ШК
(заполняется секретарём)

Рег. №: M11-XM-0021
Класс участия: 11
Место проведения: Ханты-Мансийск
Дата проведения: 2_ февраля 2020 г.
Время начала (местное): ___

Олимпиада школьников

МФТИ

по математике
Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
Кучина	Анастасия	Романовна	07.11.2002	17

Страна	Регион	Населенный пункт
Россия	ХМАО-Югра	г. Ханты-Мансийск

Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
паспорт	6716	604551	20.12.2016	860-031

Страна школы	Регион школы	Населенный пункт школы
Россия	ХМАО-Югра	г. Ханты-Мансийск

Класс обучения	Полное название образовательного учреждения
11	Югорский Физико-Математический Лицей-Интернат

Мобильный телефон	Доп. телефон	E-mail
89825132699	—	star.95371@mail.ru

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограниченно доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраля 2020 г

Подпись участника олимпиады

Кучина И.И. — ФИО законного представителя
мама — Степень родства
Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.
Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

2 0 0 0 3 2 0 1

ВАРИАНТ 8

ШИФР ____________________

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right) x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1)

$$\begin{array}{r|l} 64827 & 3 \\ 21609 & 3 \\ 7203 & 3 \\ 2401 & 7 \\ 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \end{array}$$

$64827 = 3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7$

$\Downarrow$

нужные числа должны состоять из набора цифр 3 3 3 7 7 7 7 1, или 9 3 7 7 7 7 1 1

$\Downarrow$

чисел, составленных из первого набора:

$\frac{8!}{3!\,4!}$, т.к. есть три „3" и четыре „7", которые в записи все одинаковы

Чисел, составленных из второго набора:

$\frac{8!}{4!\,2!}$, т.к. есть ~~три~~ четыре „7" и две „1"

$\Downarrow$

Всего: $\frac{8!}{4!\,3!} + \frac{8!}{4!\,2!} = 5\cdot8\cdot7\cdot5 = 1400$

Ответ: 1400

(6)

a)

$r_1 = r_2 = 17$

$A, B \in \omega_1 \cap \omega_2$

$C \in \omega_1$

$D \in \omega_2$

$\angle CAD = 90^\circ$

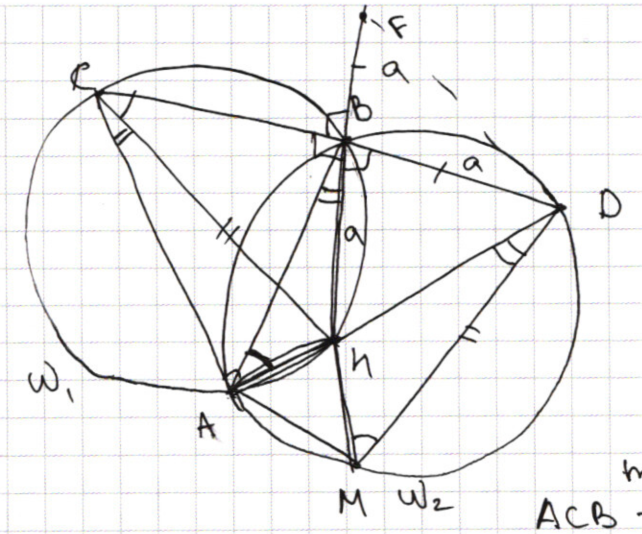
$BF \perp CD$

$BF = BD$

а) CF - ?

б) $BC = 16$

S_{ACF} - ?



H - т. пересеч. BF и AD

$\angle CBH = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow ACBH$ - вписан в окр-ть ω_0

тк около треуг. ACB - сущ. только 1 окр-ть

$\Rightarrow \omega_1 \equiv \omega_0 \Rightarrow H \in \omega_1 \Rightarrow CH = 2r$

$M = BH \cap \omega_2$

$DM = 34$, тк $\angle MBD = 90^\circ \Rightarrow$ ~~$\triangle CHB = \triangle$~~

$\angle ABH = \angle ACH$ (тк опир. на $\breve{AH}$ дугу) $\Rightarrow \angle ACD = \angle ADM$

$\angle ABH = \angle ADM$ (тк опир $\breve{AM}$

$\angle BAH = \angle BCH$ (тк опир на $\breve{BH}$) $\Rightarrow \angle BCM = \angle BMD \Rightarrow$

$\angle BAD = \angle BMD$ (тк опир на дугу $\breve{BD}$)

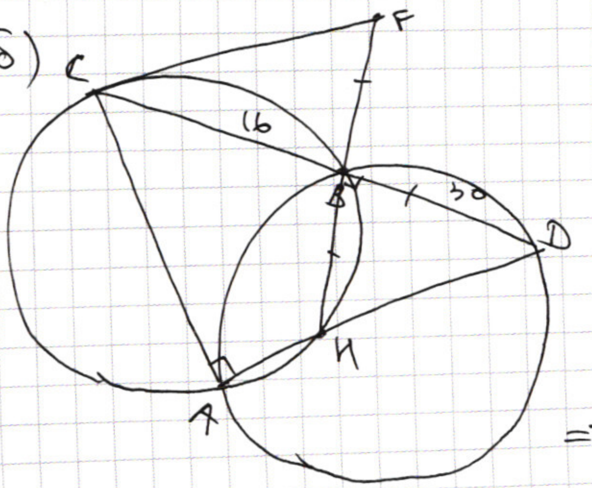
$\Rightarrow \triangle CHB = \triangle MBD$ (по катету и углу) $\Rightarrow BH = HD = a \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Т. Пиф: $CB^2 = CH^2 - BH^2$

$CF^2 = CB^2 + BF^2 = CH^2 \Rightarrow CF = 34$

Ответ: $CF = 34$

б)



Т. Пиф: $FB = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30 = BD = BH$

$HD = \sqrt{2FB^2} = 30\sqrt{2}$

$\triangle BHD$ - равнобедр.

$\angle BDH = \angle BHD = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CAD$: $\angle ACD = \cancel{AD}\,90 - \angle ADC = 45^\circ \Rightarrow$

т. Пиф

$\Rightarrow 2AC^2 = CD^2 \Rightarrow AC = 23\sqrt{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos\angle FCB = \frac{16}{34}$

$\sin\angle FCB = \frac{30}{34}$ $\Rightarrow \sin\angle ACF = \frac{16}{34}\cdot\frac{\sqrt2}{2} + \frac{30}{34}\cdot\frac{\sqrt2}{2} =$

$\cos\angle ACD = \frac{1}{\sqrt2}$

$\sin\angle ACD = \frac{1}{\sqrt2}$ $= \frac{23\sqrt2}{34}$

$S_{ACF} = \frac{1}{2}\cdot AC\cdot CF\cdot \sin\angle ACF = \frac{1}{\cancel{2}}\cdot 23\cancel{\sqrt2}\cdot 3\cancel{4}\cdot\frac{23\sqrt2}{\cancel{34}} =$

$= 23^2 = 529$

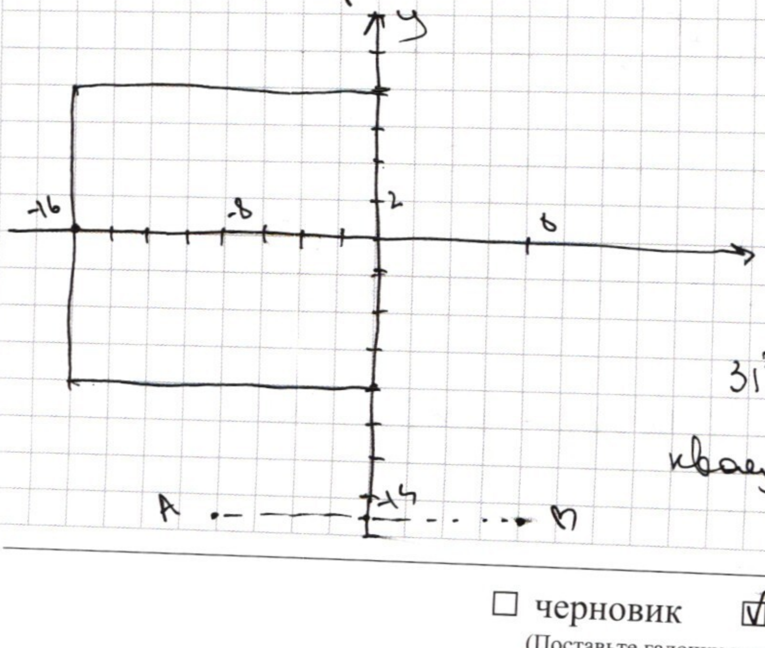
Ответ: 529

5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

График $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$ - квадрат со стороной 16 и вершинами в т. $(0;-8)$; $(-16;-8)$; $(-16;8)$; $(0;8)$

График $(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$ - 4 окр-ти с радиусом $\sqrt a$ и центрами в т. $(8;15)$ $(-8;15)$ $(-8;-15)$ $(8;-15)$ - центры - A; B; C; D



$a < 49$ - 0 реш

$a = 49$ - 2 реш (окр-ть с центром A и D касаются

$120 \ge a > 49$ - 4 решения

$31^2 \ge a > 120$ - решений > 2, т.к все 4 окр-ти пересекают квадрат в 2 точках

$24^2+23^2 > a > 31^2$ — $4-3$ ~~[illegible]~~ решения тк окр-ти с центрам A; D больше не имеют общ. точек с квадратом а каждая из окр-тей B, C пересекает его 2 раза, при этом ~~оба~~ оба пересечен. B с квадратом и C с квадратом невозможно тк точки пересеч. симметричны отн. Ox и центры окр-тей (т. B и C) не равноудал. от сторон квадрата)

$a = 24^2+23^2$ — 2 решения тк. окружности касаются ~~т.~~ вершин квадрата $(-16;8)$ и $(-16;-8)$

$a > 24^2+23^2$ — 0 решен, тк. ни одна из окр-тей не будет пересекать квадрат

Ответ: $a_1 = 49$
$a_2 = 24^2+23^2$

(2)

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cdot\cos 4x = 0$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos 7x + \sin 7x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 3x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} - \sin 3x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 4x = 0$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$2\cos(5x)\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$2\cos(5x)\,\frac{\cos 2x + \sin 2x}{\sqrt{2}} + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$$

$$(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ \sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0 \end{array}\right.$$

~~cos2~~

$\Downarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x = -\sin 2x \\ \cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{array}\right.$$

$\Downarrow$

$$\left[\begin{array}{l} \cos^2 x + 2\sin x\cos x + \sin^2 x = 0 \\ 2\cos\left(3{,}5x + \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(1{,}5x - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{array}\right.$$

$$2x_1 = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \qquad x_1 = \frac{3\pi}{8} + \pi k$$
$$\Rightarrow \qquad k \in Z$$
$$2x_2 = \frac{-\pi}{4} + 2\pi k \qquad x_2 = \frac{-\pi}{8} + \pi k$$

$$\frac{7}{2}\cancel{3{,}5}x_3 + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k \qquad x_3 = \frac{3\pi}{\cancel{28}} + \frac{2\pi k}{7}$$
$$\Rightarrow \qquad , k \in Z$$
$$\frac{3}{2}x_4 - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k \qquad x_5 = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$$

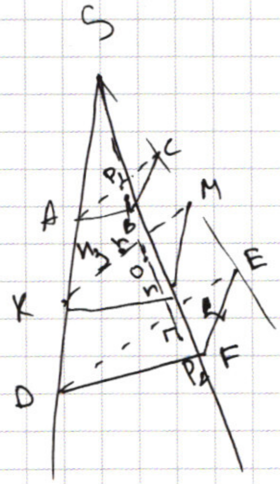
Ответ: $x_1 = \frac{3\pi}{8} + \pi k$

$x_2 = \frac{-\pi}{8} + \pi k$

$x_3 = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi k}{7}$, $k \in Z$

$x_4 = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$

(4)



$O \in (KLM)$ $\quad \angle KSO - ?$

$S_{KLM} - ?$

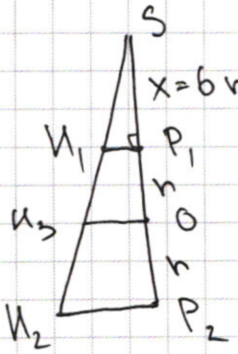
$S_{ABC} = 9$ $\quad SH_1$ - высота в ~~пирамиде~~ ~~SABC~~ SAB

$S_{DEF} = 16$ $\quad SH_2$ - высота ~~в пирамиде~~ ~~SDEF~~ △SDE

$\triangle ASC \sim \triangle DES \Rightarrow$

$\triangle ABC \sim \triangle DES \Rightarrow \left(\frac{AC}{DE}\right)^2 = \frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AC}{DE} = \frac{SH_1}{SH_2} = \frac{3}{4}$



$P_1 \in (ABC)$, $SP_1 \perp ABC$

$P_2 \in (DEF)$ $\quad SP_2 \perp (DEF)$

$\frac{SP_1}{SP_2} = \frac{x}{2r+x} = \frac{3}{4} \Rightarrow SP_1 = 6r$

$\Downarrow$

$\frac{SH_3}{SH_1} = \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{AC}{KM} = \frac{6}{7} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{KML}} = \frac{9}{S_{KML}} =$

$= \frac{36}{42} \Rightarrow S_{KML} = \cancel{\frac{42 \cdot 9}{36}} = \frac{21}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 4 7

1

64827	3
21609	3
7203	3
2401	7
343	7
49	7
7	7

2401 | 7
21 | 343 | 7
30 | 49
21 63

$$\frac{8\cdot7\cdot5\cdot6^2}{3} + \frac{8\cdot7\cdot5\cdot6^3}{2} =$$

$\boxed{\text{РАВНО } 6827}$

$= 5\cdot8\cdot7\cdot5$

× 6827

~~без нулей~~

$3_1\ 3_2\ 3_3\ 7_1\ 7_2\ 7_3\ 7_4\ 1_1$

или

$9_1\ 3_1\ 7_1\ 7_2\ 7_3\ 7_4\ 1_1\ 1_2$

расставить 8 $\frac{8!}{4!\,3!}$

$+\ \frac{8!}{4!\,2!}$

$$\frac{8!}{4!\,3!} + \frac{8!}{4!\,2!}$$

из всех - где нет 0

$9\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10 - 9^8$

$9(10^7 - 9^7)$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times\ 25 \\ \hline 280 \\ 112\ \ \\ \hline 1400 \end{array}$$

$$\cos + \sin x = 0$$

$-\frac{1}{\sqrt2}$, $\frac{1}{\sqrt2}$; $\frac{1}{\sqrt2}$, $-\frac{1}{\sqrt2}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

(2)

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$\cos 7x = \cos(3x+4x) = \cos 3x \cdot \cos 4x - \sin 3x \sin 4x$$

$$\sin 7x = \sin 3x \cos 4x + \cos 3x \cdot \sin 4x$$

$$\underline{\cos 3x}\ \underline{\underline{\cos 4x}} - \sin 3x \sin 4x + \cos 3x + \sin 3x \cos 4x + \cos 3x \sin 4x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x$$

$$-\sin 3x(\sin 4x + 1) + \cos 3x(\sin 4x + 1) + \cos 4x\left(\cos 3x + \frac{\sin 3x}{\cancel{\cos}}\right) + \sqrt{2}\cdot\cos$$

$$(\sin 4x + 1)(\cos 3x - \sin 3x) + \cos 4x(\cos 3x + \sin 3x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$(\sin 4x + 1)(\cos 3x - \sin 3x) + \cos 4x(\cos 3x + \sin 3x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\frac{2\cos 5x}{\sqrt{2}} \cdot (\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x + \sin 2x)\left(\frac{\cos 2x}{\cancel{\sin}} - \sin 2x\right) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)\left(\frac{\cos 5x}{\sqrt{2}} + \cos 2x - \sin^2 x\right) = 0$$

$$\log_a b = z$$

$$y < 0$$

$$a^{\log_a b} = b \qquad a^z = b$$

(3)

$$\left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$a^{\log_b a}$$

$$\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\log_b a = z$$

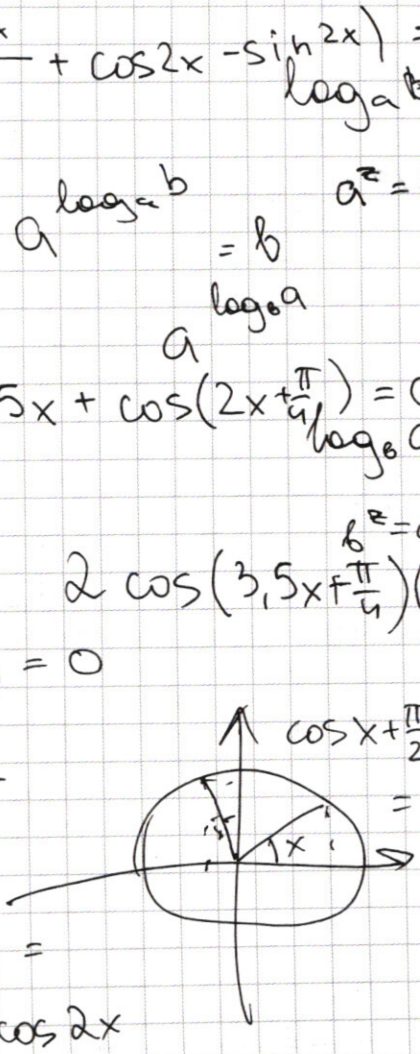
$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$b^z = a$$

$$2\cos\left(3{,}5x + \frac{\pi}{4}\right)(\cos$$

$$(y+x)^2 - (4x^2 - 12x + 4y) = 0$$

$$(y+x)^2 = 4(x^2 - 3x + y)$$



$$\cos x + \frac{\pi}{2} = \\ = \sin x$$

$$\cancel{\sin 2x + \pi - \sin}\ \sin 2x + \frac{\pi}{2} = \\ = \cos 2x$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

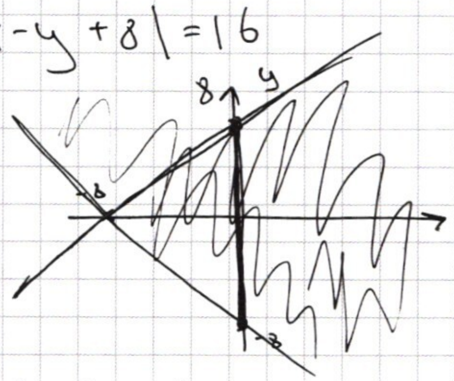
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5

$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

1. $x+y \geq -8$ $\quad y \geq -8-x$

$x-y \geq -8$ $\quad y \leq x+8$

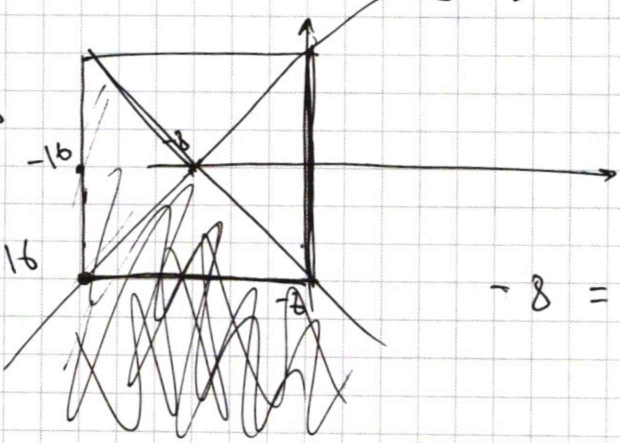


$x+y+8+x-y+8=16.$

$2x=0 \quad x=0 \quad y \in [-8;8]$

2. $x+y<-8$

$x-y>-8$

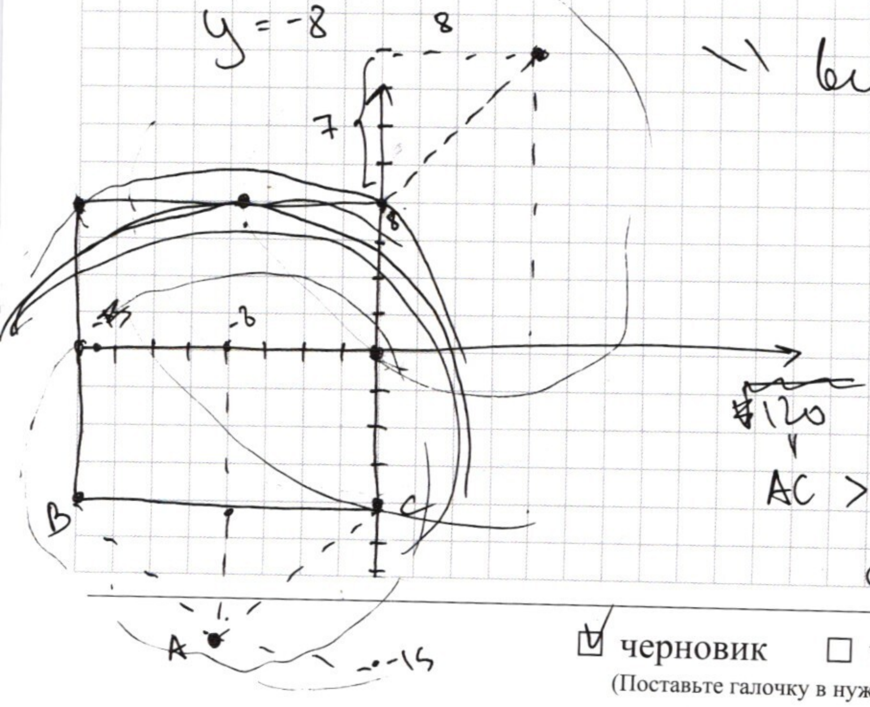


$-\cancel{x}-y-\cancel{8}+\cancel{x}-y+\cancel{8}=16$ $\quad -8 = x+8$

$-2y=16$

$y=-8$

$64+56=120$



// внутри квадрата

$a = 49$, то $r=7$.

- внизу - касан.
верх: 0

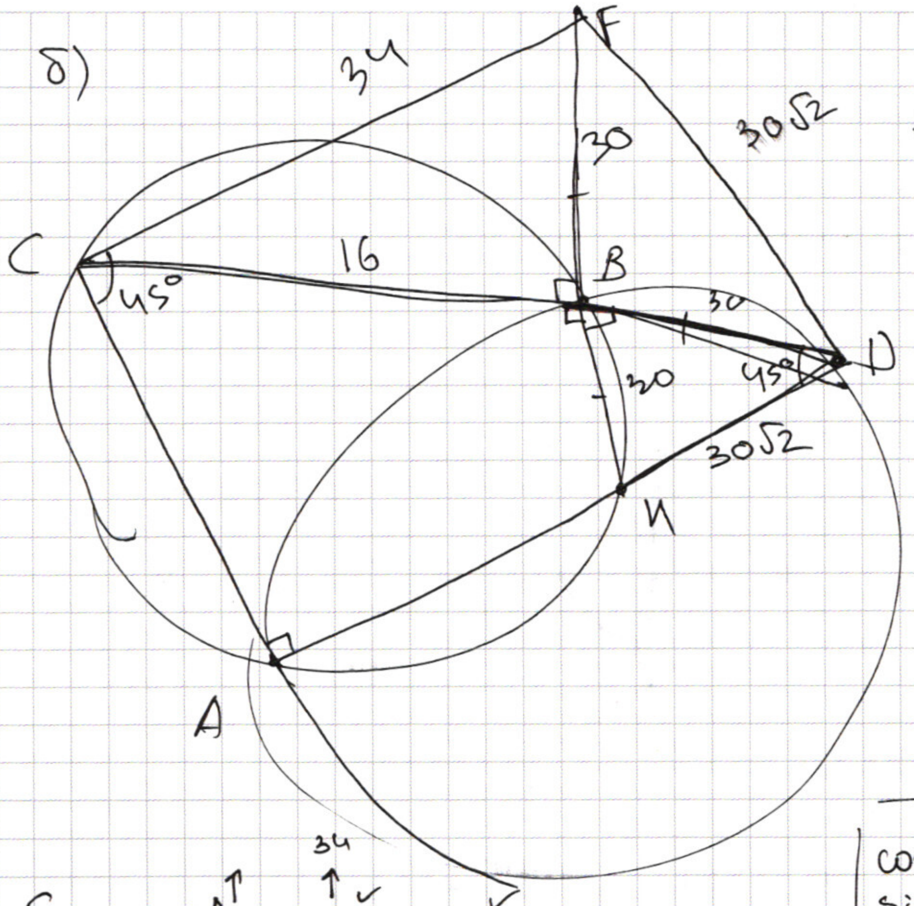
$AC > a > 49$ внизу - 2 перес
верху: 0

$a=120$ внизу - 2 верх 1

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

б)



$FB = \sqrt{34^2 - 16^2} =$

$= \sqrt{(34-16)(34+16)} =$

$\cancel{8}18 \qquad 50$

$= \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 5^2} = 3 \cdot 2 \cdot 5 =$
$= 30$

$HD = 30\sqrt{2}$

$\boxed{\begin{array}{l} \cos\angle FCB = \frac{\cancel{3}16}{34} \\ \sin\angle FCB - \frac{30}{34} \end{array}}$

$S_{CFD} = AC \cdot CF \cdot \sin\angle ACF$ (34)

③ $\left(\frac{-x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \cdot \ln(xy^2)}$

$\frac{-x^{7\ln(-y)}}{x^{2\ln(xy^2)}} = y^{\ln(-y)}$ ~~$2\ln(xy^2)$~~

$x^{7\ln(-y) - 2\ln(xy^2)} = -y^{\ln(-y)}$

$x^{\ln\left(\frac{-y^3}{x^2y^4}\right)} = -y^{\ln(-y)}$

$\frac{8}{17} + \frac{15}{17} = \frac{23}{17}$

$\times \begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$

43 $\triangle HFD$ - $\angle D = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACD = 45^\circ$

$\cos\angle ACD = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\angle ACD = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\triangle ACD$ - прямоуг. равноб.

$\Downarrow$

$2AC^2 = \cancel{AD^2}\ CD^2$

$AC = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{46}{\sqrt{2}} =$

$= 23\sqrt{2}$

$\log_a N = x \qquad a^x = N$

$\ln y = 2$

$e^2 = y$

$y^{\ln y} =$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos 7x + \sin 7x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right)$ or $\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right)$

$2\cos^2 2x - 1 \;\|\; + \cos 4x = 0$

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cos 3x - \sin 3x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ ш $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$

$2\cos 5x\cos 2x + \cos 4x = 0$

$2\cos^2 2x(\cos 5x + 1) = 1$

$\cancel{2\sin 5x\cdot\cos 4x + 2\cos 5x\cdot\sin 4x = 2\sin(5x+9x)}$

$2\sin 5x\cos 2x + \cos 4x = 0$

$\cos 5x\cos x + \sin 5x\sin 2x$

$\cancel{\cos 4x(2\sin 5x + 1) = 0}$

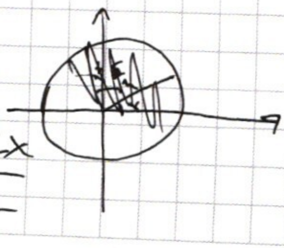
$\sin 5x(2\cos 2x + \sin 2x) + \cos 5x\cdot\cos x = 0$

$2\cos^2 x - 2\sin 2x + 2\sin x\cos x$

$2\cos 5x\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$

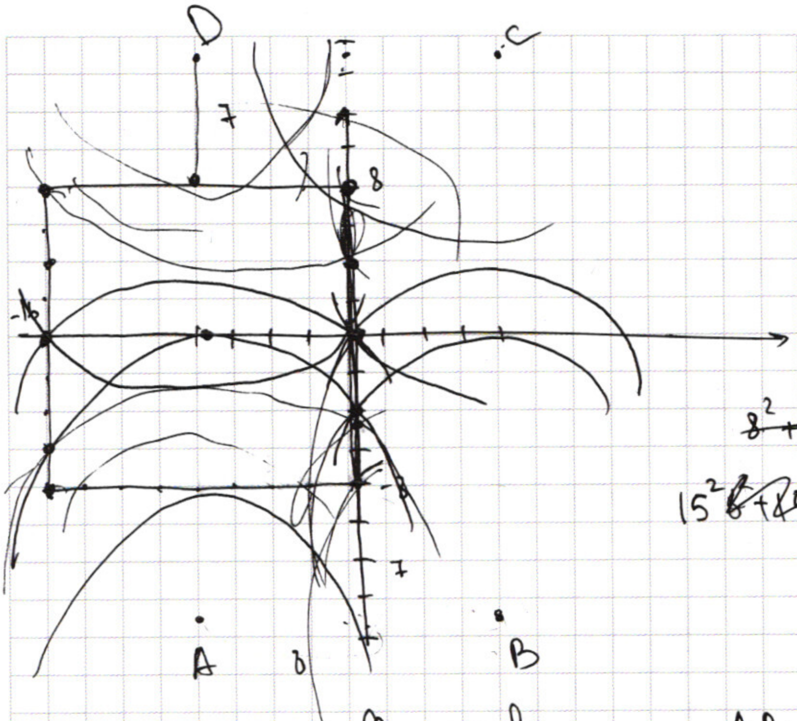
$2\cos 5x\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$

$2\sin 5x\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$



$2\,\frac{\sin 5x}{\cancel{\cos 5}}x\cdot\frac{\cos 2x}{\sqrt{2}} + \frac{\sin 2x}{\sqrt{2}}$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



$a<49$ – 0 реш

$a=49$ – 2 реш

$120>a>49$ – 4 реш

$a=120$ – ~~8~~ 4 реш

~~$8^2+7^2>a>120$~~

8^2+15

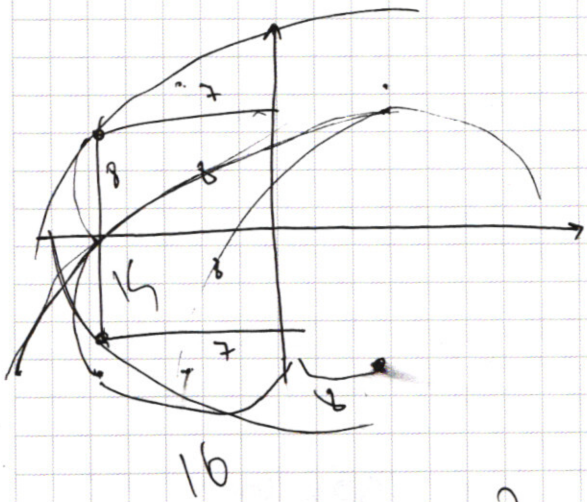
15^2 ~~$8+15^2$~~ $>a>120$ – ~~4 реш~~. больше 2 реш.

~~$a=15^2$~~

$a=8^2+15^2$ – ~~3~~ 4 решен.

Oy – равноуд от AB и CD

$a>31^2$ – ~~4~~ > 2 реш тк
Окр. B – 2 реш
окр C – 2 реш
⇓
мин 3 реш



Сколько корней у A, столько и у D

Аналог B, C

2 реш – когда A; B касаются
$a=49$

когд BC кас – $a=$ ~~16^2+~~ 24^2+
$+23^2$

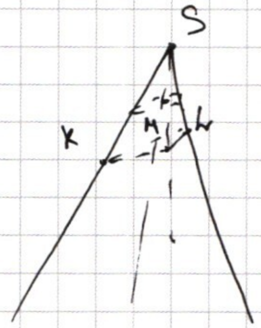
☑ черновик ☐ чистовик Страница №__
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4

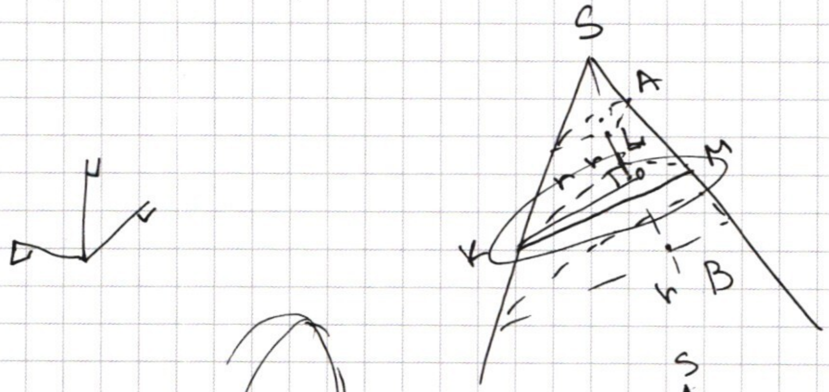


$\angle KSO$ – ?

S_{KLM} – ?

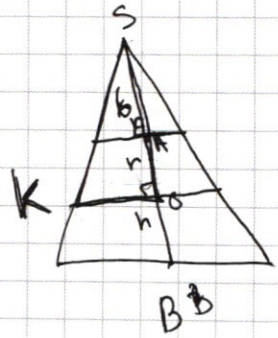
$\frac{9}{x} = \frac{36}{42}$

$\frac{42 \cdot \cancel{9}}{{}_4\cancel{36}} =$



$\frac{9}{16} = k^2$

$\frac{3}{4}$



$\frac{x}{2r+x} = \frac{3}{4}$

$\frac{x}{r+x}$ – ? $= \frac{6r}{7r} =$

$= \frac{6}{7}$

$tg\angle KSO =$

$\frac{\overset{42}{\times 4}}{168}$

$4x = 6r + 3x$

$x = 6r$

$3 + 20 + 12 =$

$= 35$

$\frac{\cancel{9}3}{z} = \frac{\cancel{6}2}{7}$

$\frac{6r}{7r}$

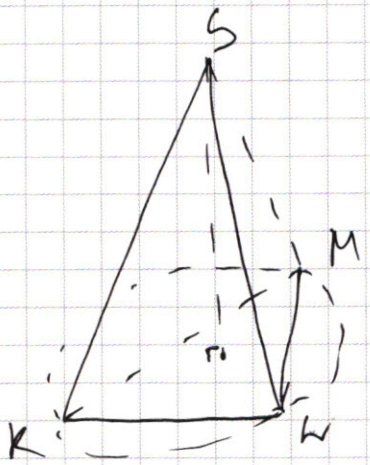
$z = \frac{21}{2}$

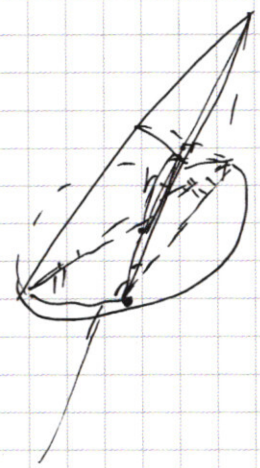
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)





$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$

$y : 3$

$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

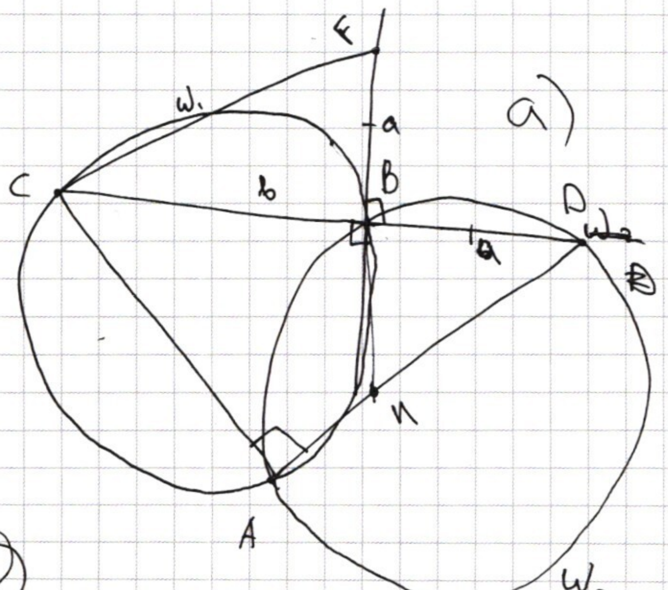
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



а)

$r_1 = r_2 = 17$

$\angle CAD = 90^\circ$

$BF = BD$

$CF - ?$

$CF = \sqrt{b^2 + a^2}$

ω_2 — + = = 45° $\triangle ABD$

$H \in \omega_1$, т.к. сумма 180 и вокруг $\triangle$-10

CH - диаметр

$CH = 34$

(2)

$CH = 34$

$CB = \sqrt{34^2 - a^2}$

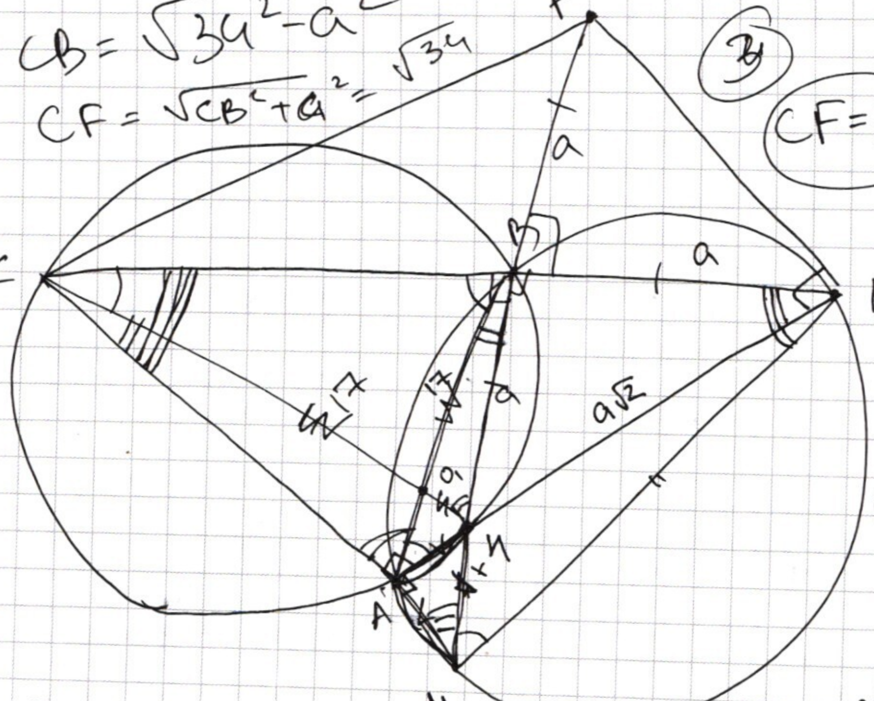
$CF = \sqrt{CB^2 + a^2} = \sqrt{34}$

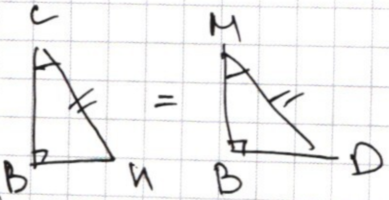
(3)

$CF = 34$

$MD = 34$

— и = на дугах





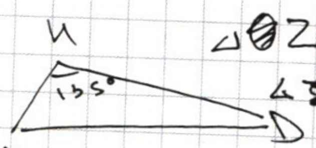
(1)

$BH = BD = a$

$BC = BM$

$\angle AMD = \angle CHA$

$\frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{BH}{HD} = \frac{BA}{MD}$



$\triangle ZHB$ - равн

$\triangle ZCB$ - равн

$\Downarrow$

$Z = O_1$

$\angle HDF = 90^\circ$

$AM = HA$

AB

$BA = \frac{34}{\sqrt{2}}$

$\frac{MD}{\sqrt{2}} = BA$

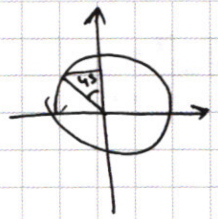
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №___

(Нумеровать только чистовики)

$$d^2 = 2a^2 + x^2 + \cos 135^\circ \cdot x \cdot a\sqrt{2}, \quad \cos 135^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$d^2 = 2a^2 + x^2 + xa$$

$$x^2 + xa + 2a^2 - 34^2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -a$$

$$(x_1 \cdot x_2) = (a\sqrt{2} - 34)(a\sqrt{2} + 34)$$

$$a\, 2\sqrt{2}$$

5

~~2 - 1 = 1~~

~~2 + 1 = 3~~

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16 \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

$|-2 + 1| = 1$

$|-2| + |1| = 1$

$|x + y + 8| = 0$ $\quad y + x \geq 8$

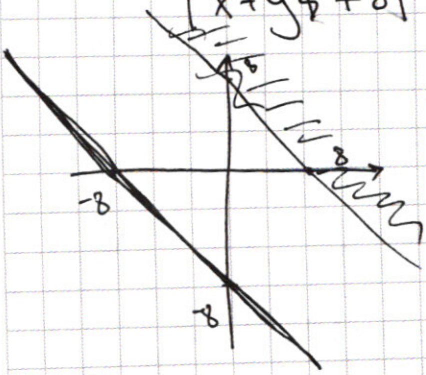
$y \geq 8 - x$

$x + y + 8 = 0$

$y = -8 - x$

$y + x < 8$

$-x - y - 8 = 0$



$|y + (x + 8)|$

$15^2 + 8^2 \geq a > 120$ — 4 реш

$15^2 + 8^2 = a$ — 3 реш

$23^2 > a > 15^2 + 8^2$ — 4 реш

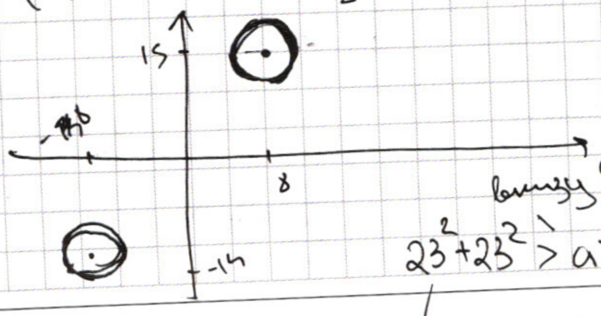
$a = 23^2$ — 5 реш

$8^2 + 23^2 > a > 23^2$ — 6 решен

$a = 8^2 + 23^2$ — 3 реш.

$(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a$

$a = 1$



внизу 6 вер 2

$23^2 + 23^2 > a > 8^2 + 23^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)