x}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\ln(-y) = \frac{3}{2 \ln(x)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$y = \frac{1}{2} \ln(x)$$

$$y = -3 \cdot \frac{\ln 3 + \sqrt{\ln^2 3 + 6}}{r}$$

$$\frac{D}{4} = \frac{y^2 + 2y(x+2) + (x+2)^2 + 9x^2 - 12x}{(x+2)^2 + 3x^2 - 12x} = \frac{x^2 + 4x + 4 + 9x^2 - 8x + 4}{(x+2)^2 + 2(x-1)}$$

$-e^{2\ln(x)}$

$y = x - y$

$y = -3x$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 8.7.5.3 \\ \hline 40 \\ 21 \\ \hline 40 \\ \hline 840 \end{array}$$

$$y = \frac{-(x+2)}{x^2 - 2x + 2}$$

$$\begin{aligned} &x > 0 \\ &x - 4 < 0 \\ &\left(\begin{array}{l} x > 0 \\ x < 4 \end{array} \right) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x^2}{x-y} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x \cdot (4-x)^2)} \ln(x) \cdot \ln(4-x) = \frac{3}{2}$$

$$3 \ln(u-x) = 2 \ln x + \ln(u-x)$$

$$\ln(x) \cdot \ln(3x) = \frac{3}{2}$$

$$\ln(x) (\ln x + \ln 3) = \frac{3}{2}$$

$$t(t + \ln 3) = \frac{3}{2}$$
$$t^2 + \ln 3 t - \frac{3}{2} = 0$$

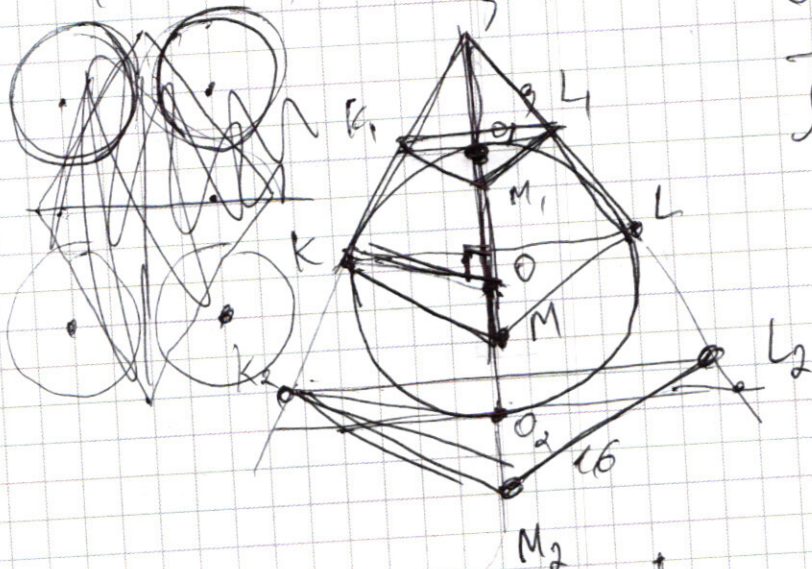
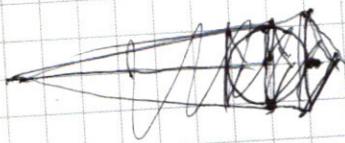
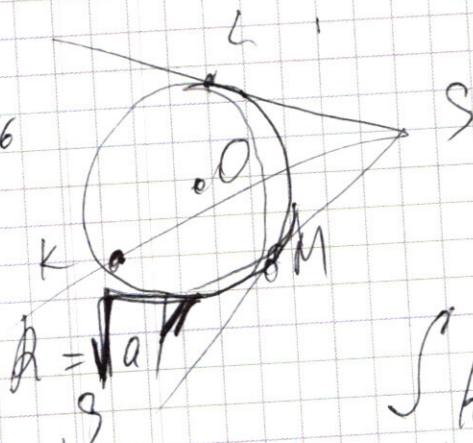
$$D = (\ln 3)^2 + \frac{9}{2} \cdot 1 = (\ln 3)^2 + 4.5$$
$$t = \frac{\ln 3 \pm \sqrt{(\ln 3)^2 + 6}}{2}$$

15.

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$(x-8)^2 + (y+5)^2 = 9$$

$$O(\pm 8; \pm 5)$$



$$\frac{S_{K_1 L_1 M_1}}{S_{K_2 L_2 M_2}} = \frac{9}{16} = k_{12}^2$$

$$k_{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{SO_1}{SO_2} = \frac{3}{4}$$

$$SO_1 = \frac{3}{4} SO_2 = 2R$$

$$O = R = \frac{1}{8} SO_2$$

$$SO_1 = \frac{3}{4} SO_2$$

$$\angle KSO =$$

$$\frac{KO}{SO} = \frac{R}{7R}$$



$$\frac{1}{7}$$

$$SO_2 = 8R$$

$$SO = 8R$$

$$O = (x_0 + \frac{h}{4}) \cos + x \sin$$

$$SO = \frac{3}{4} SO_2 + \frac{1}{8} SO_2 = \frac{7}{8} SO_2$$

$$\angle KSO = \arctg \frac{1}{7}$$

$$\frac{S_{KLM}}{S_{K_2 M_2 L_2}} = k_{12}^2 = \left(\frac{SO}{SO_2} \right)^2 = \left(\frac{\frac{7}{8} SO_2}{SO_2} \right)^2 = \frac{49}{64}$$

$$S_{KLM} = \frac{49}{64} \cdot 16 = \frac{49}{4} = \frac{49}{64}$$

$$x \sin - x \cos + x \sin + x \cos = x \sin + x \cos$$

$$\sqrt{(x \sin + x \cos)^2 + (x \sin - x \cos)^2}$$