

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$(\cos 7x + \cos 3x) + (\sin 7x - \sin 3x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \cos \frac{9}{2}x \cos 2x + 2 \cos \frac{9}{2}x \sin 2x + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \cos \frac{9}{2}x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)(2 \cos \frac{9}{2}x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

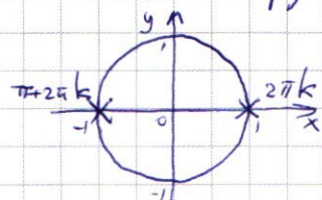
$$2 \cos \frac{9}{2}x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos \frac{9}{2}x + (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sqrt{2} \cos \frac{9}{2}x + \sqrt{2} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$



$$\cos \frac{9}{2}x + \cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

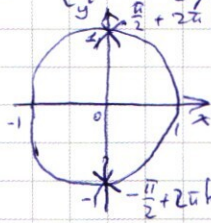
$$2 \cos \frac{\frac{9}{2}x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{\frac{9}{2}x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

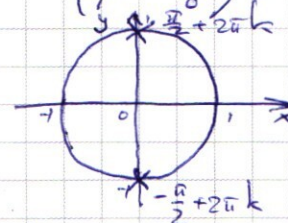
$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | :2$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos(\frac{13}{4}x + \frac{\pi}{8}) = 0$$



$$\cos(\frac{5}{4}x - \frac{\pi}{8}) = 0$$



$$\frac{13}{4}x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{5}{4}x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{13}{4}x = \frac{3\pi}{8} + \pi k \quad | \cdot 4$$

$$\frac{5}{4}x = \frac{5\pi}{8} + \pi k \quad | \cdot 4$$

$$13x = \frac{3\pi}{2} + 4\pi k \quad | :13$$

$$5x = \frac{5\pi}{2} + 4\pi k \quad | :5$$

$$x = \frac{3\pi}{26} + \frac{4\pi k}{13}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \frac{4\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}; x = \frac{3\pi}{26} + \frac{4\pi k}{13}, k \in \mathbb{Z};$

$x = \frac{\pi}{2} + \frac{4\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}.$

1) $64827 = 3^3 \cdot 7^4$, тогда каждое восьмизначное число состоит из 3, 7, 1, а некоторые и из одной 9 ($3 \cdot 3 = 9$). Есть 2 варианта составления восьмизначного числа:

I) Число состоит только из 3, 7 и 1.

II) Число состоит из 7, 1, одной 3 и одной 9.

I)

$\left. \begin{array}{l} 33377771 \\ 33377717 \\ \vdots \\ 33317777 \end{array} \right\} 5$	$\left. \begin{array}{l} 33737771 \\ 33737717 \\ \vdots \\ 33137777 \end{array} \right\} 5$	$\left. \begin{array}{l} 33777713 \\ 33777173 \\ \vdots \\ 33177773 \end{array} \right\} 5$
$6 \cdot 5 = 30$		
$\left. \begin{array}{l} 37337771 \\ 37337717 \\ \vdots \\ 31337777 \end{array} \right\} 5$	$\left. \begin{array}{l} 37377713 \\ \vdots \\ 31377773 \end{array} \right\} 5$	
$5 \cdot 5 = 25$		
$\vdots$		
$\left. \begin{array}{l} 37777133 \\ 37771733 \\ \vdots \\ 31777733 \end{array} \right\} 5$		
$1 \cdot 5 = 5$		

II)

$\left. \begin{array}{l} 73337771 \\ \vdots \\ 13337777 \end{array} \right\} 5$	$\left. \begin{array}{l} 7377713 \\ \vdots \\ 13377773 \end{array} \right\} 5$	$\left. \begin{array}{l} (1+2+\dots+5) \cdot 5 \neq \\ = 21 \cdot 5 \end{array} \right\}$
$5 \cdot 5 = 25$		
$\left. \begin{array}{l} 73777133 \\ \vdots \\ 13777733 \end{array} \right\} 5$		
$1 \cdot 5 = 5$		

$(1+2+\dots+6) \cdot 5 = 21 \cdot 5 = 105$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{l} 77771333 \\ \vdots \\ 17777333 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 77771333 \\ \vdots \\ 17777333 \end{array}} \right\} 5$$

Пусть S_I — количество восьмизначных чисел, состоящих только из 3, 7 и 1, тогда

$$\begin{aligned} S_I &= (1+2+3+4+5+6) \cdot 5 + (1+2+3+4+5) \cdot 5 + \dots + 5 = \\ &= 5(1+2+3+4+5+6 + 1+2+3+4+5 + 1+2+3+4 + 1+2+3 + 1+2 + 1) = \\ &= 5(1 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 1) = 5(2 \cdot 6 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 12) = \\ &= 10(6 + 10 + 12) = 10 \cdot 28 = 280 \end{aligned}$$

~~Она~~

$$\begin{array}{l} \text{II)} \quad \begin{array}{l} 93777711 \\ 93777717 \\ \vdots \\ 93177771 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 93777711 \\ 93777717 \\ \vdots \\ 93177771 \end{array}} \right\} 5 \quad \begin{array}{l} 93777117 \\ 93777171 \\ \vdots \\ 93177717 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 93777117 \\ 93777171 \\ \vdots \\ 93177717 \end{array}} \right\} 4 \quad \dots \quad 93117777 - 1 \\ \hline \quad \quad \quad 5+4+3+2+1 \\ \hline \begin{array}{l} 97377711 \\ \vdots \\ 9137771 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 97377711 \\ \vdots \\ 9137771 \end{array}} \right\} 5 \quad \dots \quad 91317777 - 1 \\ \hline \quad \quad \quad 5+4+3+2+1 \\ \hline \begin{array}{l} 97777113 \\ \vdots \\ 91777713 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 97777113 \\ \vdots \\ 91777713 \end{array}} \right\} 5 \quad \dots \quad 91177773 - 1 \\ \hline \quad \quad \quad 5+4+3+2+1 \\ \hline \begin{array}{l} 39777711 \\ \vdots \\ 39177771 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 39777711 \\ \vdots \\ 39177771 \end{array}} \right\} 5 \quad \dots \quad 39117777 - 1 \\ \hline \quad \quad \quad 1+2+3+4+5 = 15 \\ \hline \begin{array}{l} 79777113 \\ \vdots \\ 19777713 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 79777113 \\ \vdots \\ 19777713 \end{array}} \right\} 5 \quad \dots \quad 19177773 - 1 \\ \hline \quad \quad \quad 15 \end{array}$$

$7 \cdot (1+2+3+4+5) = 7 \cdot 15$

$$\left. \begin{array}{l} 37777119 \\ 31777719 \end{array} \right\} 5 \dots 31177779 - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} 15 \\ 11777739 - 1 \end{array} \right\} 7 \cdot 15$$

Пусть S_2 - количество восьмизначных чисел, состоящих из 7, 1, одной 3 и одной 9, тогда

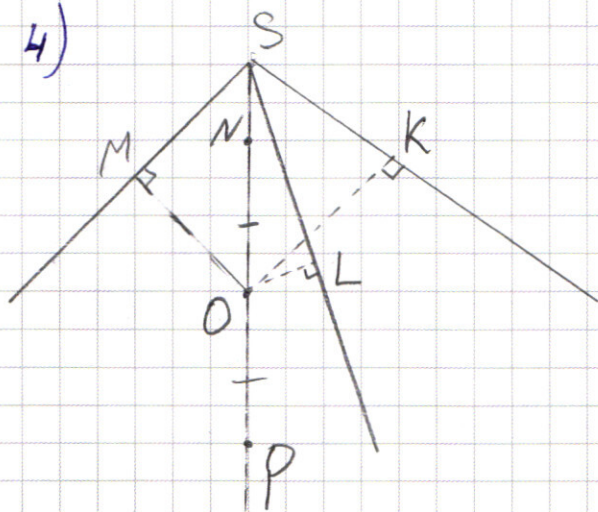
$$S_2 = 8 \cdot 7 \cdot 15 = 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3 = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 3 = 10 \cdot 28 \cdot 3 = 10 \cdot 84 = \underline{840}$$

Количество всех восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827, равно

$$S_I + S_{II} = 280 + 840 = \underline{1120}$$

Ответ: 1120.

4)



1) Пусть S_1 - меньшая площадь сечения трехгранного угла плоскостью ~~та~~ π тами, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , а S_2 - большая площадь. Тогда $\frac{S_2}{S_1} = k^2 = \frac{96}{9}$
 $k = \frac{4}{3}$

$$k = \frac{SP}{SN} = \frac{2R + SN}{SN} = \frac{2R}{SN} + 1 \quad (R - \text{радиус сферы})$$

$$\frac{2R}{SN} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{R}{SN} = \frac{1}{6} \quad \frac{NS}{R} = 6$$

$$2) \sin \angle KSO = \frac{OK}{OS} = \frac{R}{R + NS}$$

$$\frac{1}{\sin \angle KSO} = \frac{R + NS}{R} = 1 + \frac{NS}{R} = 1 + 6 = 7$$

$$\sin \angle KSO = \frac{1}{7} \quad \angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}. \quad \text{Ответ: } \angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5) $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$ - квадрат

$\{(x-8)^2 + (y-15)^2 = a$ - окружность с радиусом $\sqrt{a}$ и центром в точке

I) $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

1) $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$

$x+y+8 + x-y+8 = 16$

$x = 0$, тогда $-8 \leq y \leq 8$

2) $\begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases}$

$-x-y-8 - x+y-8 = 16$

$-2x = 32$

$x = -16$, тогда $-8 \leq y \leq 8$

3) $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases}$

$x+y+8 - x+y-8 = 16$

$2y = 16$

$y = 8$, тогда $-16 \leq x \leq 0$

4) $\begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$

$-x-y-8 + x-y+8 = 16$

$-2y = 16$

$y = -8$, тогда $-16 \leq x \leq 0$

$\begin{cases} x=0 \\ -8 \leq y \leq 8 \\ x=-16 \\ -8 \leq y \leq 8 \\ y=8 \\ -16 \leq x \leq 0 \end{cases}$

III. к. $-16 \leq x \leq 0$ $|x| = -x$

$\begin{cases} x=0 \\ x=-16 \\ -8 \leq y \leq 8 \end{cases}$

$\begin{cases} y=8 \\ y=-8 \\ -16 \leq x \leq 0 \end{cases}$

2 решения $a=49$
0 решений $a \leq 49$

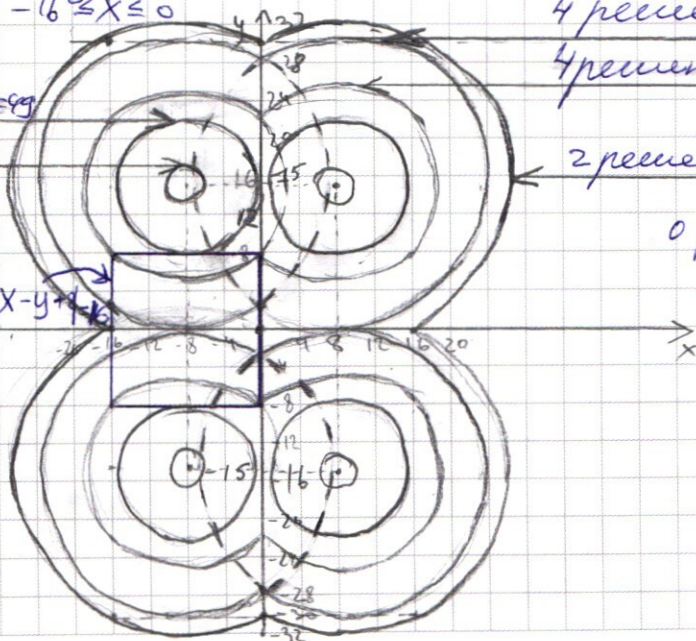
4 решения $225 < a < 289$

4 решения $49 \leq a < 225$
(15²)

2 решения $a=289$

0 решений при $a > 289$

$|x+y+8| + |x-y+8|$



Данная система уравнений
$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

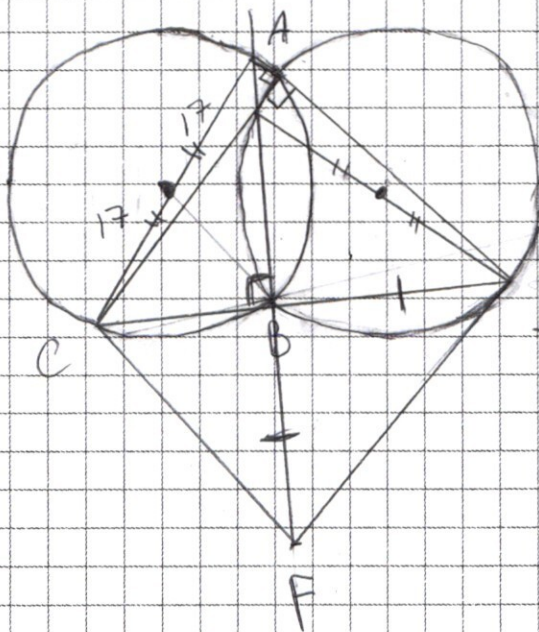
имеет ровно два решения при $a = \sqrt{15-8}$

$a = (15-8)^2 = 7^2 = 49$ и при $a = (\sqrt{15^2+8^2})^2 = 15^2+8^2 = 225+64 = 289$. При $a < 49$ и при $a = (\sqrt{15^2+8^2})^2 = 15^2+8^2 = 289$.

Ответ: 49; 289.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6)



1) $\triangle CAD$ - равнобедренный
т.к. $AC = AD$, тогда $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$

2) $\triangle DBF$ - равнобедренный,
т.к. $DB = BF$ тогда
 $\angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$

3) $\angle ADF = \angle FDB + \angle BDA =$
 $= 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$

4) $\triangle ADF$ - прямоугольный,
т.к. $\angle ADF = 90^\circ$
тогда $BD \perp AF$

$$3) \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} = x^{\ln x^2} \cdot x^{y/\ln(-y)}$$

$$\left(\frac{x^3}{-y}\right)^{\ln(-y)} = x^{\ln x^2}$$

$$\left(e^{\ln\left(\frac{x^3}{-y}\right)}\right)^{\ln(-y)} = \left(e^{\ln x}\right)^{\ln x^2}$$

$$\ln(-y) \cdot 3\ln x - \ln^2(-y) = 2\ln^2 x$$

$$\ln(-y)(\ln x - \ln(-y)) + 2\ln x(\ln(-y)) - 2\ln^2 x = 0$$

$$(\ln x - \ln(-y))(\ln(-y) - 2\ln x) = 0$$

$$\underline{\ln x = \ln(-y)} \quad \underline{\ln(-y) = 2\ln x}$$

$$\underline{x = -y}$$

$$\underline{-y = 2x}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \\ x = -y \\ 2x = -y \end{cases}$$

$$x^2 - 2x^2 - 3x^2 + 12x - 4x = 0$$

$$4x^2 - 4x^2 - 3x^2 - 12x - 8x = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3) \begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \\ y^2 + 2xy + x^2 = 4x^2 \end{cases}$$

$$(y^2 + 2xy + x^2) - 4x^2$$

$$y^2 + 12x = -2xy + 03x^2 - 4y$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 - (3x^2 - 12x + 3 \cdot 4) - x^2 + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 - 3(x-2)^2 = x^2 - 4y = 0$$

$$y+x = \sqrt{3}x$$

$$(y-x)^2 + 2y^2 + 2x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y-x)^2 + 2y(y-x) + 2xy + 2x^2 + 12x + 4y$$

$$5) |x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$6) (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a, \quad a \geq 0 \quad (\text{при } a < 0; \text{ при } a = 0) \\ \text{н.р.} \quad \text{и.р.}$$

$$1) |x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$I) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$x+y+8 + x-y+8 = 16$$

$$x=0$$

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -8 \\ y \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -8 \\ y \leq 8 \end{cases}$$

$$-8 \leq y \leq 8$$

б

$$II) \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$-x-y-8 + x-y-8 = 16+16$$

$$-2x = 32$$

$$x = -16$$

$$\begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -24 \\ y \geq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -24 \\ y \geq 24 \end{cases}$$

$$\text{н.р.}$$

$$\text{н.р.}$$

$$x \neq 16$$

$$III) \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$x+y+8 - x-y-8 = 16$$

$$2y = 16$$

$$y = 8$$

$$\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -16 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -16 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

$$IV) \begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$x+y+8 + x-y-8 = 16$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$\begin{cases} x+y+8 \leq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq -16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq -16 \end{cases}$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

$$2) (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$$

$$x=0$$

$$64 + (|y|-15)^2 = a$$

$$(|y|-15)^2 = a - 64 \quad a \geq 64 \quad (|y|-15)^2 = a - 64$$

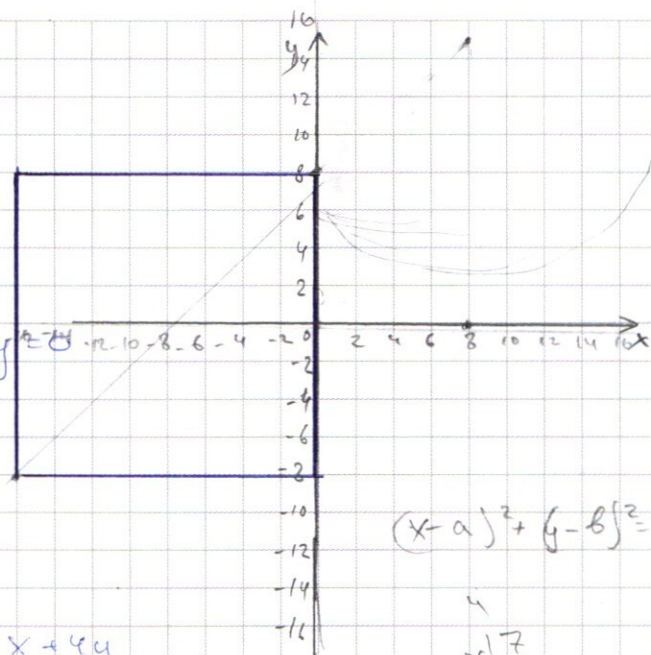
$$|y| = 15$$

$$y = 15 \quad y = -15$$

$$2 \leftarrow 8^2 + 15^2 = a$$

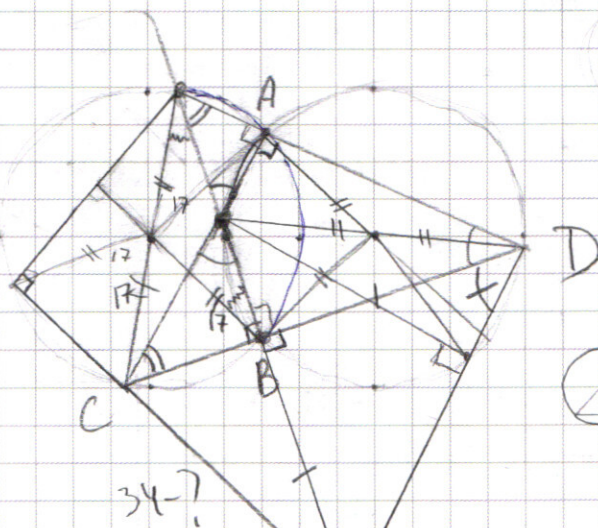
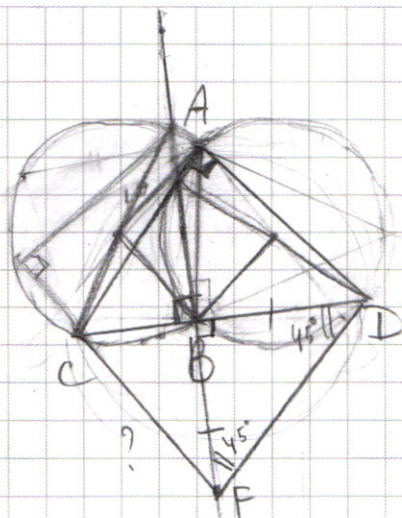
$$(-x-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$$

$$(|y|-15)^2 = a - (-x-8)^2 = 0$$



$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$\begin{array}{r} \times 17 \\ 119 \\ \hline 17 \end{array}$$



$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} > 0$$

$$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x = 3(3^{27} - 1)x + 31 > 0$$

$$f_1(x) = 3^x + 4 \cdot 3^{28} \uparrow \text{монот. воз. } (3^{27} - 1)x + 31 > 0$$

$$f_2(x) = 93 + 3(3^{27} - 1)x \uparrow \text{прямая} \quad x > -\frac{31}{3^{27} - 1}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28}$$

$$x > 0$$

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2) = x^2 \ln x^2 \cdot x^4 \ln(y)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$\left(\frac{x^3}{-y}\right)^{\ln(-y)} = x^{\ln x^2}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y-x)^2 - 4\left(x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) + 4y = 0$$

$$(y-x)^2 - 4\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 + 4y = 0$$

$$(y-x-2x+3)(y-x+2x-3) + 4y = 0$$

$$(y-3x+3)(y+x-3) + 4y = 0$$

$$\left(\frac{e^{\ln x}}{e^{3 \ln x}}\right)^{\ln(-y)} = \frac{e^{\ln x \cdot \ln x^2}}{(e^{\ln(-y)})^{\ln(-y)}}$$

$$e^{3 \ln x \cdot \ln(-y) + \ln^2(-y)} = e^{2 \ln^2 x}$$

$$3 \ln x \cdot \ln(-y) + \ln^2(-y) = 2 \ln^2 x$$

$$\ln(-y)(\ln x + \ln(-y)) =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)
$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 3} \\ 21609 \overline{) 3} \\ 7203 \overline{) 3} \\ 2401 \overline{) 7} \\ 343 \overline{) 7} \\ 49 \overline{) 7} \\ 7 \overline{) 7} \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ 21 \overline{) 343} \\ -28 \overline{) 63} \\ -21 \overline{) 21} \\ 0 \end{array}$$

$$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

1) 3 тройки

$$\begin{array}{r} 33377771 \\ 33377717 \\ 11 \\ 3373 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} 5$$

2)
$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sin \left(7x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = \sin(x+y) + \sin(x-y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y + \sin x \cos y - \sin x \cos y = 2 \sin x \cos y$$

$$\begin{cases} x+y = \alpha \\ x-y = \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\alpha+\beta}{2} \\ y = \frac{\alpha-\beta}{2} \end{cases}$$

$$2 \sin \frac{7x + \frac{\pi}{4} + 3x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{7x + \frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}}{2} + \cos 4x = 0$$

$$2 \sin \frac{10x}{2} \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + (\cos 7x + \cos 3x) + (\sin 7x - \sin 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos \frac{5}{2} x \sin 2x + 2 \cos \frac{5}{2} x \cos 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos \frac{5}{2} x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\sin 2x + \cos 2x) (2 \cos \frac{5}{2} x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x) = 0$$

$$\sin 2x + \cos 2x = 0 \quad \sqrt{2} \cos \frac{5}{2} x + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\cos \frac{5}{2} x + \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \right) = 0$$

$$\begin{array}{r} 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 3 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$5) |x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

I. $I \geq 0$ $II \geq 0$

$$x+y+8 + x-y+8 = 16$$

$$x=0, y+8 \geq 0 \quad -y+8 \geq 0 \quad y \geq -8 \quad y \leq 8; \quad -8 \leq y \leq 8$$

$$64 + (y-15)^2 = a$$

$$(y-15)^2 = a - 64$$

II. $I \geq 0$ $II \leq 0$

$$x+y+8 - x-y-8 = 16$$

$$y = 8$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

III. $I \leq 0$ $II \geq 0$

$$-x-y-8 + x-y+8 = 16$$

$$y = -8$$

$$-16 \leq x \leq 0$$

IV. $I \leq 0$ $II \leq 0$

$$-x-y-8 - x-y-8 = 16$$

$$-2x = 32$$

$$x = -16$$

$$8 \leq y \leq 8$$

$$y < 0$$

$$y \neq -1$$

$$x > 0$$

$$xy^2 \neq 0$$

$$-y^{-\ln(-y)} = \frac{x^{2\ln xy^2}}{x^{7\ln(-y)}} = x^{2\ln xy^2 - 7\ln(-y)} = x^{2\ln x + 4\ln y - 7\ln(-y)} = x^{2\ln x + 3\ln(-y)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$-y^{\ln(-y)} x^{3\ln(-y)} = x^{2\ln x}$$

$$-(yx^3)^{-\ln(-y)} = x^{2\ln x}$$

$$3) \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 - 4(x^2 + 3x -$$

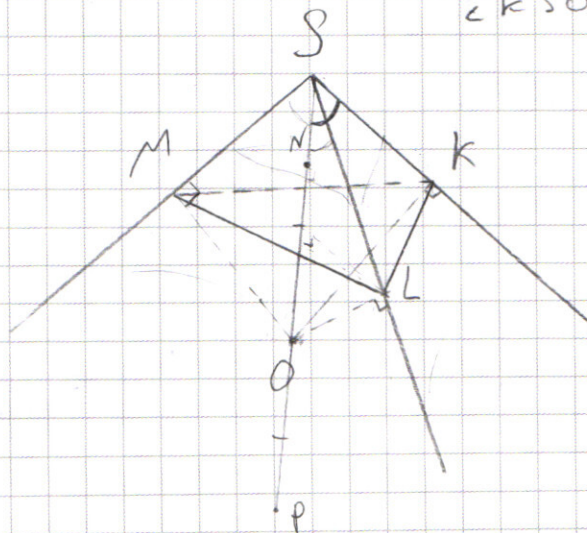
$$(-y^2 + 2xy - x^2) + 2y^2 + 4y + 2 - 2x^2 + 12x - 72 + 70 = 0$$

$$-(y-x)^2 + 2(y+1)^2 - 2(x-6)^2 + 70 = 0$$

$$(y-x)^2 + 2(x-6)^2 = 2(y+1)^2 + 70$$

$\angle KSO = ?$

$$\left(\frac{SN+R}{SN}\right)^2 = \left(1+\frac{1}{6}\right)^2 = \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{49}{36}$$



$$\frac{S_1}{S_2} = k^2 = \frac{16}{9}$$

$$k = \frac{4}{3} = \frac{9 \cdot 3P}{8N} = \frac{SN+2R}{SN} = 1 + \frac{2R}{SN}$$

$$\frac{2R}{SN} = \frac{1}{3} \quad \frac{R}{SN} = \frac{1}{6}$$

$$\sin \angle KSO = \frac{OK}{SO} = \frac{R}{R+SN}$$

$$\frac{1}{\sin \angle KSO} = \frac{R+SN}{R} = 1 + \frac{SN}{R} = 1 + 6 = 7$$

$$\sin \angle KSO = \frac{1}{7} \quad \angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$$