

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

4. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа. 1120

5. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

6. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

$$(3; -9) \quad \left(-\frac{1+\sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$$

0.5 7. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16. $9\sqrt{3}\sin\frac{1}{2}$

8. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

$$81; 1105; 801$$

имеет ровно два решения.

9. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . 34

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF . 529

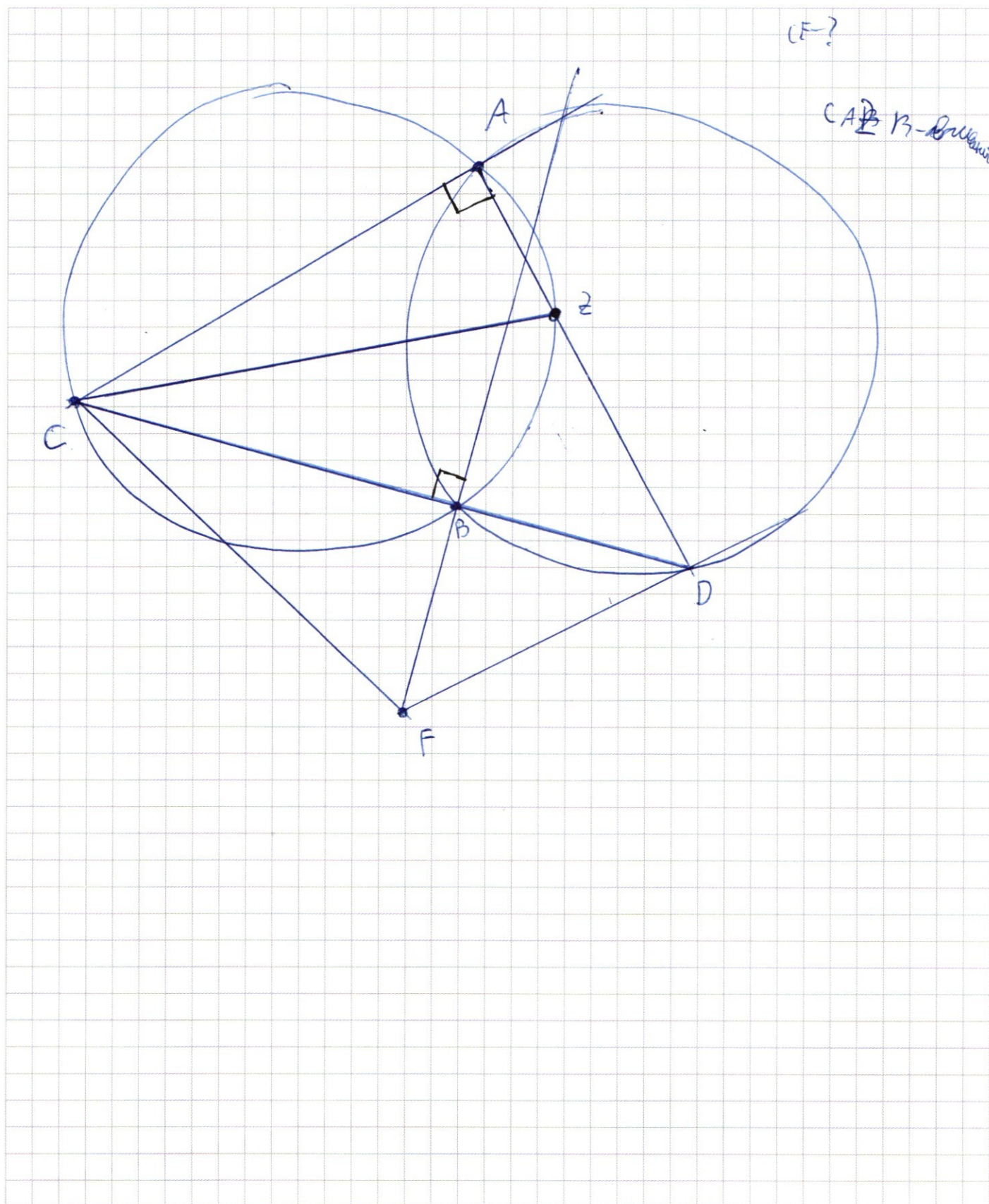
10. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

$$-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \quad \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi d \quad \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{7}\pi k$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\triangle CAD \sim \triangle ZMD$$

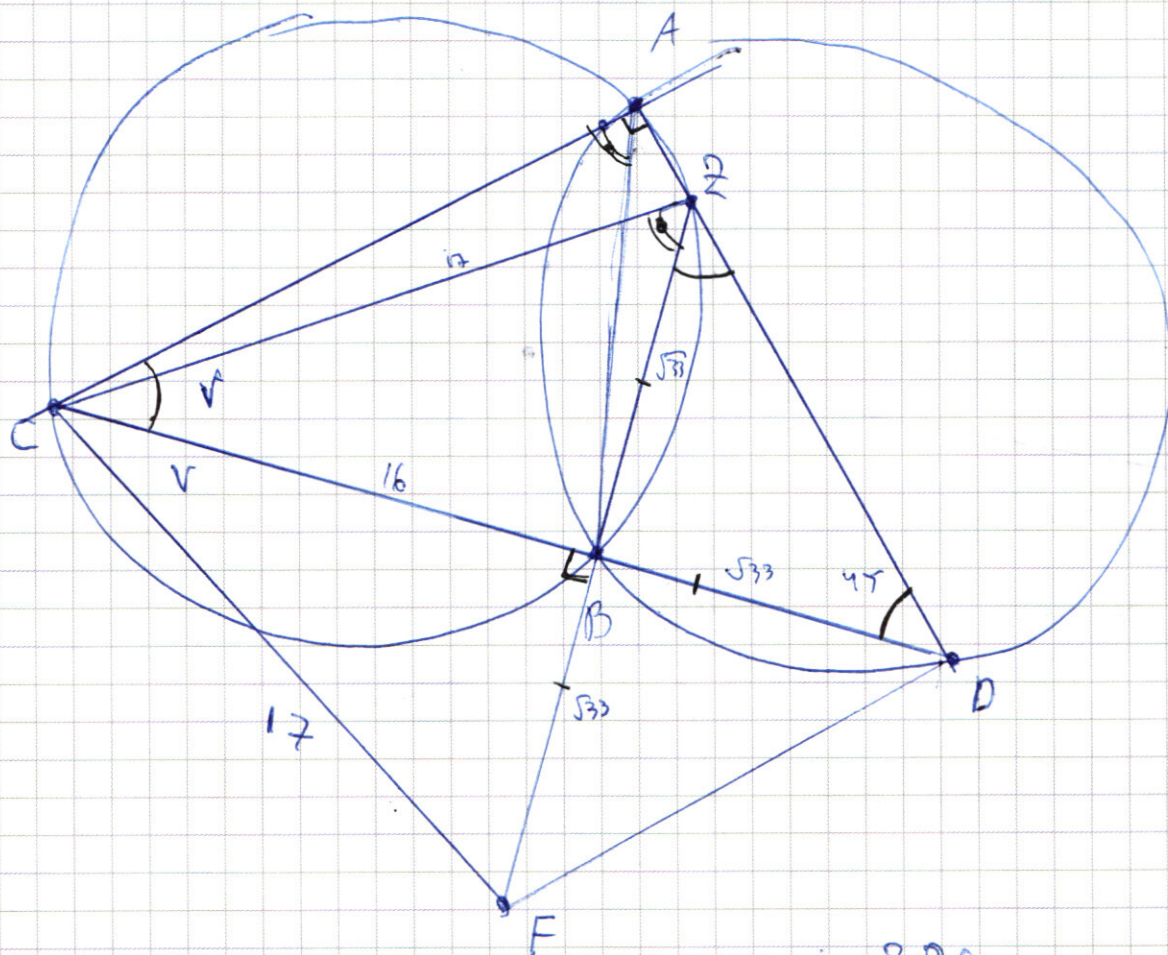
$$CB^2 + MD^2 = R^2$$

$$CA^2 + A_2^2 = R^2$$

(F-?)

$$\sqrt{289 - 256} = \sqrt{33}$$

$$\frac{AM}{SM} = \frac{19}{SM}$$



$$\begin{array}{r} 289 \\ - 225 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$46.2 \text{ V} \quad 34.34$$

$$23 \text{ V} \quad 17.17$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 3

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \quad (1)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (1)$$

$$(1) (y+3x)(y-x) + 4(3x+y) = 0.$$

$$(y+3x)(y-x+4) = 0$$

$$\begin{cases} y = -3x \\ y = x - 4 \end{cases}$$

1) случай $y = -3x$, подставим в (1)

$$\left(\frac{x^7}{3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2 \ln(9x^3)}$$

$$\ln\left(\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)}\right) = \ln\left(x^{2 \ln(9x^3)}\right), \quad x > 0, \text{ тогда } xy^2 < 0$$

$$\ln(3x) \cdot \ln\left(\frac{x^6}{3}\right) = 2 \ln(9x^3) \cdot \ln x$$

$$(\ln 3 + \ln x)(6 \ln x - \ln 3) = 2(2 \ln 3 + 3 \ln x) \cdot \ln x$$

$$\ln x = t \quad (\ln 3 + t)(6t - \ln 3) = 4 \ln 3 + 6t.$$

$$\text{Пусть } \ln 3 = a. \quad 6at + 6t^2 - a^2 - at = 4a + 6t.$$

$$6at + 6t^2 - a^2 - at - 4a - 6t = 0$$

$$6t^2 + 5at - 6t - a^2 - 4a = 0$$

$$6t^2 + t(5a - 6) - a^2 - 4a = 0$$

$$D = 25a^2 - 60a + 36 - 24(-a^2 - 4a) = 49a^2 + 36a + 36$$

$$t = \frac{-5a + 6 \pm \sqrt{49a^2 + 36a + 36}}{12}$$

Пусть $\ln x = t$, $\ln 3 = a$.

$$(a + t)(6t - a) = 2(2a + 3t) \cdot t$$

$$6at + 6t^2 - a^2 - at = 2(2at + 3t^2)$$

$$5at + 6t^2 - a^2 = 4at + 6t^2$$

$$at = a^2, t \cdot \ln 3 = (\ln 3)^2, \quad \underline{t = \ln 3}$$

то $\ln x = \ln 3$, $x = 3$, $3 > 0$, $y = -9$.

(II) считаем, $y = x - 4$.

$$\left(-\frac{x^2}{x-4} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x(x-4)^2)}, \quad \underline{x \in (0, 4)}$$

$$\left(\frac{x^2}{4-x} \right)^{\ln(4-x)} = x^{2 \ln(x(x-4)^2)}$$

$$\ln(4-x) \cdot \ln\left(\frac{x^2}{4-x}\right) = 2 \ln(x(x-4)^2) \cdot \ln x$$

$$\ln(4-x) \cdot (2 \ln x - \ln(4-x)) = 2(\ln x + \ln(x-4)^2) \ln x$$

Пусть $a = \ln(4-x)$, $b = \ln x$.

$$a(2b - a) = 2(b + 2a) \cdot b$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2ab - a^2 = 2b^2 + 4ab$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0.$$

$$(a - 2b)(a - b) = 0.$$

$$1) a = b, \ln(4-x) = \ln x, \underline{x=2} \in (0;4)$$

$$2) a = 2b, \ln(4-x) = \ln(x^2), \quad x^2 = 4-x$$

$$x^2 + x - 4 = 0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0$$

$$\frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \vee 4;$$

$$-1 + \sqrt{17} \vee 8.$$

$$\underline{\sqrt{17} < 9}, \quad x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad \text{Корень}$$

$$y = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} - 4 = \frac{\sqrt{17} - 9}{2}$$

$$\text{Ответ: } (3; -9)$$

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17} - 9}{2} \right)$$

$$\cos^2 x + \cos^3 x + \sin^2 x - \sin^3 x + \sqrt{2} \cos^4 x = 0$$

$$2 \cos^5 x + 2 \sin^2 x \cos^3 x - \sqrt{2} \cos^4 x = 0$$

$$2 \cos^5 x (\cos^2 x + \sin^2 x) = -\sqrt{2} \cos^4 x$$

$$2 \cos^5 x (\cos^2 x + \sin^2 x) = -\sqrt{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) (\cos^2 x + \sin^2 x)$$

$$(\cos^2 x + \sin^2 x) (2 \cos^5 x + \sqrt{2} (\cos^2 x - \sin^2 x)) = 0.$$

$$1) \cos^2 x = -\sin^2 x.$$

$$\cos^2 x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

Продолжение на
странице 11.

$$2) 2 \cos^5 x + \sqrt{2} (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0.$$

$$2 \cos^5 (3x + 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x - 2 \sin x \cos x) = 0.$$

$$2 \cos^3 x \cos^2 x - 2 \sin^3 x \sin^2 x + \sqrt{2} \cos^2 x - \sqrt{2} \sin^2 x = 0.$$

$$\sqrt{2} \cos^2 x (\sqrt{2} \cos^3 x + 1) + \sqrt{2} \sin^2 x (-\sqrt{2} \sin^3 x - 1) = 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos^2 x \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos^3 x + \frac{1}{2} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin^2 x \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin^3 x + \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\cos^2 x \cdot \sin \frac{\pi}{4} + 3x$$

$$(\cos^2 x - \sin^2 x) (\sqrt{2} \cdot (4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 1) + \sqrt{2} \sin x \cos x \cdot 2 x \cdot (\sqrt{2} (3 \sin x - 4 \sin^3 x) + 1) = 0$$

$$\cos x = a, \sin x = b, a \in [-1; 1], b \in [-1; 1]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(a^2 - b^2)(\sqrt{2}(4a^3 - 3a) + 1) - 2ab(\sqrt{2}(3b - 4b^3) + 1) = 0.$$

$$(a^2 - b^2)(4\sqrt{2}a^3 - 3\sqrt{2}a + 1) - 2ab(3\sqrt{2}b - 4\sqrt{2}b^3 + 1) = 0.$$

$$4\sqrt{2}a^5 - 4\sqrt{2}a^3b^2 - 3\sqrt{2}a^3 + 3\sqrt{2}ab^2 + a^2 - b^2 =$$

$$= 4ab(6ab^2\sqrt{2} - 8\sqrt{2}ab^4 - 2ab).$$

$$\cos(4x+3x) + \cos 3x + \sin(4x+3x) - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$$

$$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 4x \cos 3x - \sin 3x \cos 4x -$$

$$- \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$\cos 3x(\cos 4x + \sin 4x + 1) - \sin 3x(\sin 4x + \cos 4x + 1) + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$$

$$(\cos 3x - \sin 3x)(\cos 4x + \sin 4x + 1) + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$$

$$(4\cos^3 x - 3\cos x - 3\sin x + 4\sin^3 x)(\cos 4x + \sin 4x + 1) - \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$(4(\cos x + \sin x)(\cos^2 x - \sin^2 x) - 3(\sin x + \cos x)) \times$$

$$\times (\cos 4x + \sin 4x + 1) + \sqrt{2}(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = 0.$$

$$(\sin x + \cos x)(4(1 - \sin x \cos x) - 3)(\cos 4x + \sin 4x + 1) + \sqrt{2} \times$$

$$\times (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = 0.$$

рассмотрим левую часть.

$$(4(\cos^2 x + \sin^2 x) - 3(\sin x + \cos x))(\cos^2 2x - \sin^2 2x + 2\sin 2x \cos 2x + 1) =$$

$$= \frac{1}{2} (\cos x + \sin x) (4 - 4 \sin x \cos x - 3) (2 \cos^2 2x + 2 \sin^2 x \cos 2x) =$$

$$= (\cos x + \sin x) (1 - 4 \sin x \cos x) \cdot 2 \cos 2x (\cos 2x + \sin 2x)$$

распространять прививочный

$$-\sqrt{2} \cos 4x = -\sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) =$$

$$= -\sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = -\sqrt{2} (\cos^2 x - \sin^2 x - 2 \sin x \cos x)$$

N 1

$$64827 = 9 \cdot 7203 = 9 \cdot 3 \cdot 2401 = 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 3^3 \cdot 7^4$$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ \underline{63} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ \underline{720} \\ 3 \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

- 1) В восьмизначном числе всегда есть 4 цифры
- 2) Оставшиеся 4 цифры $\Rightarrow$ то есть набор : 1, 3, 3, 3

Тогда вариантов: $\frac{8!}{3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 40 \cdot 7 = 280$

Любo выбop: 1, 1, 3, 9.

Тогда выразим $\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 21 \cdot 40 = 840$.

Что вернем: $280 + 840 = 1120$

Ответ: 1120

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-5)^2 = 9 & (2) \end{cases}$$

2 решения

$$(1) \begin{cases} x \leq -8-y \\ x \leq y-8 \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq -8-x \\ y \geq x+8 \end{cases}$$

$$-x-y-8 - x+y-8 = 16.$$

$$-2x = 32$$

$$\underline{x = -16}$$

$$\begin{cases} x \leq -8-y \\ x \geq y-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-y-8 + x-y+8 = 16 \\ -2y = 16 \end{cases}$$

$$\underline{y = -8}$$

$$\begin{cases} x \geq -8-y \\ x \leq y-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+8 - x+y-8 = 16 \\ y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -8-y \\ x \geq y-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+8 + x-y+8 = 16 \\ x = 0 \end{cases}$$

(1) это 4 уравнения
Окружности
с центрами
(±8; ±5) и R=3
R = √9

н5 (продолжение)

$ABCD$ и ω_1 не имеет общ. точек с $ABCD$.

случай а). Заметим, что $ABCD$ симметричен относительно $O_1 O_2$, а значит

касание в 1 точке с ω_1 возможно при $\sqrt{a} = 7$

расстояние $O_1 B = \sqrt{64 + 49} = \sqrt{113}$, $7 < \sqrt{113}$.

Значит, ω_1 касается $ABCD$ в при $\boxed{a=49}$,
при $a=49$ у системы 2 решения.

Также возможен случай совпадения 7- пересечения
 $ABCD \subset \omega_1$ и с ω_2

это достигается при $\sqrt{a} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289}$;

$$a = 289$$

касание в Т. Е, F. Но $289 > 113$, и

с учетом $O_1 P = \sqrt{24^2 + 23^2} = \sqrt{1105}$,

$$\begin{array}{r} 11 \\ + 576 \\ + 529 \\ \hline 1105 \end{array}$$

$289 < 1105$, а значит при $a=289$

будут пересечения ω_3 и ω_4 с $ABCD$, т.е.
кол-во решений более 2ух.

Рассмотрим случай б) заметим, что в отличие от случая а,
теперь все точки пересечения ω_3 с $ABCD$ не могут
совпадать со всеми точками пересечения ω_4 с $ABCD$.

1) касание ω_3 в Т. С, тогда $a=113$,

но при таком a , будет 4 т. пересечения - А, В, С, D, а не 2.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2\cos^5 x + \sqrt{2} \cos^4 x = 0.$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} 2 \cos^4(x+x) + \sqrt{2} \cos^4 x &= 2 \cos^4 x \cos^2 x - \sin^4 x \sin^2 x + \sqrt{2} \cos^4 x = \\ &= \cos^4 x (2 \cos^2 x + \sqrt{2}) - 2 \sin^2 x \cos^2 x \sin^2 x = \\ &= (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) \end{aligned}$$

64827 |

2	2	3
2	3	2
3	2	2

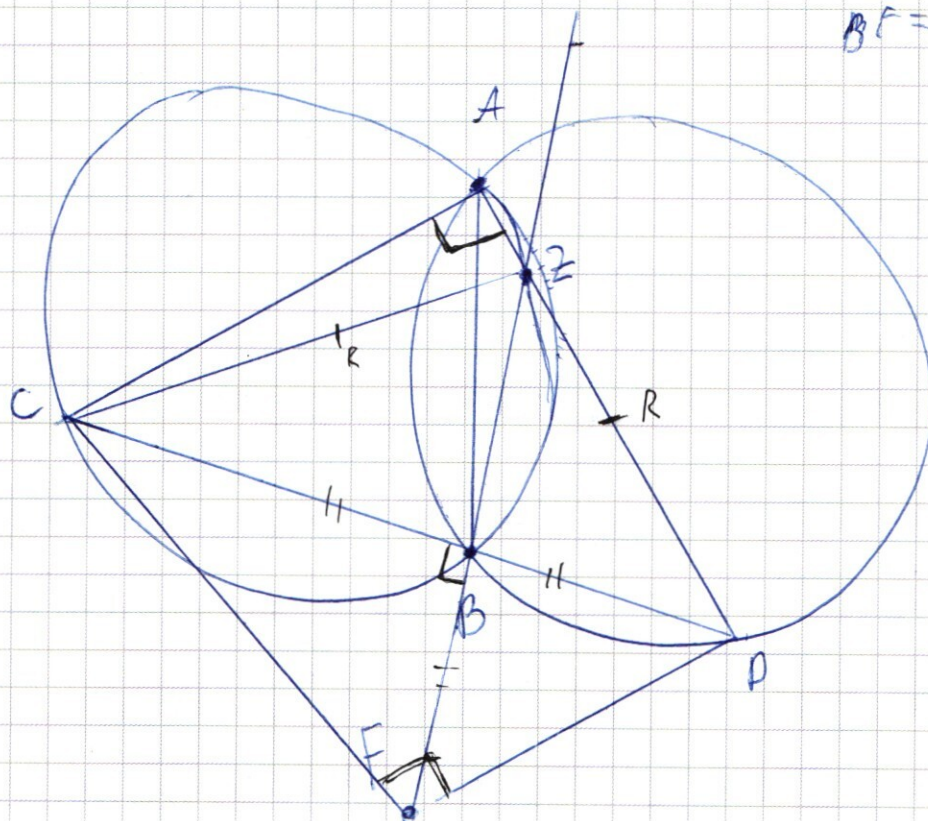
$$\begin{array}{r} 3.2 \cdot 1 \\ \hline 21 \end{array} \quad 23$$

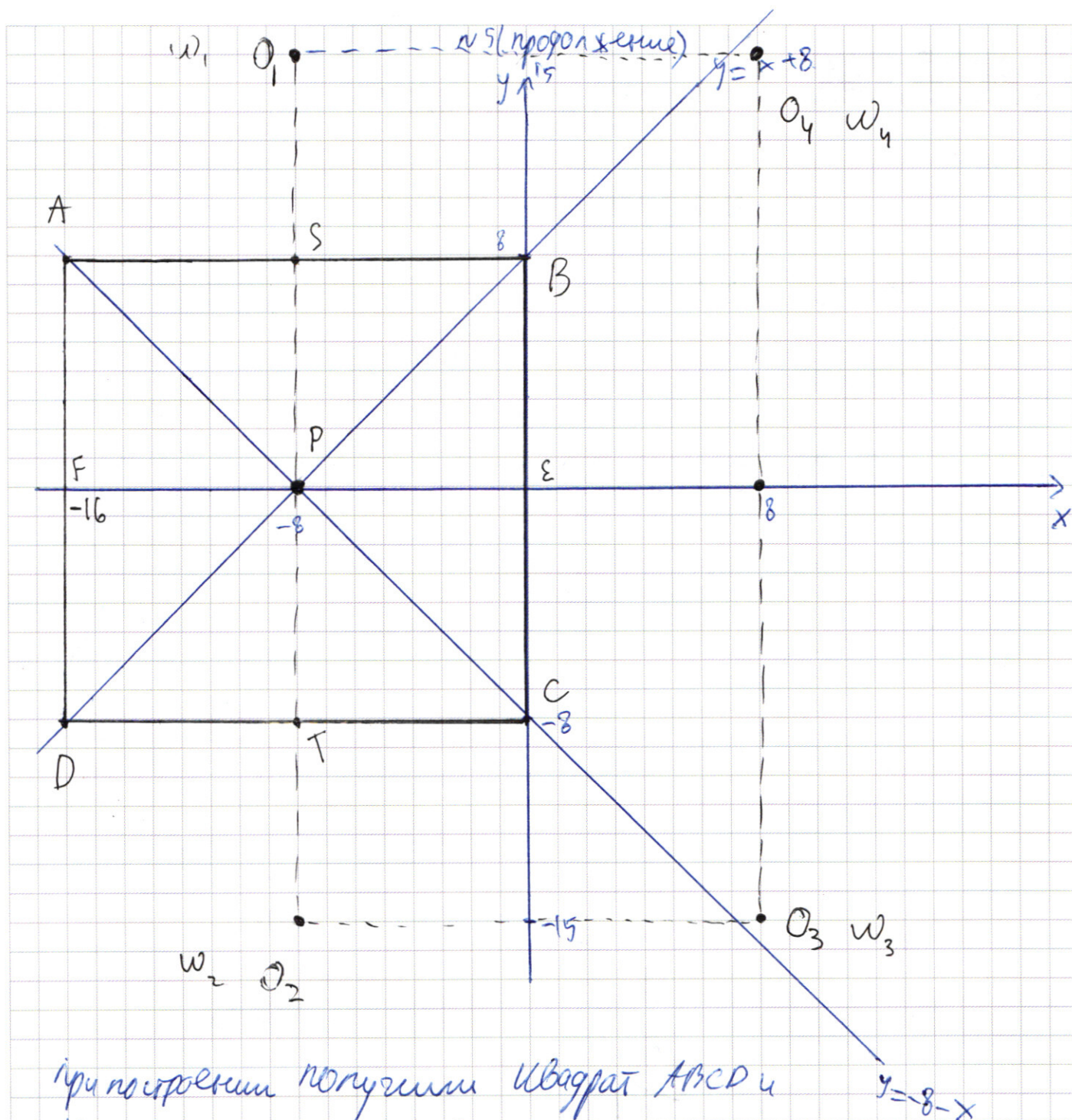
$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 8 \\ \hline 224 \end{array}$$

(f) $R=12$

$$BF = BD$$

$$AD = R = CZ$$





при построении получили квадрат $ABCD$ и
 4 центра окружностей $O_1, \dots, O_4$.

В силу симметрии относительно оси OX ,
 кол-во пересечений ω_1 с $ABCD$ равно кол-ву
 пересечений ω_2 с $ABCD$, Аналогично для ω_3 и ω_4 .
 Значит, 2 решения будет при а) касание ω_1 с $ABCD$ и
 ω_3 не имеет общ. точек с $ABCD$ или б) касание ω_3 с

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

и 5 (продолжение)

2) Теперь рассмотрим касание ω_3 с $ABCD$ в T и S и $6T-F$, тогда ω_4 не пересекает $ABCD$ в T и F .
Т.е. есть 3 решения, 2 из которых влезают - T и F .

$$O_3 F = \sqrt{24^2 + 15^2} = \sqrt{576 + 225} = \sqrt{801}$$

$$O_1 D = \sqrt{64 + 529} = \sqrt{593}$$

$O_1 D < O_3 F$, значит, при $a = \underline{801}$, будет
2 решения.

Рассмотрим случай, когда ω_3 проходит через T и F ,
а ω_4 через S и E , но тогда ω_1 и ω_2 проходят
через F (т.к. $O_4 E = O_1 F$) и их пересечения в таком
случае равно 4.

Остается лишь 1 случай - когда ω_3 проходит
через A и ω_4 через D , тогда, очевидно по рисунку,
что ω_1 и ω_2 не имеют пересечений с $ABCD$.

В таком случае $\sqrt{a} = \sqrt{24^2 + 23^2} = \sqrt{576 + 529} = \sqrt{1105}$, $a \geq 1105$

Ответ: 49; 801; 1105.

№2 продолжение

Итак, мы нашли решение $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$

2 случай $2 \cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$$2 \cos 5x + 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0.$$

$$2 \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0.$$

$$\begin{cases} \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi d, d \in \mathbb{Z} \\ \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \begin{cases} 7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi d \\ 3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi d \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k \end{cases}$$

Отсюда получаем:

$$\frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi d = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k$$

$$36 + 96d = 140 + 224k$$

$$18 + 48d = 70 + 112k$$

$$9 + 24d = 35 + 56k$$

$$24d = 36 + 56k$$

$$4d = 6 + 14k$$

$$6d = 9 + 14k$$

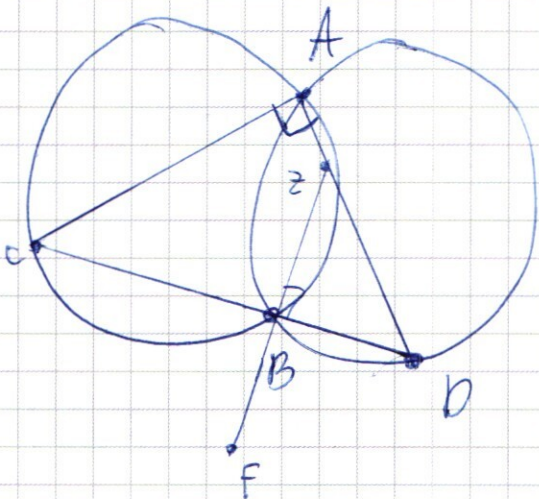
нет нет

Ответ:

$$\begin{cases} -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi d, d \in \mathbb{Z} \\ \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N6



1) $\text{BF} \cap \text{AD} = \emptyset$,

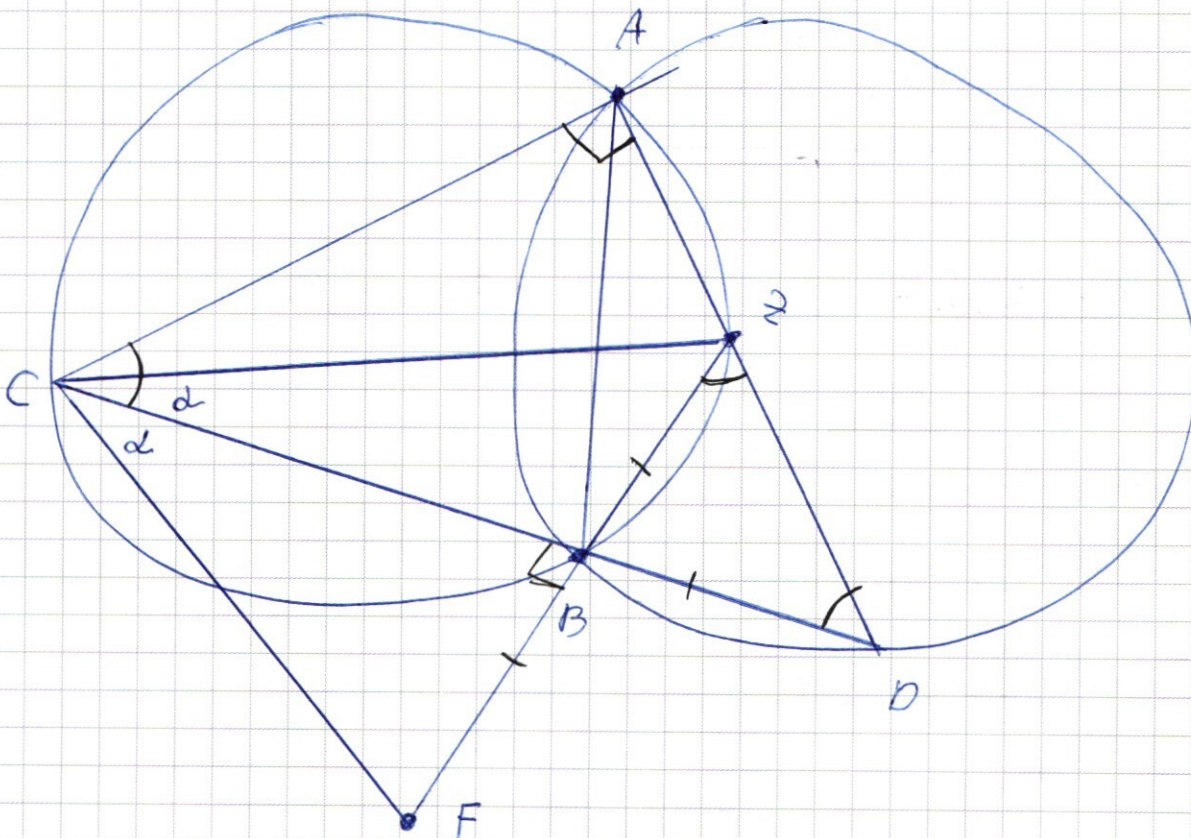
$$\angle CAD = 90^\circ$$
 $\angle CBZ = 90^\circ$

С В $\neq$ А - Вмислени, а

Значит Z лежит на опис. окру.

$\triangle ACB$, равный рисунок.

(через 3 точки проходит единств. окр.)



1) Т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то CZ - диаметр окружности,
 $CZ = 34$.

2) В $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ по следствию из Т.синусов:

$$\begin{cases} \frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R \\ \frac{AB}{\sin \angle ADB} = 2R \end{cases} \Rightarrow \angle ACB = \angle CDA \text{ (острые,} \\ \text{т.к. углы в } \triangle ADC, \angle A = 90^\circ)$$

3) Значит, также $\angle ACD = \angle BZD$ ($\triangle CAD \sim \triangle ZBD$)

Это значит, что $\triangle ZBD$ - равнобедренный, $BZ = BD$.

4) Значит, $BZ = BD = BF$

$CZ \perp FZ \Rightarrow \triangle CZF$ - равнобедренный и $CF = CZ = 34$

Пусть $BC = 16$; $S_{ACF} = ?$

1) В $\triangle BCF$ по т. Пифагора, $BF = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{90 \cdot 18} = \underline{30}$

2) Значит, $CD = CB + BD = 16 + 30 = 46$.

3) В $\triangle ABC$, $\angle ACB = 45^\circ = \angle ABC$, $AC = CD \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{23\sqrt{2}}$

4) $\sin \alpha = \frac{BF}{CF} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$; $\cos \alpha = \frac{8}{17}$.

6) $S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \sin \angle FCA = \frac{1}{2} AC \cdot CF \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7)

$$\sin\left(2 + \frac{11}{4}\right) = \frac{15}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{8}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{23 \cdot \sqrt{2}}{17 \cdot 2} = \frac{23\sqrt{2}}{34}$$

$$8) S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \frac{23\sqrt{2}}{34} = (23\sqrt{2})^2 \cdot \frac{1}{2} = 23^2 = 529$$

Ответ: 34; 529

и 7

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3x \cdot 3^{27} - 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 - 3x + x \cdot 3^{28} \end{cases}$$

при $x \leq -1$, $93 - 3x + x \cdot 3^{28} < 0$,

$9 \cdot 3^x + 4 \cdot 3^{28} \geq 0$, т.е.

$y \in x > -1$

при $x = 28$: $\begin{cases} y > 5 \cdot 3^{28} \\ y \leq 9 + 28 \cdot 3^{28} \end{cases}$ — верно, кол-во

y равно $9 + 28 \cdot 3^{28} - 5 \cdot 3^{28} =$

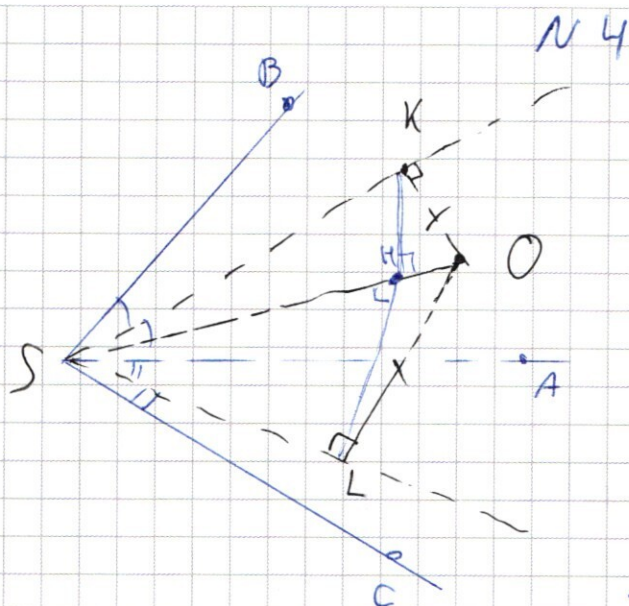
$= 9 + 23 \cdot 3^{28}$

при $x = 0$: $\begin{cases} y > 1 + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 \end{cases}$

продолжение на 16 странице.

$y \in \emptyset$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) SK, SL - биссектрисы
соответствующих тупых

углов.

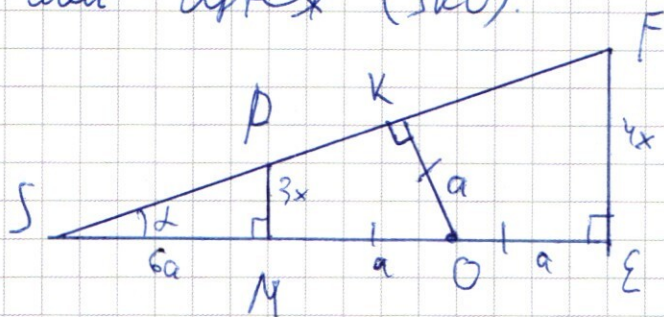
2) $OK \perp (ABS), OL \perp (ASC)$
 $OK = OL = R.$

3) $SK = SL$ - отрезки касательных,

$\Delta SKO \cong \Delta SLO$, значит, $\angle SKO = \angle SLO$

H - общая точка касания высот B (SKO) и C (SOL)
 $(KHL) \perp SO$

делаем чертеж (SKO).



по условию, $S_1 = 9$,

$S_{SPM} = 9$, $S_2 = 16$,

т.к. по условию

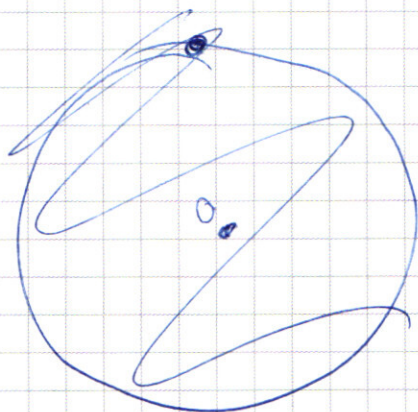
треугольники будут подобны, то их $K = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$, значит,

$$\frac{PM}{FE} = \frac{3}{4}, \quad PM = 3x, \quad FE = 4x, \quad \frac{SM}{SE} = \frac{3}{4};$$

$$SM = \frac{3}{4} SE; \quad SM = \frac{3}{4} (SM + 2a); \quad \frac{1}{4} SM = \frac{3}{4} a; \quad SM = 6a.$$

$$\text{В } \triangle KSO, \sin \alpha = \frac{KO}{SO} = \frac{a}{7a} = \frac{1}{7}; \alpha = \arcsin \frac{1}{7}$$

Рассмотрим ~~многоугольник~~! Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$



и 7 продолжение.

при $x=1$:

$$\begin{cases} y > 3 + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 90 + 3^{28} \end{cases} \quad y \in \emptyset$$

при $x=2$:

$$\begin{cases} y > 9 + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 - 6 + 2 \cdot 3^{28} \end{cases} \quad y \in \emptyset$$

$$\text{при } x=3: \begin{cases} y > 27 + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 - 9 + 3 \cdot 3^{28} \end{cases} \quad y \in \emptyset$$

при $x=4$:

$$\begin{cases} y > 81 + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 81 + 4 \cdot 3^{28} \end{cases} \quad y \in \emptyset$$

$$3^x > x \cdot 3^{28}$$

$$x \ln 3 > \ln x + 28 \ln 3$$

$$x > \frac{\ln x}{\ln 3} + 28; \quad x > \log_3 x + 28.$$