

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

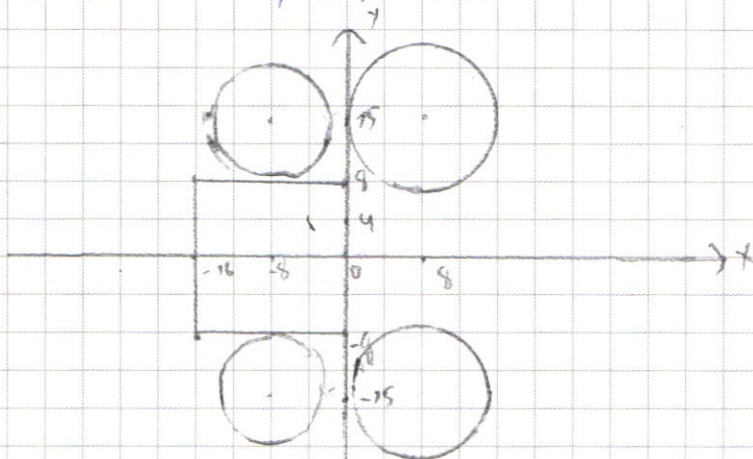
$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Заметим, что второе ур-ие задаёт 4 окружности с центрами в точках $(\pm 8; \pm 15)$ и радиусом $\sqrt{a}$.

Эскиз:

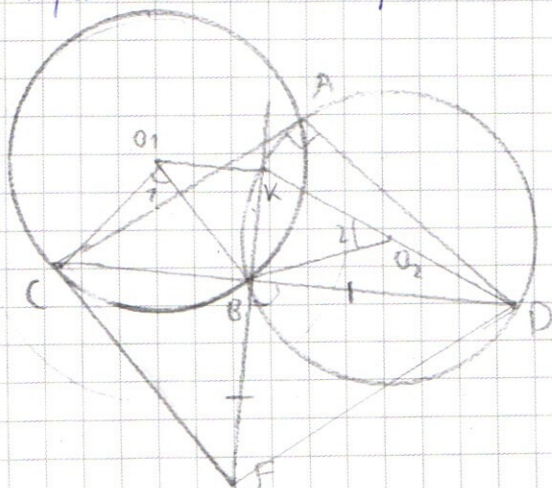


Заметим, что тогда эта система будет иметь 2 решения тогда и только тогда, когда либо окружности с центрами в $(-8; \pm 15)$ касаются касательной, либо эти окружности не имеют общих точек с касательной, а 2 другие имеют по одной общей точке с касательной; это можно записать так:

$$\begin{cases} \sqrt{a} = 15 - 8 \\ \sqrt{a} = \sqrt{(15 - (-8))^2 + (8 - (-16))^2} \end{cases} \quad (\text{кас. см. (15; 15) до (-16; -8)}) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} a = 49 \\ a = 23^2 + 24^2 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} a = 49 \\ a = 7702 \end{cases}$$

Ответ: при $a = 49$ или при $a = 7702$.

№6)



Дано: $S_1(O_1); S_2(O_2)$
 $S_1 \cap S_2 = A, B$
 $R_1 = R_2 = 17$
 $\angle CAB = 90^\circ$
 $C \in S_1, D \in S_2$
 $FB \perp D'B, FB = DB$

Найти: $FC \perp$?

а)

$$\exists K = AC \cap S_2$$

1) $\angle KAD$ - вписанный и равен $90^\circ \Rightarrow KD$ - диаметр. Поскольку KD - диаметр $\angle KBD = 90^\circ$ (оправдание) $\Rightarrow KE \perp FB$.

2) $\angle CO_2B$ - центральный, опирается на $\overset{\sim}{CB} \Rightarrow \angle CO_2B = 2\overset{\sim}{CB}$

$\angle CAB$ - вписанный, опирается на $\overset{\sim}{CB} \Rightarrow \angle CAB = \overset{\sim}{CB}$

$\angle KAB = \angle CAB$ ($KA \perp AC$) - вписанный, опирается на $\overset{\sim}{KB} \Rightarrow \angle KAB = \overset{\sim}{CB} = \overset{\sim}{KB}$

$\triangle O_2$
 $\angle KO_2B$ - центральный, опирается на $\overset{\sim}{KB} \Rightarrow \angle KO_2B = 2\overset{\sim}{KB} = 2\overset{\sim}{CB} = \angle CO_2B$

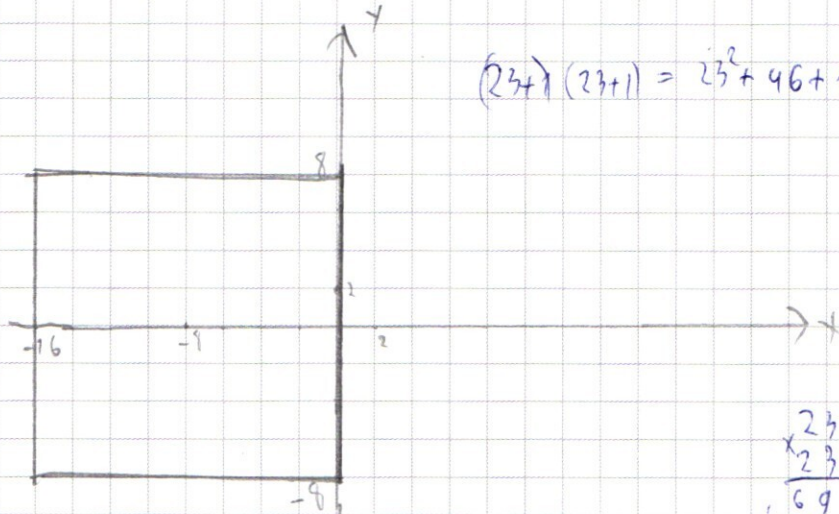
П.р. $\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow \triangle O_2B = \triangle KO_2B$ (по двум углам и общему) $\Rightarrow KB = CB$

3) По т. Пифагора $CF^2 = \underbrace{CB^2}_{KB^2} + BF^2 = \underbrace{CB^2}_{KB^2} + \underbrace{BD^2}_{DK^2} = DK^2 = 34^2$
 $= 1156$ т. Пифагора

Ответ: $CF = 34^2 = 1156$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|y-8| + |-y-8|$$



$$(23+1)(23+1) = 23^2 + 46 + 1$$

$$3x - 3x + 93 \geq y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$3^{28} - 3x + 43 > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \Leftrightarrow 93 - 3x - 3^x - 3^{28} > 0$$

$$93 - 3x - 3^x + 3^{28}(x-9) > 0$$

$$CB^2 = CK^2 - KB^2$$

$$BD^2 = DK^2 - KB^2$$

$$CF^2 = CB^2 + BD^2$$

$$\begin{array}{r} 1134 \\ \times 34 \\ \hline 4536 \\ 11340 \\ \hline 11664 \end{array}$$

$$17^2 + 17^2 - 2 \cos 17^\circ$$

$$17\sqrt{2} \sqrt{1-\cos 17^\circ}$$

$$V = \frac{R^3}{3} = \frac{26}{3} R$$

$$CB^2 + BD^2 + 2CB \cdot BD = AC^2 + AD^2$$

$$\hat{4} + \hat{1} + \hat{2} = 360^\circ$$

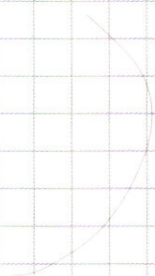
$$\hat{7} + \hat{1} = 160^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle 3 &= \angle B \\ \angle 1 &= \angle D \\ \angle 2 &= \angle A \\ \angle 3 &= \angle B \\ \angle 4 &= \angle A \end{aligned}$$

$$CF^2 = AC^2 + AD^2 - 2CB \cdot BD =$$

$$= 2 \cdot 17^2 (1 - \cos 174^\circ) + 2 \cdot 17^2 (1 - \cos 2^\circ) - 2 \cdot 17^2 (\sqrt{1 - \cos 17^\circ}) (\sqrt{1 - \cos 7^\circ}) =$$

$$= 2 \cdot 17^2 (2 - \cos 376^\circ - \cos 2^\circ - 2 \sqrt{(1 - \cos 17^\circ)(1 - \cos 7^\circ)})$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 6482719 \\ 63 \overline{) 7203} \\ \underline{39} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 720313 \\ 6 \overline{) 2401} \\ \underline{12} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 290117 \\ 14 \overline{) 243} \\ \underline{10} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 290117 \\ 21 \overline{) 343} \\ \underline{30} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34317 \\ 25 \overline{) 49} \\ \underline{25} \\ 24 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$3^3 \cdot 7^4$$

$$8 \cdot C_7^3 = 8 \cdot \frac{7!}{4!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$$

$$\cos x + \sin x = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 7x + \sin 7x) + \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 3x - \sin 3x) + \cos 4x = 0 \quad (-)$$

$$\Leftrightarrow \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) + \cos 4x = 0 \quad (-) \quad \Leftrightarrow 2 \sin \frac{\pi + 4x}{2} \cos 5x + \cos 4x = 0 \quad (-)$$

$$\sin \lambda + \sin \mu = 2 \sin \frac{\lambda + \mu}{2} \cos \frac{\lambda - \mu}{2}$$

$$\sin \lambda - \sin \mu = 2 \sin \frac{\lambda - \mu}{2} \cos \frac{\lambda + \mu}{2}$$

$$\sin x + \sin x = 2 \sin \frac{x+x}{2} \cos \frac{x-x}{2}$$

$$2 \sin 2x \cos 5x \quad \cos(x+x) = \cos 4x = \cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x (2 \sin(\frac{\pi}{4} + 2x) + 1) - 2 \sin(\frac{\pi}{4} + 2x) \sin 4x \sin x$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\sin 2 \cdot \sin p = \frac{1}{2} (\cos(\lambda + p) + \cos(\lambda - p))$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} (\cos 2x + 1)$$

$$\sin 2 \cdot \sin p = \frac{1}{2} (\cos(\lambda - p) - \cos(\lambda + p))$$

$$(\cos(\frac{\pi}{4} + x) - \cos(\frac{\pi}{4} + 3x)) \sin 4x$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} + 2x) - 1$$

$$(\sin 4x + 1) \sin 2x = \cos(\frac{\pi}{4} + 2x)$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} + 2x) = 0 \quad \Leftrightarrow \frac{\pi}{4} + 2x = 0 \quad \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8}$$

$$\frac{\pi}{4} + 2x = \pi \quad x = \frac{3\pi}{8}$$

$$\sin(\lambda + \frac{\pi}{2}) = -\cos \lambda$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} + 2x) = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$$

$$\cos \frac{12\pi}{8} = \cos \frac{3\pi}{2}$$

$$2 \cos(2x + \frac{\pi}{4}) \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin(4x + \frac{\pi}{2}) = \cos 4x$$

$$\frac{3\pi}{4} + 4\pi k$$

$$\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{4}$$

$$\cos \lambda + \cos \mu = 2 \cos \frac{\lambda + \mu}{2} \cos \frac{\lambda - \mu}{2}$$

$$\frac{104 \cdot 4}{2} = 4$$

$$\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{4}$$

$$3x = \frac{5\pi}{4} + 4\pi k$$

$$D_{\text{обл}}: y < 0, x > 0$$

$$x \neq 7 \ln x \quad x^{2 \ln(x^2)} = x^{2 \ln(x^2)} \quad (-y)^{\ln(-y)}$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4(x^2 + 3x + 4) = 0$$

$$y^2 + 2xy + x^2 + 8y^2 + 4y + 24 - \cancel{3x^2 - 2x} - 3(x^2 + 4x + 4) - \cancel{2x^2} = 0 + 2x + 0$$

$$(y+2)^2 - 3(x+2)^2 + 2xy = 0 \quad -16$$

$$x^{2 \ln(y)} = x^{2 \ln(x y^2)} \quad (-y)^{\ln(y)}$$

$$a^{\ln a} = (a^{\ln a})^2 \quad a^y = e^{x \ln a}$$

$$e^{7(\ln(-y)) \ln x} = e^{2 \ln(x y^2) \ln x + \ln^2(-y)} \quad (*)$$

$$(*) \quad 7 \ln(-y) \ln x = 2 \ln(x y^2) \ln x + \ln^2(-y) \quad (*)$$

$$(*) \quad 7 \ln(-y) \ln x = 2 \ln^2 x + 4 \ln x (\ln(-y)) + \ln^2(-y)$$

$$\begin{cases} \ln(-y) = a \\ \ln x = b \end{cases} \quad 7ab = 2b^2 + 4ab + a^2 \quad (*)$$

$$(*) \quad 2b^2 - 3ab + a^2 = 0 \quad (*) \quad \left(\frac{2}{3}b\right)^2 - 3ab + a^2 = 0 \quad (*)$$

$$(*) \quad \left(\frac{2}{3}b - a\right)^2 - \left(\frac{1}{3}b\right)^2 = 0 \quad (*) \quad (b-a)(2b-a) = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 12 = 0 \quad (*)$$

$$6^3(6-2) = 7 \cdot 6 + 12$$

$$27 - 18 - 27 + 12$$

$$f(2) = 8 - 8 - 14 + 12 = -2$$

$$64 = 32 - 28 + 12$$

$$f(1) = 1 - 2 - 7 + 12 = 4$$

$$27 - 9 - 7 + 12$$

$$(y+2)^2 - 3(x-2)^2 + 2xy$$

$$x^4 - \cancel{2x^3} - 3x^2 + 12x - 4x^2$$

$$(x-3)(x^2+x+4)$$

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 12$$

$$(2-y^2)^2 - 3(1-2)$$

$$4\sqrt{7} - 4 = 7\sqrt{7} + 12$$

$$7\sqrt{7} - 14 - 7\sqrt{7} + 12$$

$$4 - 8 - 72 + 24 - 8$$

$$7+2 \quad 7-2 \quad -3+12=9$$

$$y^2 + 4y - 12 + 24 + 4y = 0$$

$$y^2 + 8y + 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} 7 \quad -2 \quad 7 \\ 7 \quad -2 \quad 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 1 & -2 & -7 & 12 \\ \hline 3 & 1 & -5 & -26 \end{array}$$

$$= 4, 9$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$y+x=f$$

$$|t+y| + |t-y| = 16 \quad (*)$$

$$(*) \quad \begin{cases} t > |y| \\ t = 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \quad (*) \\ & \begin{cases} x+y > 0 \\ x-y > 0 \\ t = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t > |y| \\ t = 8 \end{cases} \\ & \begin{cases} x+y > 0 \\ x-y < 0 \\ 2t = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y < t < y \\ y = 8 \end{cases} \\ & \begin{cases} x+y < 0 \\ x-y > 0 \\ -2t = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < t < -y \\ y = -8 \end{cases} \\ & \begin{cases} x+y < 0 \\ x-y < 0 \\ -2t = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t < |y| \\ t = -8 \end{cases} \end{aligned}$$

$$-16 \quad x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1) $64827 = 3^3 \cdot 7^4$

П.о. в восьмизначные числа, произведение цифр которых равно 64827 состоят из одной 1, трёх 3 и четырёх 7. Поэтому таких чисел всего $8 \cdot C_7^3$ (восьмью способами выберем 1, и 8 оставшихся для неё разместим 3, 7 способами 8 оставшихся мест).

$$8 \cdot C_7^3 = 8 \cdot \frac{7!}{4!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 280$$

Ответ: 280

N2) $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 7x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 3x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 3x + \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) + \cos 4x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin(\frac{\pi}{4} + 2x) \cos 5x + \cos 4x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin(\frac{\pi}{4} + 2x) \cos 5x + 2 \cos(2x + \frac{\pi}{4}) \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \Leftrightarrow \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot (\cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4})) = 0 \Leftrightarrow \sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot 2 \cdot \cos \frac{7x + \pi}{2} \cos \frac{3x - \pi}{2} = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos(\frac{7x + \pi}{2}) = 0 \\ \cos(\frac{3x - \pi}{2}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2\pi k \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k \\ \frac{7x + \pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \frac{7x + \pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \\ \frac{3x - \pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \frac{3x - \pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + \pi k \\ x = \frac{\pi}{8} + \pi k \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{4}{7}\pi k \\ x = \frac{17\pi}{28} + \frac{4}{7}\pi k \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{4}{3}\pi k \\ x = \frac{13\pi}{12} + \frac{4}{3}\pi k \end{cases}$$

Ответ: $\{-\frac{\pi}{8} + \pi k; \frac{3\pi}{8} + \pi k; \frac{3\pi}{28} + \frac{4}{7}\pi k; \frac{17\pi}{28} + \frac{4}{7}\pi k; \frac{5\pi}{12} + \frac{4}{3}\pi k; \frac{13\pi}{12} + \frac{4}{3}\pi k\}, k \in \mathbb{Z}$

N3) Рассмотрим первое ур-ие системы, заметим, что $y < 0, x > 0$.
Положим $(-\frac{x}{y})^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \Leftrightarrow x^{2 \ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \cdot (-y)^{\ln(-y)} \Leftrightarrow e^{7 \ln(-y) \ln x} = e^{2 \ln(xy^2) \ln x + \ln^2(-y)} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 7 \ln(-y) \ln x = 2 \ln(xy^2) \ln x + \ln^2(-y) \Leftrightarrow 7 \ln(-y) \ln x = 2 \ln^2 x + 4 \ln x \ln(-y) + \ln^2(-y) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow f(x) = e^x - \pi R$

$$\Leftrightarrow 7ab = 2b^2 + 4ab + a^2 \Leftrightarrow 2b^2 - 3ab + a^2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}b\right)^2 - 3ab + a^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\ln(-y) = a$$

$$\ln x = b$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}b - a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 = 0 \Leftrightarrow (b-a)(2b-a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(-y) = \ln x \\ \ln(-y) = 2 \ln x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = -y \\ -y = x^2 \end{cases}$$

$$p > 1$$

$$f(x) = \ln x \uparrow \mathbb{R}$$

Подстановка полученных результатов во второе уравнение системы:

$$\begin{cases} X = -y \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = -y \\ x^2 - 2x^2 - 3x^2 + 12x - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y = x^2 \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0 \\ -y = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 8 = 0 \\ x = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x^2 + x - 4 = 0 \\ -y = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \\ y = -\left(\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ (2, -2); (3, -9); \left(-\frac{1+\sqrt{17}}{2}, -\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}\right)^2\right) \right\}$$

№5) Рассмотрим первое уравнение системы, пусть $x+8=t$

$$|t+y| + |t-y| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} t+y \geq 0 \\ t-y \geq 0 \\ t=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+8 \geq |y| \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |y| \leq 8 \\ x=0 \\ t=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t+y \geq 0 \\ t-y \geq 0 \\ x=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y \leq x+8 \leq y \\ y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-16; 0] \\ y=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t+y \leq 0 \\ t-y \geq 0 \\ y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq x+8 \leq -y \\ y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-16; 0] \\ y=-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t+y \leq 0 \\ t-y \leq 0 \\ t=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+8 \leq -y \\ t=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [-16; 0] \\ t=-8 \end{cases}$$

П.О. Это уравнение задает квадрат с центром в точке $(-8, 0)$ и стороной 16



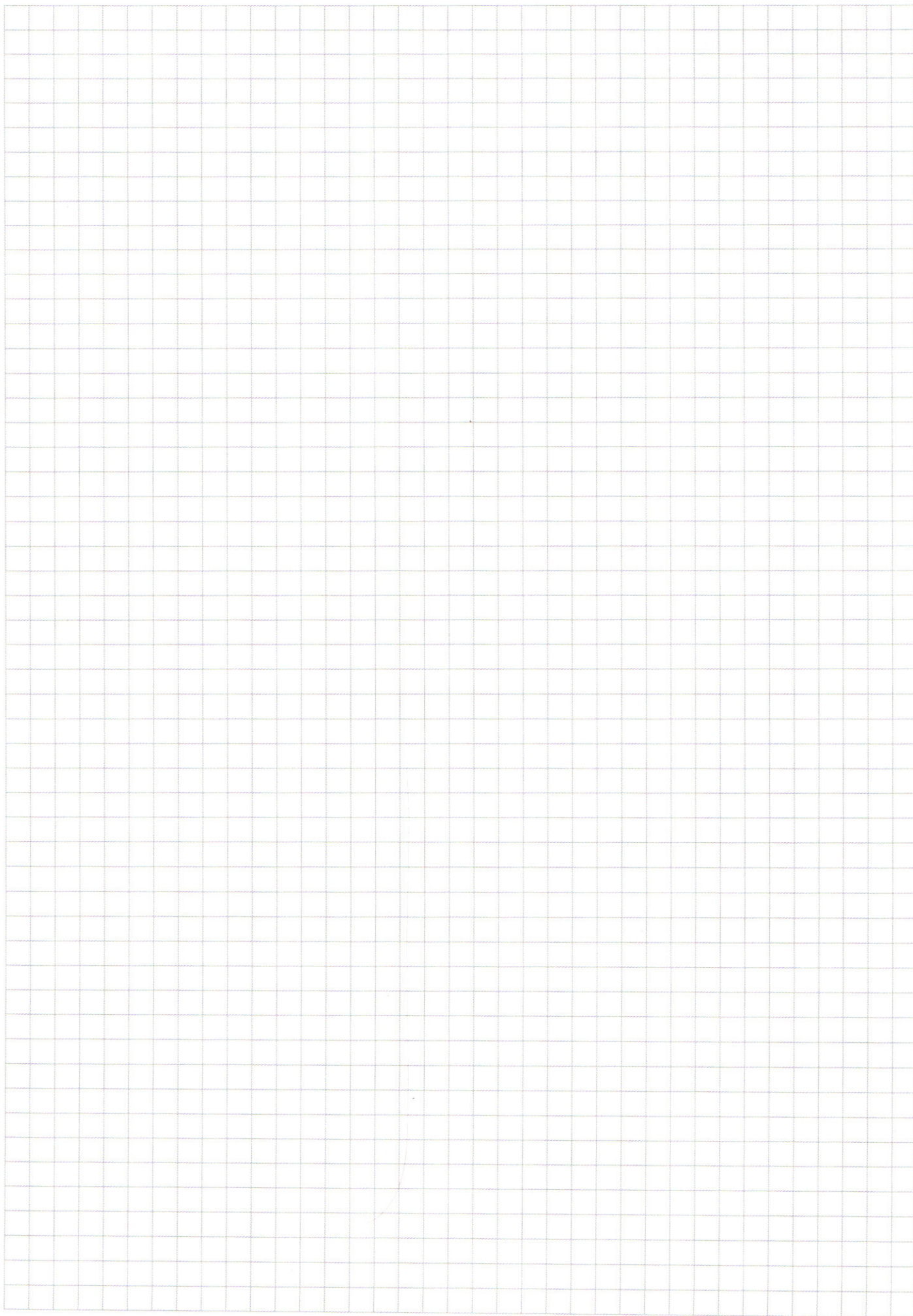
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № _____
(Нумеровать только чистовики)