

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение  $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$ .
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром  $O$  вписана в трёхгранный угол с вершиной  $S$  и касается его граней в точках  $K, L, M$  (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол  $KSO$  и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью  $KLM$ , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой  $SO$ , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по разные стороны от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 16$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) \cdot \sqrt{2} \cos 5x + (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0 \quad | : (\sqrt{2} \cdot 2)$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x) = 0$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) \cdot (\cos 5x + \cos(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$2 \cos(2x - \frac{\pi}{4}) \cos(3.5x + \frac{\pi}{4}) \cos(1.5x - \frac{\pi}{4}) = 0 \quad | : 2$$

$$\begin{cases} \cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0 & 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}, \text{ где } \mathbb{Z} - \text{множество целых чисел} \\ \cos(3.5x + \frac{\pi}{4}) = 0 & \Leftrightarrow 3.5x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \cos(1.5x - \frac{\pi}{4}) = 0 & 1.5x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = \frac{3\pi}{4} + \pi l \quad | : 2 \\ 3.5x = \frac{\pi}{4} + \pi n \quad | : 3.5 \Leftrightarrow \\ 1.5x = \frac{3\pi}{7} + \pi k \quad | : 1.5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi l}{2} \\ x = \frac{\pi}{7} + \frac{2\pi n}{7} \\ x = \frac{3\pi}{14} + \frac{2\pi k}{3} \end{cases}$$

Ответ:  $\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi l}{2}, \frac{\pi}{7} + \frac{2\pi n}{7}, \frac{3\pi}{14} + \frac{2\pi k}{3}$ .

N1

$64827 = 3^3 \cdot 7^4$ , разложим единственное по основной теореме арифметики.

Представим в виде произведения цифр:

$64827 = \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}^{\text{цифры}} \cdot \overbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}^{\text{цифры}} = 1 \cdot \overbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}^{\text{цифры}} \cdot \overbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}^{\text{цифры}}$ , иные произведения содержат множители больше 9 (~~3, 4, 5, 6, 7, 8, 9~~), остальные  $3 \cdot 7$ ,  $m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$  и  $k \in \mathbb{N}$ ,  $l \in \mathbb{N}$ ,  $k > 2, l > 1$ .

Восьмизначный из 1, 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7:  $C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{12 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{12 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280$

Восьмизначный из 1, 1, 3, 9, 7, 7, 7, 7:  $C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^2 = \frac{8!}{4! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{12 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{12 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 12} = 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 840$

$280 + 840 = 1120$  - всего таких чисел.

Ответ: 1120



$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} &= x^{2\ln(xy)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y &= 0 \end{aligned} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} &= x^{2\ln(xy)} \\ y^2 - (-2x-4)y - 3x(x-4) &= 0 \end{aligned} \right. \\ &\stackrel{N3}{\Leftrightarrow} \left\{ \begin{aligned} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} &= x^{2\ln(xy)} \\ \begin{cases} y = -3x \\ y = x-4 \end{cases} \end{aligned} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} 0 < x < 4, y < 0 \\ \begin{cases} y = -3x \\ \left(-\frac{x^2}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(3x)} \\ y = x-4 \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (1) \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} x=3 \\ y=-9 \\ x=2 \\ y=-2 \end{aligned} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} &= x^{2\ln(xy)} \\ \begin{cases} y = -3x \\ \left(-\frac{x^2}{x-4}\right)^{\ln(4-x)} = x^{2\ln(x-4)} \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (2) \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} x = \frac{1+\sqrt{17}}{2} \\ y = \frac{9+\sqrt{17}}{2} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \left(-\frac{x^7}{-3x}\right)^{\ln(3x)} &= x^{2\ln(3x)} \\ \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} &= x^{2\ln 3x} \\ \frac{x^{6\ln 3x}}{3^{\ln 3x}} &= x^{2\ln 3x} \\ \frac{x^{6\ln 3x}}{x^{6\ln 3x}} &= x^{2\ln 3x} \\ \frac{(3x)^{\ln 3}}{(3x)^{\ln 3}} &= x^{2\ln 9x^3} \\ x^{6\ln 3x - \ln 3} \cdot 3^{\ln 3} &= x^{2\ln 9x^3} \quad | : x^{6\ln 3x - \ln 3} (\neq 0, \text{ m.R. } x > 0 \text{ u.z. } \ln 3x) \\ x^{2\ln 9x^3 - 6\ln 3x + \ln 3} &= 3^{-\ln 3} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x^6}{2}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln 3x}$$

$$\frac{2 \ln 32}{2 \ln 4} = 2 \ln \frac{32}{4}$$

$$\frac{3 \ln 3x}{2 \ln 3x} = \frac{3x^2}{2 \ln 3x}$$

$$\ln 32 - \ln 3 = \ln \frac{32}{3}$$

$$x^{2 \ln x + \ln x} = x^{2 \ln x} \cdot x^{\ln x} \quad (\neq 0, \text{ m.R. } x > 0 \text{ u.z. } (\ln x))$$

$$2^{111} \cdot 2^{-111} = 2^0 = 1$$

$$\log_3 x^{2 \ln 9x^3 - 6 \ln 3x + 1/3} = \log_3 3^{-1 \ln 3}$$

$$(2 \ln 9x^3 - 6 \ln 3x + \ln 3) / \log_3 x = -\ln 3$$

$$(2(3 \ln x + 2 \ln 3) - 6 \ln x - 6 \ln 3 + \ln 3) \cdot \log_3 x = -\ln 3$$

$$\ln 3 \cdot \log_3 2 = -\ln 3! : \ln 3$$

$$\log_5 x = +1$$

$$x = \frac{2}{3} > 0$$

Ombem:  $(3, -9), (2, -2), (\frac{1+\sqrt{17}}{2}, -\frac{7+\sqrt{17}}{2})$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ |(x-8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y+8 < 0 \\ x-y+8 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (x-8)^2 + (y+5)^2 = 0 \end{cases}$$

$$|x+y+2| + |x-y+2| = 16 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i \geq n + 8$$

$$(1) \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x-2| + |y-15|)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ |x| = 8 \\ |y| = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 15 \\ |8+15+8| + |8-15+8| = 16 \\ x = -8 \\ y = 15 \\ |-8+15+8| + |-8-15+8| = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ |x| = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -8 \end{cases}$$

15

Wahl

|                                                        |        |                      |
|--------------------------------------------------------|--------|----------------------|
| $x = 2$                                                | $\neq$ | $x \neq 0, y \neq 0$ |
| $y = 15$                                               |        |                      |
| $(18 - 15 \cdot 2) + (2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 8) = 16$ |        |                      |
| $x = 8$                                                |        |                      |
| $y = 15$                                               |        |                      |
| $(18 - 15 \cdot 8) + (8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 8) = 16$ |        |                      |

I  $4ED, 4ED$

$$+18+15+8=16$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(2)  $a < 0$

2)  $a < 0$

$$\begin{cases} |x+y+1| + |x-y+1| = 16 & (*) \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = 13 & (**) \end{cases}$$

$$(3) (12-8)^2 \geq 0 \cup (14-15)^2 \geq 0$$

$$(129-8)^2 + (141-15)^2 \geq 0$$

(4)  $\int a \neq 0$

$$9(12-8)^2 + (9-15)^2 = a^2$$

При  $a > 0$  уравнение

задаёт чёткость

разлика в централни

$(8,15) \in \Gamma_2, (8,15) \in \Pi_2,$

$(8; 15) \in III_4$  u  $(8; 15) \in IV_4$

$$55x \neq 0$$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

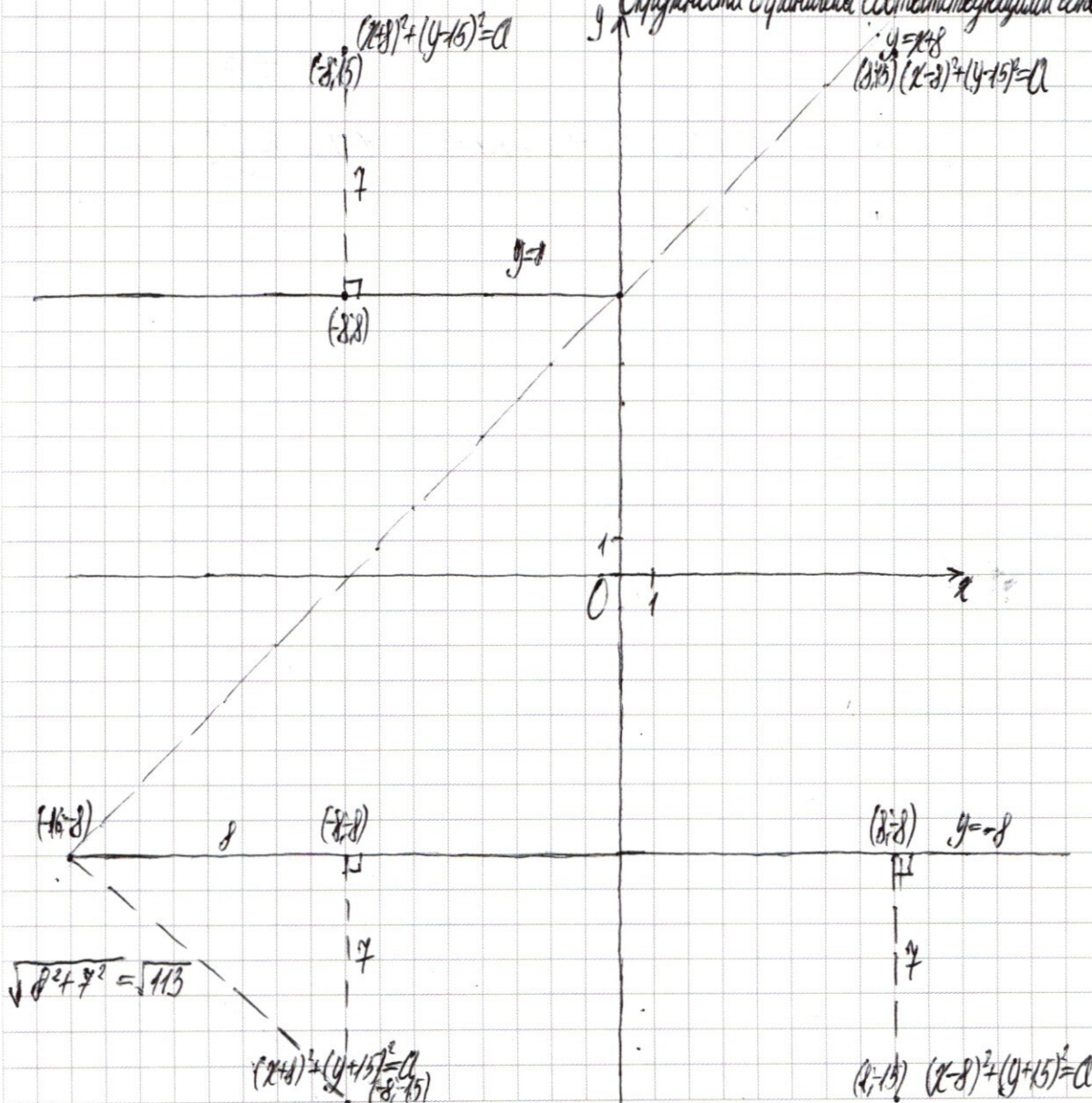
$$\begin{cases} (x+8)^2 + (y-15)^2 = 12 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$(x+4)^2 + (y+15)^2 = 2(13)$$

520  
40

$$[(x-8)^2 + (y+15)^2] = 214$$

9. Средности ограничены соответствующими условиями.





При  $a < \frac{49}{8}$  решений нет, т.к. расстояние от центров до прямой (7) будет больше радиуса.

При  $a = \frac{49}{8}$  будет 3 решения, т.к.  $y=8$  будет касаться (13) и (14), а  $y=8$  будет касаться (12).

При  $49 < a \leq 113$  будет 6 решений, т.к.  $y=8$  пересечёт (13) и (14) в 2 точки каждую, а  $y=8$  пересечёт в 2 точки (12), все эти точки будут  $|x| \leq 8$  по построению.

При  $a > 113$  будет ровно 2 решения, т.к. (13) не пересекать  $y=8$  при  $y \leq 8$  и  $x \leq 0$ , аналогично для одной из точек пересечения для (12) и (14)

$$(x+8)^2 + (-8+15)^2 = a$$

$$(x+8)^2 + 49 = a$$

$|x+8| = \sqrt{a-49} \Rightarrow$  из геометрического смысла модуля,  $x$  отстоит от  $-8$  на расстоянии  $\sqrt{a-49}$ , считая:  $a \neq 49$

$$64 < a - 49$$

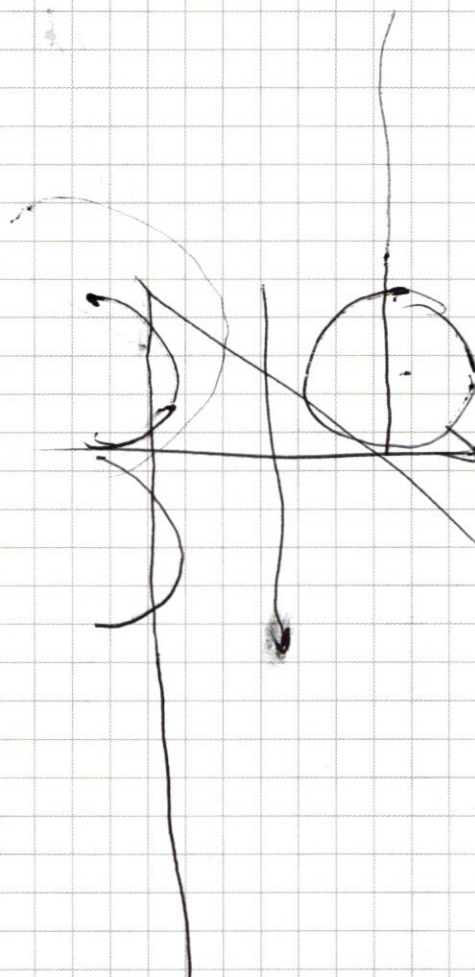
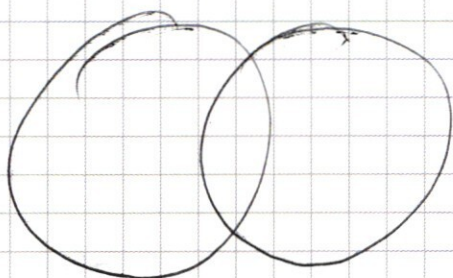
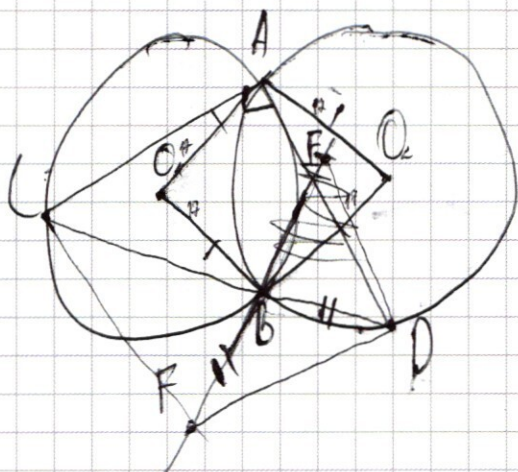
$$8 < \sqrt{a-49}$$

Получая, что  $x > 0$  или  $x \leq -16 \Rightarrow x > 0$  или  $x \leq -16$  и  $y > x+8$ , противоречие.

Ответ:  $a > 113$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$= 64 + 16$$

$$\sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128}$$







## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$3+20+12=35 \quad 17-18 \text{ циклов}$$

$$64827 = 3^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7^2 = 3^5 \cdot 7^2$$

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 9} \\ 63 \quad \overline{) 7203} \\ 18 \quad \overline{) 18} \\ 18 \quad \overline{) 0} \\ 24 \quad \overline{) 24} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \overline{) 3} \\ 6 \quad \overline{) 2401} \\ 12 \quad \overline{) 12} \\ 00 \end{array}$$

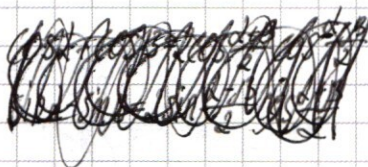
$$\begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ 24 \quad \overline{) 1343} \\ 30 \quad \overline{) 30} \\ 28 \quad \overline{) 28} \\ 24 \end{array}$$

$$345 = 19 \cdot 7$$

$$\begin{bmatrix} 1, 3, 7 \\ 1, 3, 9, 7 \end{bmatrix}$$

$$C_8^3 \cdot C_3^4 \cdot C_1^1 = \frac{8! \cdot 3! \cdot 1!}{3! \cdot 4! \cdot 1! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} = 1$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$



$$2) \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$$

КРАСНО

$$3x + 2x + \frac{\pi}{2} = 2.5x + \frac{\pi}{2} = 3.5x + \frac{\pi}{2}$$

$$2.5x - \frac{\pi}{8} = 1.5x + \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{3}{28} \quad \frac{5\pi \cdot 8}{8 \cdot 3} = \frac{5\pi}{12}$$

$$\begin{cases} (-y)^{\ln x^2 - \ln(-y)} = x^{2 \ln x + 2 \ln y} \\ (-y)^{\ln x^2 - \ln(-y)} = x^{2 \ln x + 4 \ln(-y)} \end{cases}$$

$$(1) y^2 + (2x+4)y - 3x^2 + 12x = 0$$

$$y^2 + 2(x+2)y - 3(x+4)x = 0$$

$$(y+3x)(y-x+4) = 0$$

$$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 4x (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$2 \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cos 4x (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x)$$

$$(\cos(4x + \frac{\pi}{4}) + \cos(4x - \frac{\pi}{4}))$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) \cos 3x = 4 \cos^2 x - 3 \cos x$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$y \neq 0, x > 0$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x = 0$$

$$(-)$$

$$\left\{ \begin{aligned} (-\frac{x}{y})^{\ln(-y)} &= x^{2 \ln(x/y)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} (-y)^{\ln(-\frac{x}{y})} &= x^{2 \ln(x/y)} \\ (y+2)^2 + 3(x-2)^2 - 4 - 12 + 2xy &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = -2x - 4 \\ y_1 \cdot y_2 = -3x \cdot (x+4) \end{cases}$$



$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln x (2-x)} \quad x > 0$$

$$\frac{x^{6 \ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = x^{2 \ln x (2-x)}$$

$$\frac{x^{6 \ln 3x}}{(3x)^{\ln 3}} = x^{2 \ln x (2-x)}$$

$$\frac{x^{6 \ln 3x}}{(3x)^{\ln 3}} = x^{2 \ln x (2-x)}$$

$$(3x)^{\ln \frac{x^6}{3}} = x^{2 \ln x (2-x)}$$

$$\left(\frac{1}{3^x}\right)^{\ln 1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2 \ln \frac{1}{3}}$$

$$1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{\log_3 2}}$$

$$1 = \frac{y^{-\frac{1}{3} \cdot 3} = -1}{3^1}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$3^{-2 \ln 1} = 3^{-2 \ln (3^{-1})}$$

$$1 = 3^{\ln 9}$$

$$\log_3 \left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = \log_3 x^{2 \ln 9x^3}$$

$$\ln 3x \cdot \log_3 \frac{x^6}{3} = 2 \ln 9x^3 \cdot \log_3 x$$

$$\ln 3x \cdot (\log_3 x - 1) = 2 \cdot (3 \ln x + 2 \ln 3) \cdot \log_3 x$$

$$6 \ln 3 + \ln x \cdot 6 \log_3 x - 1 = 2 \log_3 x (3 \ln x + 2 \ln 3)$$

$$6 \ln 3 \log_3 x - \ln 3 + 6 \ln x \log_3 x - \ln x = 6 \ln x \log_3 x + 4 \ln 3 \log_3 x$$

$$2 \ln 3 \log_3 x = \ln 3x$$

$$3^{2 \log_3 x} = 3x$$

$$2 \log_3 x = \log_3 x + 1$$

$$\log_3 x = 1 \quad x = 3$$

$$5^{\log_5 25} = 5^2 = \log_5 5$$

$$\frac{x^{6 \ln 3x}}{x^{\ln 3} \cdot 3^{\ln 3}} = x^{2 \ln x (2-x)}$$

$$x^{2 \ln x (2-x) - 6 \ln 3x + \ln 3} = x^{2 \ln x (2-x)}$$

$$x^{2 \ln 9x^3 - 6 \ln 3x + \ln 3} = 3^{-\ln 3}$$

$$x^{2 \ln 9x^3 - 6 \ln 3x + \ln 3} = 3^{-\ln 3}$$

$$\log_3 x \cdot (2 \ln 9x^3 - 6 \ln 3x + \ln 3) = -\ln 3$$

$$\log_3 x \cdot (2 \cdot (2 \ln 3 + 3 \ln x) - 6 \ln 3 - 6 \ln x + \ln 3) = -\ln 3$$

$$\log_3 x \cdot (4 \ln 3 + 6 \ln x - 6 \ln 3 - 6 \ln x + \ln 3) = -\ln 3$$

$$1 = 3^{-2 \ln \frac{1}{3}}$$

$$1 = 3^{-2 \ln \frac{1}{3}}$$

$$1 = 3^{-2 \ln \frac{1}{3}}$$

$$3^0 = 3^{-2x} \quad y > x-1$$

$$x=0$$

$$x < 0, y < 0 \quad (-8; -15)$$

$$x < 0, y < 0 \quad (-8; -15)$$

$$x < 0, y < 0 \quad (-8; -15)$$

$$x < 0, y < 0 \quad (-8; -15) \quad a$$

$$\ln(4-x) \cdot \ln\left(\frac{x^2}{4}\right) = \ln x (2 \ln x + \ln(4-x))$$

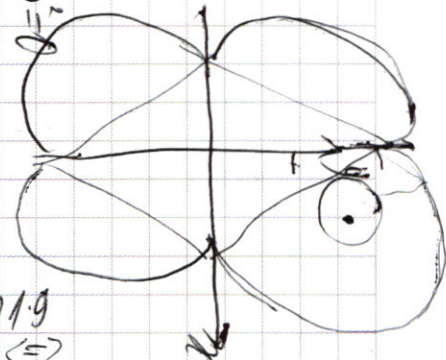
$$\ln(4-x) \cdot (2 \ln x - \ln(4-x)) = 2 \ln x \cdot (\ln x + 2 \ln(4-x))$$

$$2 \ln x \cdot \ln(4-x) - \ln(4-x) = 2 \ln^2 x + 4 \ln x \cdot \ln(4-x)$$

$$2 \ln^2 x - 3 \ln x \cdot \ln(4-x) + \ln^2(4-x) = 0$$

$$2a^2 + 3ab + b^2 = 0$$

$$(2a-b)(a+b) = 0$$



$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3} \neq 3^{2 \ln 1 \cdot 9}$$

$$\Rightarrow 3^{-\ln 3} \neq 1^{\ln 9}$$

$$4x > 0$$

$$x > 0, x \neq 1$$

$$\log_x \left(\frac{x^2}{4x}\right) \cdot \ln(4-x) = \ln x (4-x)^2$$

$$(\log_x x^2 - \log_x(4-x)) \ln(4-x) = \ln x + 2 \ln(4-x)$$

$$2 \ln(4-x) - \ln(4-x) \cdot \log_x(4-x) = \ln x + 2 \ln(4-x)$$

$$5 \ln(4-x) = \ln x + 3 \ln(4-x) - 2 \ln x - \ln(4-x) \cdot \log_x(4-x)$$

$$\ln(4-x) \cdot (5 - \log_x(4-x)) = \ln x$$

$$(4-x)^5 = x \cdot (4-x)^{\log_x(4-x)}$$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



