

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в папку
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4$$

Чтобы произведение цифр составляло 64827 нужно,
чтобы эти цифр. были: $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ или $1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$.

1) $1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

$$P = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = 280$$

2) $1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

$$P = \frac{8!}{4! \cdot 2!} = 840$$

Других вариантов нет, т.к.
должно быть ровно 8 цифр,
все цифры в ¹ варианте
~~различные~~
простые, а во 2 варианте
произведение любых 2 цифр
больше 10

$$840 + 280 = 1120$$

Ответ: 1120

№2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x (\sin 2x + \cos 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0 \quad \text{или}$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 2x \right) = 0$$

$$2 \cos 5x + 2 \left(\cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin 2x \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\cos 2x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin 2x \cdot \sin \frac{\pi}{4} = 0$$

$$2 \cos 5x + 2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos \left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

$$2x = \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$,

$$\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

ОДЗ:
 $y < 0$
 $x > 0$

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = \ln(x)^{2\ln(xy^2)}$$

$$\ln(-y) \cdot \ln\left(-\frac{x^7}{y}\right) = 2\ln(xy^2) \cdot \ln(x)$$

$$\ln(-y) \cdot \ln(x^7) - \ln(-y) \cdot \ln(-y) = 2\ln(x) \cdot \ln(x) + 2\ln(y^2) \cdot \ln(x)$$

$$\ln(x) = a \quad \ln(-y) = b$$

$$7 \cdot \ln(-y) \cdot \ln(x) - \ln^2(-y) = 2\ln^2(x) + 4\ln\left(\frac{-y}{x}\right) \cdot \ln(x)$$

$$7ab - b^2 = 2a^2 + 4ab$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$(2a - b)(a - b) = 0$$

$$2a = b \quad \text{или} \quad a = b$$

$$2\ln(x) = \ln(-y) \quad \text{или} \quad \ln(x) = \ln(-y)$$

$$(1) x^2 = -y$$

$$(2) x = -y$$

1 случай:

Подставляем $y = -x^2$ во 2-е уравнение:

y^2 :

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 12x = 0$$

П.к. $x > 0$, тогда:

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x-3)(x^2+x-4)=0$$

$$x=3 \quad \text{или} \quad x^2+x-4=0$$

$$D = 1 + 16 = 17$$

$$y = -9$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0$$

$$x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$$

$$y = -\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2 = -\left(\frac{17-2\sqrt{17}+1}{4}\right) = \frac{\sqrt{17}-9}{2}$$

2 случай:

Подставляем $x = -y$ во 2-е уравнение:

$$y^2 - 2y^2 - 3y^2 - 12y + 4y = 0$$

$$y^2 + 2y = 0$$

$$y(y+2) = 0$$

$y=0$
не подходит
по ОДЗ

$$y = -2$$

$$x = 2$$

$$\text{Ответ: } (2; -2); (3; -9); \left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$$

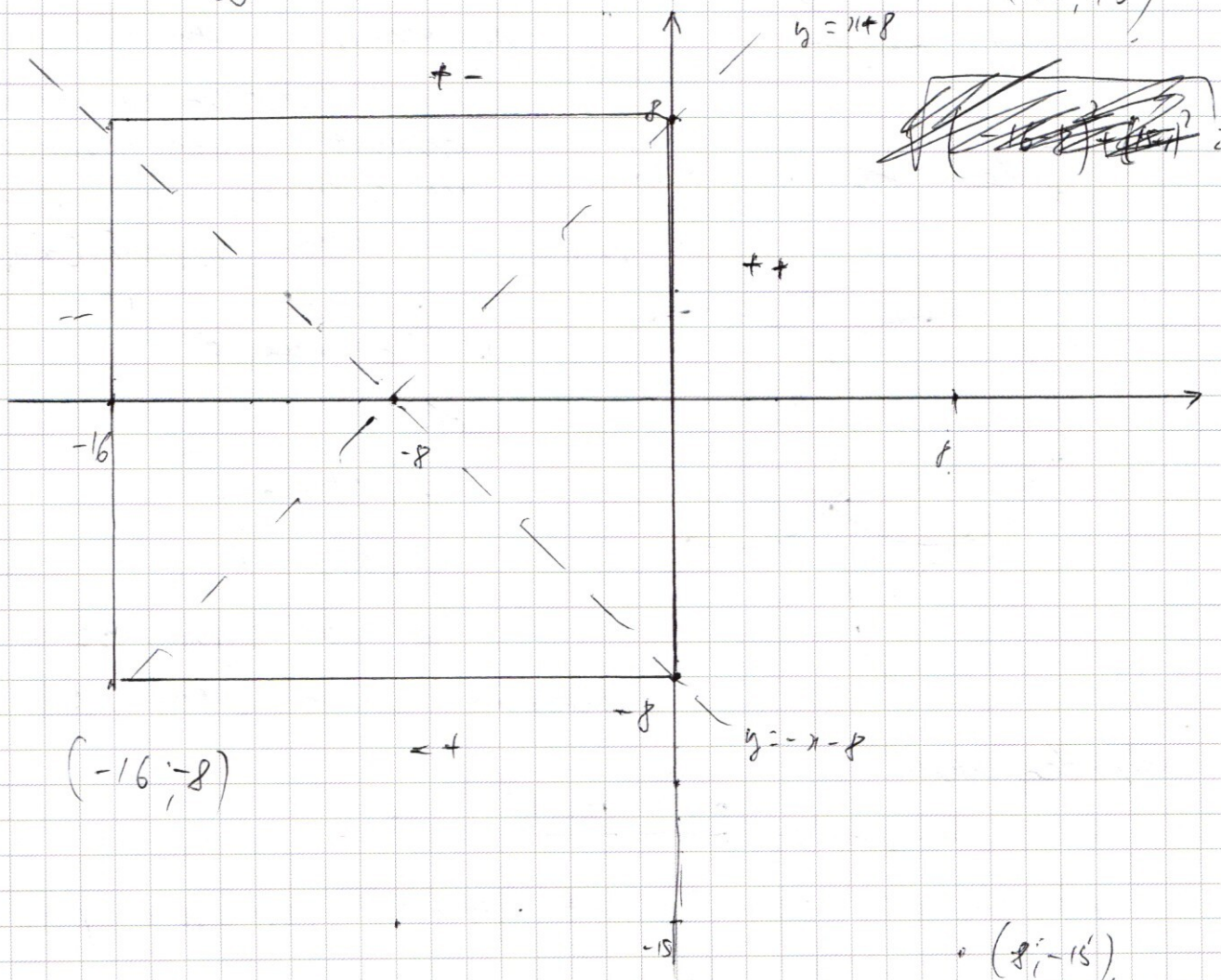
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{5}$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ ((x-8)^2 + (y-15)^2 = a \end{cases}$$

2-е уравнение задаёт 4 окружности с центрами в $O_1(8; 15)$ $O_2(-8; 15)$ $O_3(8; -15)$ $O_4(-8; -15)$ и $R = \sqrt{a}$

В 1-ом модуле обращаются в 0 при $y = -x-8$ и $y = x+8$
По методу интервалов:



1) 2 решения, если окружности с центрами в $(-8; -15)$ и $(-8; 15)$ касаются прямоугольника. Они будут касаться его при $R=7$, при таком радиусе. Окружности с центрами в $(8; 15)$ и $(8; -15)$ не будут касаться до прямоугольника. $\sqrt{a}=7$ $a=49$

2) Окружности с центрами в $(8; 15)$ и $(8; -15)$ касаются прямоугольника в углах $(-16; -8)$ и $(-16; 8)$ соответственно.

$$R = \sqrt{(-16-8)^2 + (-8-15)^2} = \sqrt{24^2 + 23^2} = \sqrt{1105}$$

При таком R окружности с центрами в $(-8; -15)$ и $(-8; 15)$ не будут иметь общих точек с прямоугольником.

$$\sqrt{a} = \sqrt{1105}$$

$$a = 1105$$

Ответ: ~~49~~; 49; 289

Окружности с центрами $(8; 15)$ и $(8; -15)$ касаются прямоугольника, тогда окружности с центрами $(-8; 15)$ и $(-8; -15)$ не будут существовать.
 $R = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$ $\sqrt{a} = 17$ $a = 289$

Итак как

тогда

$$\angle ACD = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

$$\angle ADB = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

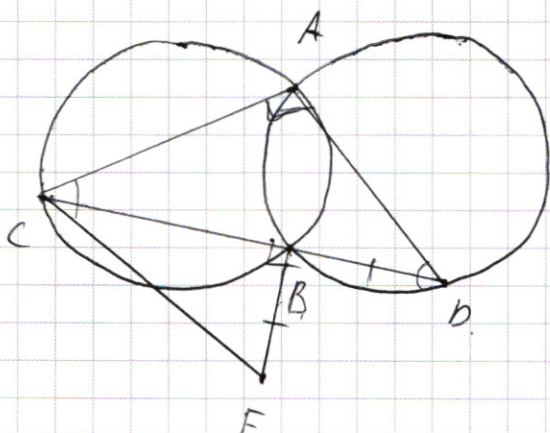
Поскольку окружности

равны, то $\angle ACB = \angle ADB$, а ACD -

равнобедренный.

$$2) \text{ т.к. } \angle ACD = \angle CDA = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$3) \widehat{AB} = 2 \cdot \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow AB - \text{дуга } AB - \text{четверть круга}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№7.

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x} \\ y \leq 93 + 3(3^{2x} - 1)x \end{cases}$$

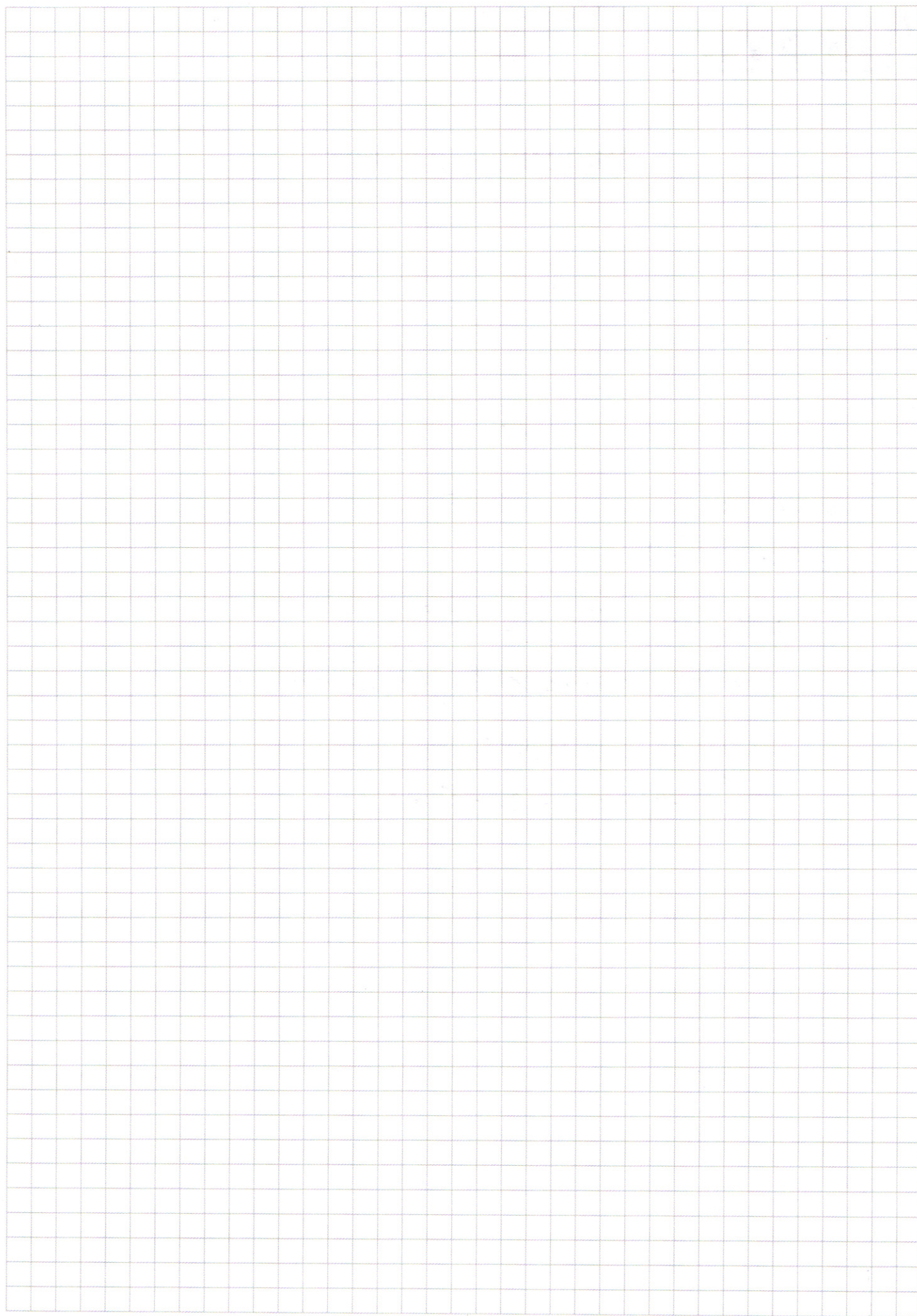
$$x, y \in \mathbb{Z}$$

$$y \in (3^x + 4 \cdot 3^{2x}; 93 + 3(3^{2x} - 1)x]$$

Найдем множество возможных x :

$$3^x + 4 \cdot 3^{2x} \leq 3 \cdot 31 + 3 \cdot 3^{2x} - 3x$$

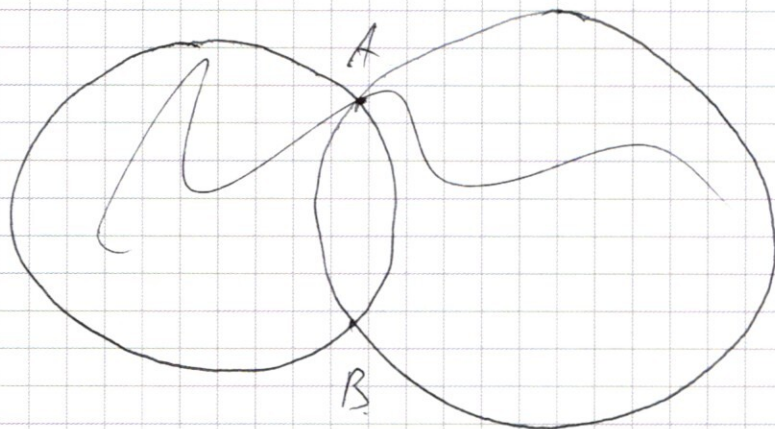
$$3^{2x}(x - 4) + 3 \cdot 31 - 3x + 3^x \geq 0$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\cos 2n = \sin 2n$$

$$\cos 2x - \sin^2 x = 0$$

$$\cos\left(2\pi \pm \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$2\pi \frac{f}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$2H_2 \xrightarrow{h\nu} 2H$$

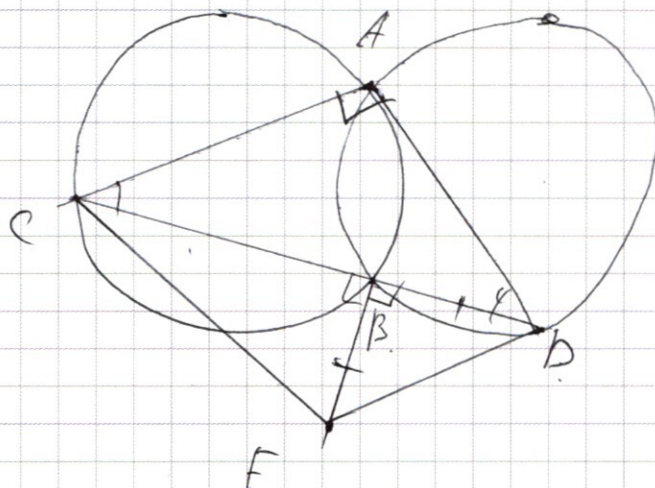
$$\eta = \frac{\eta}{2} + \frac{\eta}{2}, \eta \in \mathbb{Z}.$$

R-17

$\angle CAD = 50^\circ$

$$BF = BD$$

9) ~~BF~~? CF-?



• $A \perp B$ - независимый.

$\overline{AB}$ - диаметр

P/E $\frac{n!}{1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \dots}$
 not too obvious
 huge

$$\sin(\pi - x) = \sin \pi \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos \pi = \underline{+ \sin x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

$(x, y) - ?$

$x, y \in \mathbb{Z}$

$$y \leq 93 + 3(3^{2x} - 1)x$$

$$y \leq 3 \cdot 31 + 3 \cdot x - 3x$$

$$y \in (3^x + 4 \cdot 3^{2x}, 3 \cdot 31 + 3 \cdot x - 3x]$$

$$C_8^4 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 =$$

$$= \frac{8! \cdot 4! \cdot 3!}{4! \cdot 4! \cdot 8! \cdot 2!} =$$

$$= \frac{2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{8 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2} =$$

$$= \frac{2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{8 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2} =$$

$$= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 =$$

$$O_1(8; 15) \quad R = \sqrt{a} = 42.20 =$$

$$O_2(-8; -15) \quad R = \sqrt{a} = 840$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

$$(x-8)^2 = x^2 +$$

++

$(0, 8)$

$y = x + 8$

-+

$(-8; 0)$

$(0, -8)$

$y = -x - 8$

$$(1) y = -x - 8$$

$$(2) y = x + 8$$

$$++; 2x + 16 = 16$$

$$R \quad x = 0$$

$$-+; -x - y - 8 + x - y + 8 = 16$$

$$-2y = 16$$

$$y = -8$$

$$--; -x - y - 8 - x - y - 8 = 16$$

$$-2x = 32$$

$$x = -16$$

$$+-; x - y + 8 - x - y - 8 = 16$$

$$y = 8$$

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)}$$

$$\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = \ln\left(x^{2 \ln(xy^2)}\right)$$

$$\ln(-y) \cdot \ln\left(-\frac{x^7}{y}\right) = 2 \ln(xy^2) \cdot \ln(x)$$

$$y < 0$$

$$x^7 \geq 0$$

$$x > 0$$

$$\ln(-y) \cdot \ln(-x^7) = \ln(-y) \cdot \ln(y) = 2 \ln(x) \cdot \ln(x) + 2 \ln(y^2) \cdot \ln(x)$$

$$2 \ln^2(x) + \ln(x) \cdot 2 \ln(y^2)$$

$$\ln(-y) \cdot \ln(x^7) - \ln(-y) \cdot \ln(-y) = 2 \ln(x) \cdot \ln(x) + 2 \ln(y^2) \cdot \ln(x)$$

$$7 \cdot \ln(-y) \cdot \ln(x) - \ln^2(-y) \quad 2 \ln^2(x) + 4 \ln(y) \cdot \ln(x)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$\ln(x) = 9$$

$$\ln(y) = b$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$-y^2 + 2xy - x^2 + 2y^2 - 2x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$-(x+y)^2 - 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 + 2y + 1) = 0 \quad 16$$

$$-(x+y)^2 - 2(x-3)^2 + 2(y+1)^2 = 16$$

$$y(2x+y) - 3x^2 + 4x = 0$$

$$\begin{cases} 2 \ln(x) = \ln(-y) \\ \ln(x) = \ln(-y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = -y \\ x = -y \end{cases}$$

$$x = \sqrt{-y}$$

$$1) (x = -y) \quad (y+4)(2x+y)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 - 2y^2 - 3y^2 - 12y + 4y = 0$$

$$-4y^2 - 8y = 0 \quad y(y+2) = 0$$

$$y^2 + 2y = 0$$

$$2ab - b^2 = 2a^2 + 4ab$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$9 = 9b^2 = 8b^2 = b^2$$

$$a = \frac{3b \pm b}{4} = \left[\frac{b}{2} \right]$$

$$(2a-b)(a-b) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 12x = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - 7x + 12 = 0$$

~~8x8~~

~~$$8 + 19 + 12$$~~

~~$$-27 - 18 + 21 + 12$$~~

$$27 - 18 - 21 + 12 \leq 0$$

$$9 - 21 + 12$$

$$-12 + 12 = 0$$

$$(x-4) \left(\dots \right)$$

~~$$x^3 - 4x^2 + 2x^2 - 8x + x$$~~

~~$$x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x - 4x + 12 = 0$$~~

$$x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x - 4x + 12 = 0$$

$$C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^4 = \frac{8! \cdot 7! \cdot 6!}{1! \cdot 1! \cdot 6! \cdot 2! \cdot 4!} =$$

$$x^2 + x - 4$$

$$= \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{8!}{4! \cdot 2}$$

$$x^2 = -y$$

$$y = -x^2$$

(сж-ть, потому $x \neq 0$)

$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x$$

$$(3^x + 4 \cdot 3^{2x}, 3 \cdot 31 + 3^{27} \cdot x - 3x)$$

$$3 \cdot 31 + 3^{27} \cdot x - 3x \geq 3^x + 4 \cdot 3^{2x}$$

$$3^{27}(x-4) + 3 \cdot 31 - 3x - 3^x \geq 0$$

$$3^{27}(x-4) + 31 - x - 3^{x-1} \geq 0$$

$$3^{27}(x-4) + 31 - (x + 3^{x-1}) \geq 0$$

$$20 \leq 1$$

$$x \leq 0$$

$$x \geq 1$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ ((|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

a-? 2A

$$|x+8| + |x-8| = 16 \quad O_1(8; 15) \quad R = \sqrt{9}$$

$$y = -x - 8$$

$$y = 0$$

$$O_2(-8; -15) \quad R = \sqrt{9}$$

$$y = x + 8$$

$$|x+8| = 8 \quad x = 0 \quad x = -$$

$$y = x + 8$$

$$++: x = 0$$

$$+-: y = -8$$

$$--: x = -16$$

$$+ -: y = -8$$

$$x+y+8+x-y+8=16$$

$$2x+16=16 \quad x=0$$

$$\sqrt{29^2 + 23^2} = 37$$

$$y = 8$$

$$2y = 16$$

$$y = -x - 8$$

$$O_1(8; 15)$$

$$++$$

$$1) x > 0$$

$$y > 0$$

$$y > -x - 8$$

$$(-8; 15) \quad x = 0$$

$$(8; -15)$$

$$(-8; -15)$$

$$x \begin{matrix} 23 \\ 23 \\ \hline 46 \end{matrix}$$

$$+ 46$$

$$529$$

$$576$$

$$576 + 529 = 1105$$

$$y = -8$$

$$2) x > 0$$

$$y < 0$$

$$|x+8-8| + |x-8+8| = 16$$

$$y > 0 \quad |x| + |x+16| = 16$$

$$-x - x - 16 = 16$$

$$-2x = 32$$

$$x = -16$$

$$|y| + |-y| = 16$$

$$y < 0$$

$$-y + -y = 16$$

$$-2y = 16$$

$$y = -8$$

$$y + y = 16$$

$$y = 8$$

$$1105 : 5 = 221$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$64827 = 9 \cdot 7203$$

$$64827 = 3^3 \cdot 2401$$

$$64827 = 3^3 \cdot 7 \cdot 343$$

$$64827 = 3^3 \cdot 7^2 \cdot 7$$

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4 \cdot 1$$

$$1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 9$$

$$1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 0$$

$$P = \frac{n!}{1! \cdot 3! \cdot 4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 33$$

$$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 2} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 568 = 280$$

$$P_2 =$$

$$P = \frac{n!}{a_1! \cdot a_2! \cdot a_3! \dots}$$

$$\frac{8!}{9! \cdot 2!} = 3360 + 280 = 3640$$

$$\text{Ответ: } 3640$$

$$C_8^3 \cdot C_5^4 = \frac{8!}{8! \cdot 3!} \cdot \frac{5!}{1! \cdot 4!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4} =$$

$$= 5 \cdot 7 \cdot 8$$

$$P = \frac{8!}{2! \cdot 3!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 5680 = 3360$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x +$$

$$\cos(7x+3x) \stackrel{(\cos)}{=} \cos 7x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \sin 3x$$

$$\cos(5x-2x) + \cos(5x+2x) = \cos 5x \cdot \cos 2x - \sin 5x \cdot \sin 2x + \cos 5x \cdot \cos 2x + \sin 5x \cdot \sin 2x$$

$$2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x \cdot 2 \cdot \cos 5x \cdot \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cdot (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x \sin\left(\frac{5x+2x}{2}\right) + \sin(5x-2x) =$$

$$\cos 2x - \cos 4x = -2$$

$$= \sin 5x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \cos 5x - (\sin 5x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \cos 5x) = 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos^2 2x - \sqrt{2} \sin^2 2x = 0$$

$$\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) (\cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2\sqrt{2} \cos 5x \cdot 2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos 5x + 2 \left(\cos 2x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin 2x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$$