МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФІ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

64827 | 3
21609 | 3
7203 | 3
~~2801~~ 2401 | 3

$64827 = 3^3 \cdot 2401$

2401 | 7
343 | 7
49 | 7
7 | 7
1

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$

Заметим, что четыре „7" всегда будут в записи числа и здесь нет вариативности, а с „3" тройками дело обстоит иначе; два случая: 1) три „3" или 2) одна „3" и одна „9", т.к. $9 = 3^2$

Первый случай:

4 „7" (в кавычках сама цифра; без — количество)

3 „3"

1 „1" (т.к. ~~чис~~ цифр в записи числа - 8)

Кол-во таких чисел: $\dfrac{8!}{4! \cdot 3! \cdot 1!} = \dfrac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} =$

$= 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280$

* Формула такова потому, что сначала считаем будто числа не повторяются, а затем делим на количество перестановок цифр одного типа

Второй случай:

4 „7"

1 „3"

1 „9"

~~2~~ ~~1 „1"~~ 2 „1"

Кол-во таких чисел: $\dfrac{8!}{4! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2!} =$

$= \dfrac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4! \cdot 2} = 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840$

Всего чисел – сумма количеств чисел каждого случая: $280 + 840 = 1120$

Ответ: 1120 (задача 1)

Задача 2

$\cos 7x + \cos 3x = \cos(5x+2x) + \cos(5x-2x) =$

$= \cos 5x \cdot \cos 2x - \sin 5x \cdot \sin 2x + \cos 5x \cdot \cos 2x +$

$+ \sin 5x \cdot \sin 2x = 2\cos 5x \cdot \cos 2x$

$\sin 7x - \sin 3x = \sin(5x+2x) - \sin(5x-2x) =$

$= \sin 5x \cos 2x + \cos 5x \cdot \sin 2x - (\sin 5x \cos 2x -$

$- \cos 5x \cdot \sin 2x) = 2\cos 5x \cdot \sin 2x$

$2\cos 5x(\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x + \sin 2x) \cdot$

$\cdot (\cos 2x - \sin 2x)$

$(2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x))(\cos 2x + \sin 2x) = 0$

$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$

см. продолжение

Задача 3

т.к. логарифм имеет ОДЗ для y и для x

$$\begin{cases} \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y < 0 \\ x \geqslant 0 \end{cases}$$

$y(y + 4 - x) + 3x(-x + 4 + y) = 0$

$(y + 3x)(y - x + 4) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = -3x \\ y = x - 4 \end{array}\right.$

$$\begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = -3x \\ \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \end{cases} \\ \begin{cases} y = x - 4 \\ \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \end{cases} \end{array}\right. \end{cases}$$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y<0 \\ x>0 \\ y=-3x \\ \left(-\dfrac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(9x^3)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(3x)} = (x^2)^{\ln(9x^3)}$$

Пусть $\alpha = \left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3x}$, тогда:

$$\alpha \cdot x^{6\ln 3x} = x^{2\ln 9x^3}$$

$$2\ln 9x^3 = \ln 3^4 + 6\ln x = 4\ln 3 + 6\ln x =$$

$$= 6\ln 3 + 6\ln x - 2\ln 3 = 6\ln 3x - 2\ln 3$$

$$\alpha \cdot x^{6\ln 3x} = \frac{x^{6\ln 3x}}{x^{2\ln 3}} \overset{\text{т.к. } x^{6\ln 3x} \neq 0}{\Rightarrow} \left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3x} = \left(\frac{1}{x}\right)^{2\ln 3}$$

$$3^{\ln 3x} = x^{2\ln 3} \Rightarrow \cancel{3^{\ln 3} + 3^{\ln x} = x^{2\ln 3}}$$

$$\Rightarrow \ln 3^{\ln 3x} = \ln x^{2\ln 3} \Rightarrow \ln 3x \cdot \ln 3 = 2\cdot\ln 3\cdot\ln x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln 3x = \ln x^2 \Rightarrow x^2 = 3x \underset{\text{т.к. } x>0}{\Rightarrow} x=3 \Rightarrow y=-9$$

$$\begin{cases} y<0 \\ x>0 \\ \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y=x-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x\in(0;4) \\ y\in(-4;0) \end{matrix}$$

$$\ln(4-x)\cdot\ln\left(-\frac{x^7}{x-4}\right) = 2\ln\left(x(x-4)^2\right)\cdot\ln(x)$$

$$\ln(4-x)\left(7\ln x - \ln(4-x)\right) = 2\left(\ln x + 2\ln(4-x)\right)\cdot\ln(x)$$

$$\begin{cases} \ln(4-x)=a \\ \ln(x)=b \\ a(7b-a)=2(b+2a)\cdot b \end{cases}$$

$7ab-a^2=2b^2+4ab$

$3ab=2b^2+a^2$

$2b(-a+b)-a(-a+b)=0$

$(2b-a)(b-a)=0$

$(2\ln x-\ln(4-x))\cdot(\ln(x)-\ln(4-x))=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x^2}{4-x}=1 \\ \dfrac{x}{4-x}=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x^2-4+x}{4-x}=0 \\ \dfrac{x-4+x}{4-x}=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+16}}{2} \\ x=2 \end{array}\right. \Rightarrow$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\sqrt{17}-1}{2} \\ x=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{\sqrt{17}-9}{2} \\ y=-2 \end{array}\right.$

Ответ: $\left\{(3;-9);\ (2;-2);\ \left(\dfrac{\sqrt{17}-1}{2};\ \dfrac{\sqrt{17}-9}{2}\right)\right\}$ (задача 3)

Задача 5

$$\begin{cases} |x+y+8|+|x-y+8|=16 \\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a \end{cases}$$ – два решения ?a

$y+x+8=0 \Rightarrow y=-x-8$

$x-y+8=0 \Rightarrow y=x+8$

1) $\begin{cases} x+y+8\geq 0 \\ x-y+8\geq 0 \\ x+y+8+x-y+8=16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+8\geq 0 \\ x-y+8\geq 0 \\ x=0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y+8\geq 0 \\ x-y+8<0 \\ x+y+8-x+y-8=16 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y+8\geq 0 \\ x-y+8<0 \\ y=8 \end{cases}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

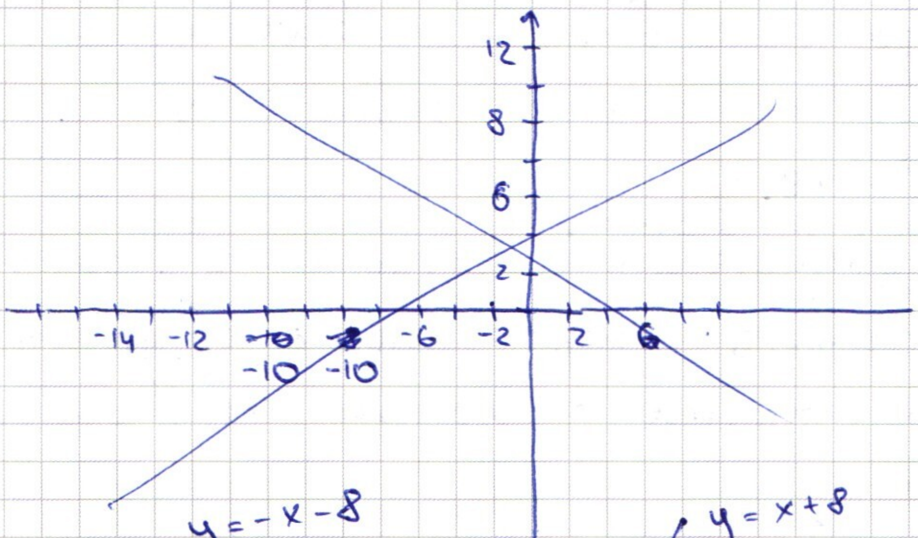
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

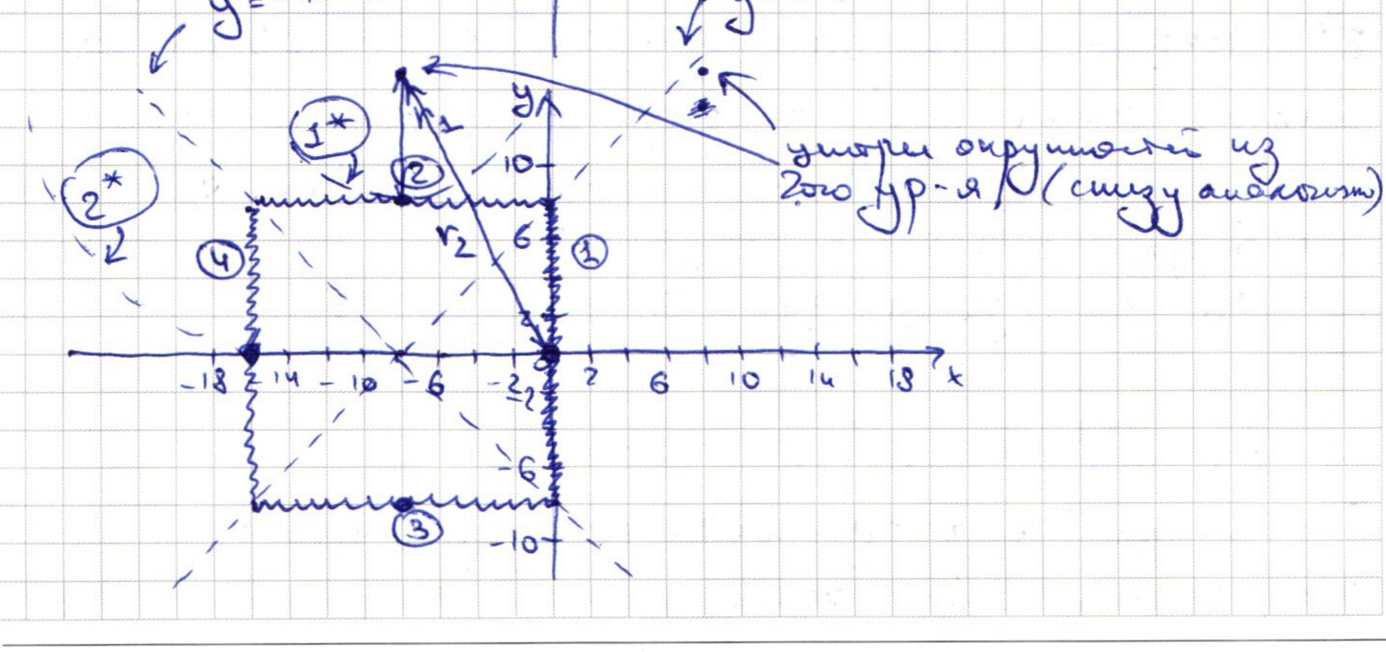
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $\begin{cases} x+y+8 \cancel{\geq} < 0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ -x-y-8+x-y+8=16 \end{cases} \to \begin{cases} x+y-8<0 \\ x-y+8 \geq 0 \\ y=-8 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+y+8<0 \\ x-y+8<0 \\ -x-y-8-x+y-8=16 \end{cases} \to \begin{cases} x+y-8<0 \\ x-y+8<0 \\ x=-16 \end{cases}$





☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 5
(Нумеровать только чистовики)

Заметим, что второе ур-е в системе это часть (или полная) окружности (в зависимости от радиуса, т.е. параметра a), отраженная из первого квадранта, где $x \geq 0$, $y \geq 0$ отн-но оси ~~x~~ y во второй, отн-но оси x в четвертый и отн-но начала координат в третий. Центр окружности в 1 квадранте: $(8; 15)$.

Т.к. необходимы a, при которых система имеет ровно 2 решения, то найдём такие радиусы окружностей (на рис. соотв 1^* и 2^*):

1^*: окружности в 2 и 3 квадрантах впервые пересекают квадрат, т.е. впервые появляются решения, а в момент касания их ровно 2. $r_1 = 15 - 8 = 7$; $a = r_1^2 = 49$.

т.к. смотрим расстояния по вертикали.

Затем по мере увеличения a окружность второго квадранта будет иметь 2 пересечения с квадратом, а т.к. в третьем ситуация аналогична, то всего будет 4 решения.

2^*: окружности всех четырех квадрантов имеют общую точку $(0; 0)$, а второго и третьего ещё и точку $(-16; 0)$. Таким образом имеем 3 решения.

Для второго квадранта найдем a:

$a = (x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2$, где $x_0 = -8$; $y_0 = 15$

$x = -16$; $y = 0$

$a = (-8+16)^2 + (15-0)^2 = 64 + 225 = 289$

Затем при $\uparrow a$ окружности не будут иметь с квадратом общих точек, а значит, решений не будет.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $\{49; 289\}$ (задача 5)

Задача 7

$$\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3^{28}\cdot x - 3x \end{cases}$$

$3^x + 4\cdot 3^{28} = 93 + 3^{28}\cdot x - 3x \Rightarrow$

$(3^x + 4\cdot 3^{28})' = \ln 3 \cdot 3^x$

$(93 + (3^{28} - 3)x)' = 3^{28} - 3$

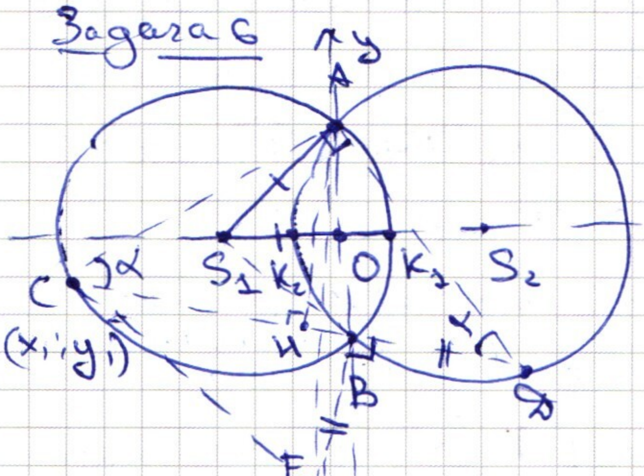
$\Rightarrow \ln(3^x + 4\cdot 3^{28}) = \ln(93 + 3^{28}\cdot x - 3x)$

$3^x = 93 + 3^{28}(x-4) - 3x$

$\ln 3^x = \ln(93 + 3^{28}(x-4) - 3x)$

$\cancel{x \ln}\ (x-1)\ln 3 = \ln(31 + 3^{27}(x-4) - x)$

Задача 6



$R = 17$

$S_1A = S_1K_1 = R$

~~Пусть $KK_1 = 2\lambda$~~

~~Ур-я:~~

~~$y^2 + (x - (R-\lambda))^2 = R^2$~~

~~$y^2 + (x + (R-\lambda))^2 = R^2$~~

~~Пусть выбрана точка C с координатами $(x_1; y_1)$~~

~~Координаты $B(0; \sqrt{R^2 - (R-\lambda)^2})$~~

~~$A(0; \sqrt{R^2 - (R-\lambda)^2})$~~

Обозначим $R - \lambda = r$

$C(x_1; y_1)$; $B(0; -\underbrace{\sqrt{R^2 - r^2}}_{y_0}) \Rightarrow B(0; -y_0)$

$y = kx + b$

$\begin{cases} y_1 = kx_1 + b \\ -y_0 = b \end{cases} \Rightarrow y = \dfrac{y_1 + y_0}{x_1}\cdot x - y_0$

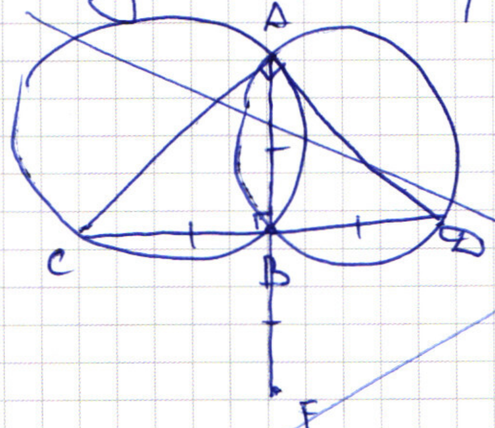
Координаты точки $D(x_2; y_2)$

$\begin{cases} y_2 = \dfrac{y_1 + y_0}{x_1}\cdot x_2 - y_0 \\ y_2^2 + (x_2 - r)^2 = R^2 \end{cases}$

$(kx_2 + b)^2 + (x_2 - r)^2 = R^2$

$k^2x_2^2 + 2kx_2 b + b^2 + x_2^2 - 2x_2 r + r^2 = R^2$

(*) ~~Очевидно, что для решения задачи необходимо доказать, что рисунок симметричен относительно оси~~ y, но пока примем это бездоказательно.



$\left.\begin{aligned} AB = BC = BD = BF \\ CF = \sqrt{BF^2 + BC^2} \\ AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow CF = AC$

Т.к. картина симметрична, то AB – медиана, бисс. и высота $\triangle CAD$, т.к. $AC = AD \Rightarrow \widehat{ABD} = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AC$ – диаметр $\Rightarrow AC = 2R \Rightarrow CF = 2R = 2\cdot 17 = 34$

(*): рассмотрим частный случай, когда картинка симметрична относительно оси y.

а) В общем случае: Заметим, что $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$, т.к. опираются на равные дуги в равных окружностях. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{ADC} = 45^\circ$, т.к. треугольник р/б; $AC = AD$.

Тогда центральный угол $\widehat{AS_1B} = \widehat{AS_2B} = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = \sqrt{2}R = 17\sqrt{2}$

В $\triangle ACD$: AK – мед, и бисс, и высота. $\Rightarrow CK = KD$, $AK \perp CD$

Пусть $CK = x$, $BK = y$

$CF = \sqrt{(CK + KB)^2 + (CK - KB)^2} = \sqrt{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2} =$

$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$ (1)

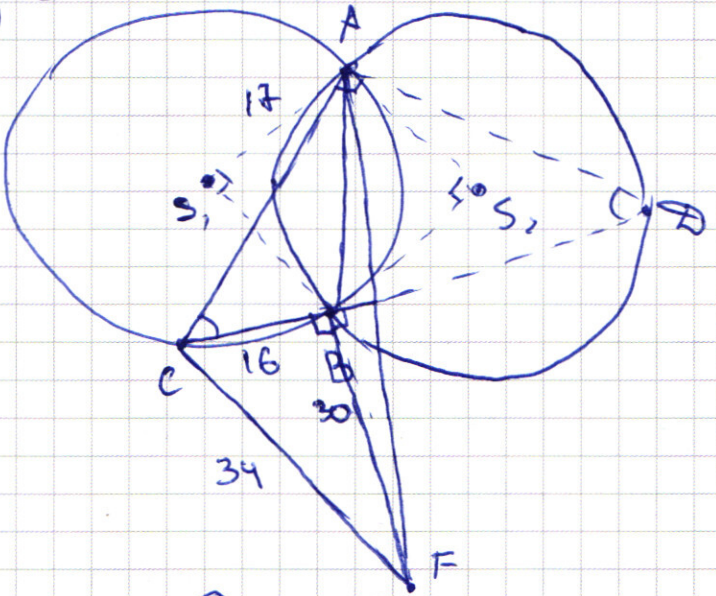
Из $\triangle AKB$: $AB = \sqrt{AK^2 + KB^2} =$

$AK = CK$ (т.к $\triangle CAB$ – р/б прямоуг) $\Big\} \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2} R$ (2)

Из (1) и (2) $\Rightarrow CF = \sqrt{2} \cdot AB = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot R = 2 \cdot 17 = 34$

б)



$S(ACF)$ – ?

$BF = \sqrt{34^2 - 16^2} = 30$ т.к $\widehat{CBF} = 90^\circ$

т.к. $\triangle CBF$ – прямоуг по усл

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times\ 34 \\ \hline 136 \\ +\ 102 \\ \hline 1156 \\ -\ 256 \\ \hline 900 \end{array}$$

$\triangle CAB$: $\widehat{ACB} = 45^\circ$; $BC = 16$; $AB = 17\sqrt{2}$

Т. кос: $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 AC \cdot BC \cdot \cos(\widehat{ACB})$

$AC = BC \cdot \cos(\widehat{ACB}) \pm \sqrt{(BC \cos \widehat{ACB})^2 - BC^2 + AB^2} =$ $(AC > 0)$

$= 16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{\left(16 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 16^2 + (17\sqrt{2})^2} =$

$= 8\sqrt{2} + \sqrt{128 - 256 + 289 \cdot 2} =$ | $289 \cdot 2 - 64 \cdot 2 = 225 \cdot 2$

$= 8\sqrt{2} + 15\sqrt{2} = 23\sqrt{2}$

$\sin(\widehat{ACF}) = \sin(\widehat{ACB} + \widehat{BCF}) = \sin \widehat{ACB} \cdot \cos \widehat{BCF} + \cos \widehat{ACB} \cdot \sin \widehat{BCF}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{30}{34} + \frac{16}{34}\right) = \frac{23}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S(ACF) = \frac{1}{2} \cdot \sin \widehat{ACF} \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 34 =$

$= 23^2 = \left| \begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline + 69 \\ 46\ \\ \hline 529 \end{array} \right| = 529$

Ответ: $CF = 34$; $S(ACF) = 529$ (задача 6)

Задача 2 (продолжение)

$\cos 2x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \operatorname{tg} 2x = -1 \Rightarrow 2x = -\pi/4 + \pi k \,/\, k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow x = -\pi/8 + \pi/2\, k \,/\, k \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\cos 5x = \cos 3x \cdot \cos 2x - \sin 3x \cdot \sin 2x$

$\cos 2x\,(1 + \sqrt{2}\cos 3x) - \sin 2x\,(1 + \sqrt{2}\sin 3x) = 0$

$\sin 2x\,(1 + \sqrt{2}\sin 3x) = \cos 2x \cdot (1 + \sqrt{2}\cos 3x)$

$\sin 3x = \sin(x + 2x) = \cancel{\sin x \cdot \sin 2x}\ \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x =$

$\cos 3x = \cos(x + 2x) = \cos x \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin x$

$\sin 2x\,(1 + \sqrt{2}(\sin x \cos 2x + \cos x \cdot \sin 2x)) =$

$= \cos 2x\,(1 + \sqrt{2}(\cos x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin x))$

$\sin 2x + \sqrt{2}(\sin x \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x + \sin^2 2x \cos x) =$

$= \cos 2x + \sqrt{2}(\cos x \cdot \cos^2 2x - \sin x \cdot \sin 2x \cos 2x)$

$\sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}(\cos x\,(\cos^2 2x - \sin^2 2x)) +$

$+ \sqrt{2} \sin x \cdot (2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x)$

$\Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2}(\cos x \cdot \cos 4x - \sin x \cdot \sin 4x) =$

$= \sqrt{2}\cos 5x$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cancel{\sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin 2x - \cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos 2x = \cos 5x}$$

$$-\left(\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos 2x - \sin\frac{\pi}{4}\cdot\sin 2x\right) = \cos 5x$$

$$\cancel{-\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos 5x}$$

$$\cancel{\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) = \cos 5x}$$

$$\cos\left(2x-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos 5x \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\frac{3\pi}{4} = 5x+2\pi k \\ 2x-\frac{3\pi}{4} = -5x+2\pi k \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 3x = -\frac{3\pi}{4}+2\pi k \\ 7x = \frac{3\pi}{4}+2\pi k \end{array}\right. \to \left[\begin{array}{l} x = -\pi/4 + 2\pi k/3 \quad |k\in\mathbb{Z} \\ x = 3\pi/28 + 2\pi k/7 \quad |k\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$$

Ответ: $\left\{-\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi k}{3};\ \frac{3\pi}{28}+\frac{2\pi k}{7};\ -\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}\ \middle|\ k\in\mathbb{Z}\right\}$
(задача 2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\left(\frac{y}{a}\right)^2 + \left(\frac{x}{b}\right)^2 = C$

$(y^2+4y+4)\cancel{z} - (3x^2-12x+4) = -7xy$

$\cancel{(y+2)^2 - (\sqrt{3}x-2)}$

$(y^2+4y+4) - ((\sqrt{3})^2x^2 - 2\cdot\sqrt{3}(2\cdot\sqrt{3})x + 12) = -7xy + 8$

$y(y-4+x)\cancel{z} - 3x(x-4+y) = 0$

$y(y+4-x)\cancel{z} + 3x(-x+4+y) = 0$

$y^2+4y - xy - 3x^2 + 12x + 3xy = 0$

$(y+3x)(y-x+4) = 0$

$3^{\ln 3x} = \cancel{x^{2\ln 3}}\ 5$

$\ln 3^{\ln 3x} = \ln 5$

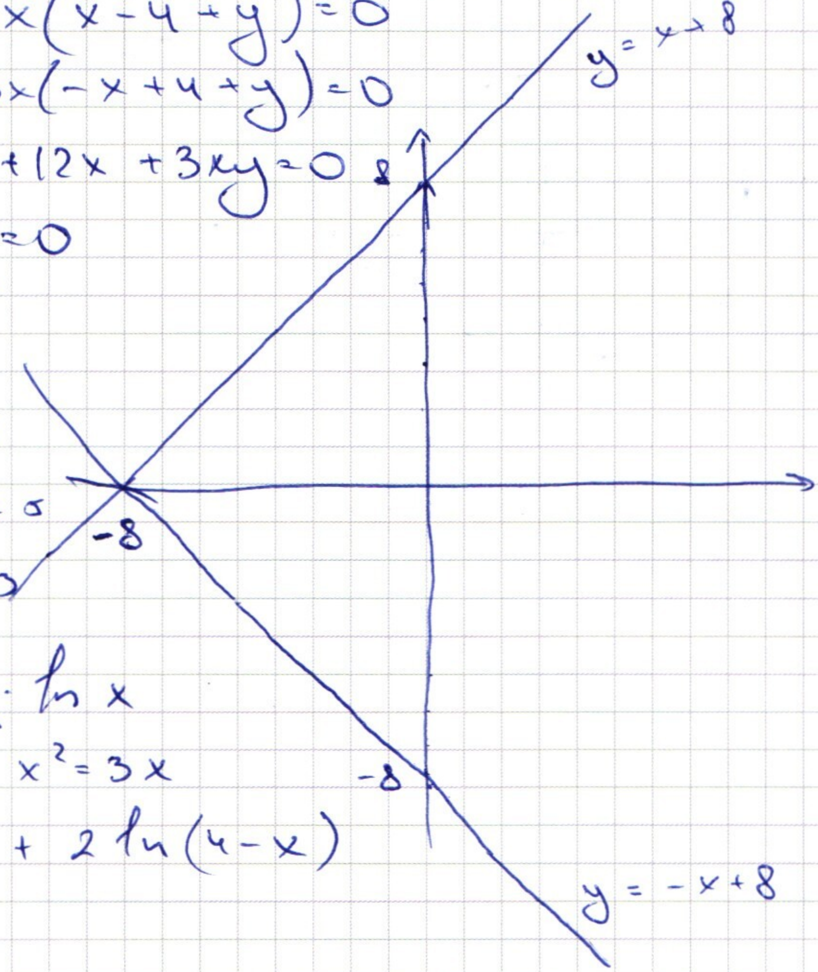
$\ln 3x \cdot \ln 3 = \ln 5$

$\ln 3^{\ln 3x} = \ln x^{2\ln 3}$

$\ln 3x \cdot \cancel{\ln 3} = 2\cancel{\ln 3}\cdot \ln x$

$\ln 3x = \ln x^2 \Rightarrow x^2 = 3x$

$\ln x\cdot(x-4)^2 = \ln x + 2\ln(4-x)$



$CH = HD = x$

$BH = y$

$CF = \cancel{y^2}\sqrt{(CH+HB)^2 + (CH-HB)^2} = c$

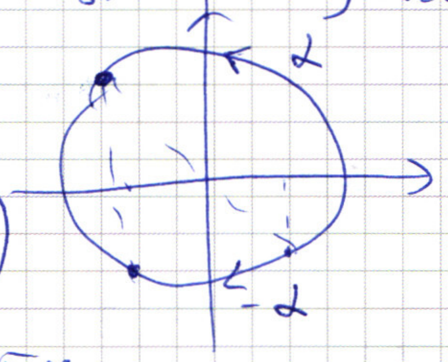
$= \sqrt{(x+y)^2 + (x-y)^2} = \sqrt{x^2 + \cancel{2xy} + y^2 + x^2 \cancel{z} - \cancel{2xy} + y^2} =$

$= \sqrt{2}\sqrt{x^2+y^2}$

$\cos 5x = \cos 4x \cdot \cos x - \sin 4x \cdot \sin x$

$2(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 4x \cdot \cos x - \sin 4x \cdot \sin x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin 2x \cdot$



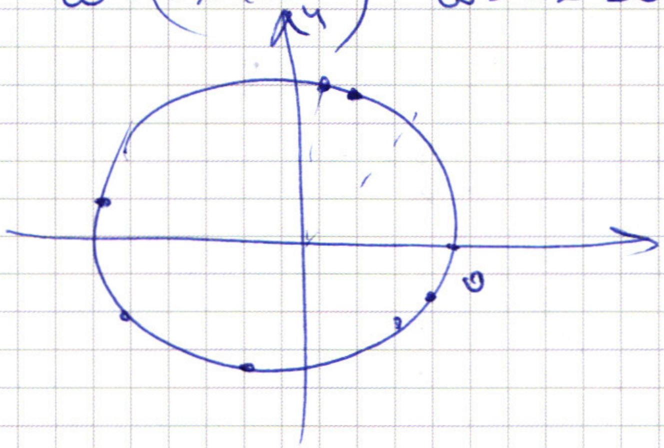
$-\left(\cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin 2x \cdot \sin \frac{\pi}{4}\right)$

$\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{\sin\alpha} \cdot \sin 2x - \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{\cos\alpha} \cdot \cos 2x = \cos 5x$

$3\pi/4$

$\cos\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right) = \cos 2x \cos \frac{3\pi}{4} + \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $120 - 45 = 90 - 15$



☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)