МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90°$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Кол-во восьмизн-х чисел, произв-е цифр $m = 64827 = 3^3 \cdot 7^4$

варианты состава числа: в 8-числе могут быть 1 и не могут быть нули!!!

а) из 7(x4) ; 3(x3) и 1(x1)

$$A_1 = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 5 \cdot 7 \cdot 8$$

б) из 7(x4) ; 3(x1) ; 9(x1) и 1(x2)

$$A_2 = \frac{8!}{2! \, 4!} = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 3$$

$\Rightarrow \Sigma A = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 20 \cdot 56 = 1120$ чисел

Ответ: 1120 чисел.

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

~~$\sqrt{2} \cos(7x$~~

$$\sqrt{2}\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x\left(\cos 2x \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin 2x \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \cos^2 2x - \sin^2 2x = 0$$

$$\sqrt{2}\cos 5x\,(\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \cos 2x + \sin 2x = 0 \quad \Big| : \cos 2x \neq 0 \text{ по осн. триг тождеств} \\ \sqrt{2}\cos 5x + \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \operatorname{tg} 2x + 1 = 0 & (1) \\ \cos\left(\frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0 & (2) \end{array}\right.$$

$$(1) \Leftrightarrow \operatorname{tg} 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{4} + \pi n \Leftrightarrow \boxed{x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}}$$

$$(2) \left[\begin{array}{l} \frac{7x}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ \frac{3x}{2} - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi n \\ 3x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2\pi n \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi n \\ x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2}{3}\pi n \end{array}\right.$$

3. $$\begin{cases} \left(\dfrac{-x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow (y^2+2xy+x^2)-4x^2+8x+4x+4y=0 \Leftrightarrow \left[(x+y)^2+4(x+y)+4\right]-4(x^2-2x+1)=0$$

$$(x+y+2)^2-2^2(x-1)^2=0$$

$$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y+2-2(x-1)=0 \\ x+y+2+2(x-1)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y=x-4 & (А) \\ -y=3x & (Б) \end{array}\right.$$

ОДЗ для (1): $$\begin{cases} y\neq 0 \\ -y>0 \\ xy^2>0 \\ x>0 \\ \left(\dfrac{-x^7}{y}\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y<0 \\ x>0 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = (x^2)^{\ln x}\cdot(x)^{4\ln(-y)} \Big| : x^{4\ln(-y)} \Leftrightarrow \underbrace{x^{3\ln(-y)}}_{>0} = x^{2\ln x}\cdot\underbrace{(-y)^{\ln(-y)}}_{>0} \quad (*)$$

прологарифмируем $(*)$

$$(*) \Leftrightarrow \ln x^{3\ln(-y)} = \cancel{2}\ln x^{2\ln x} + \ln(-y)^{\ln(-y)}$$

$\to \ln(-y)\neq 0.$

$$3\ln(-y)\ln x = 2\ln^2 x + \ln^2(-y) \quad \Big| : \ln^2(-y)$$

если $\ln(-y)=0$, то $-y=1$.

Проверка!

$$\begin{cases} x^{7\ln 1} = x^{2\ln x} \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3} \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0=\ln x^2 \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3} \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \varnothing.$$

Пусть $\dfrac{\ln(x)}{\ln(-y)} = m$, тогда

$$2m^2-3m+1=0 \to \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{\ln(x)}{\ln(-y)}=1 \\ \dfrac{\ln(x)}{\ln(-y)}=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=-y & (1.1.) \\ x^2=-y & (1.2.). \end{array}\right.$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

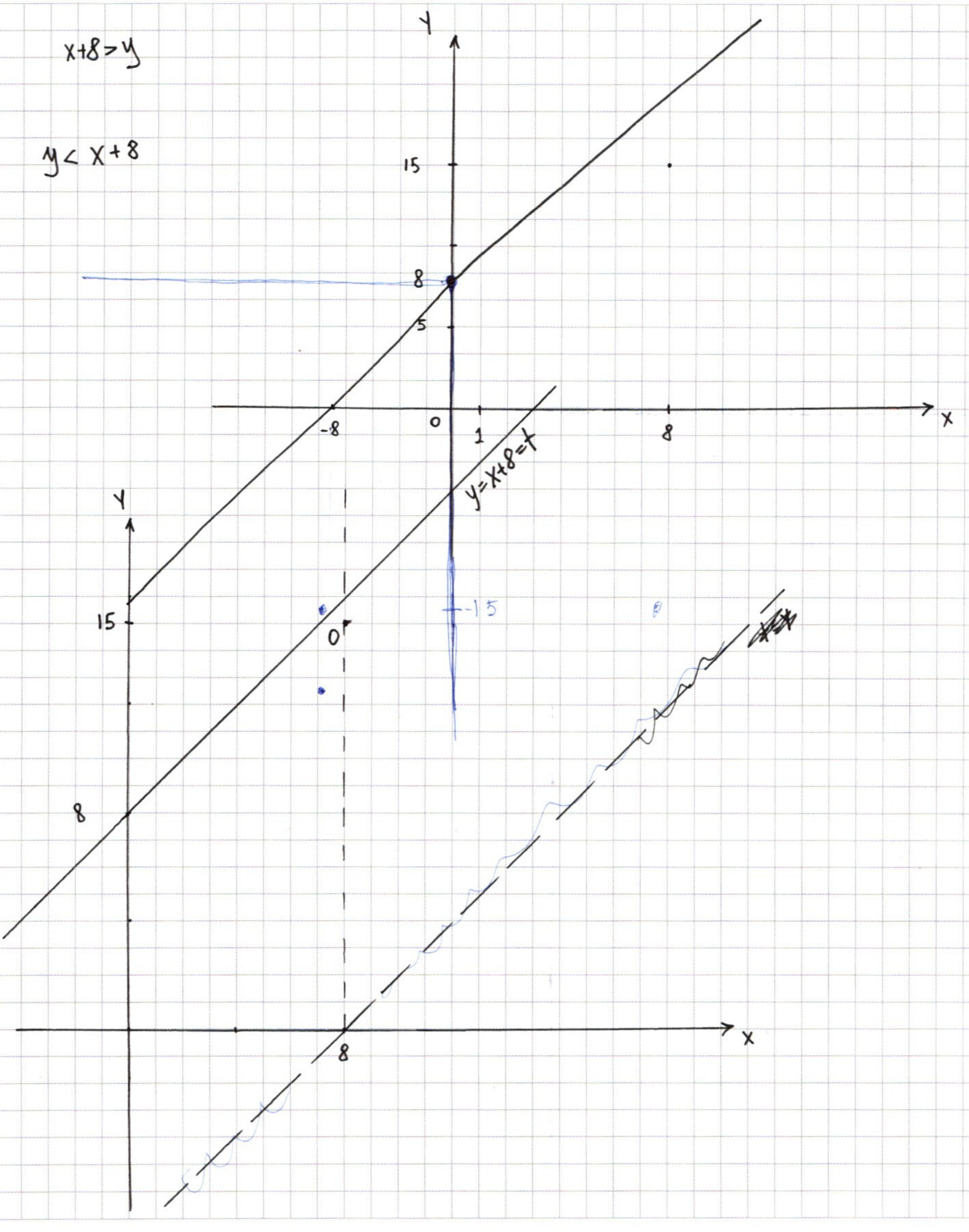
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

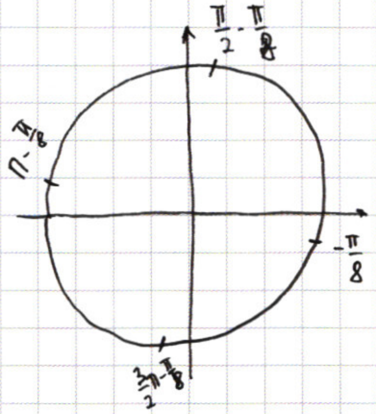
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x+8>y$

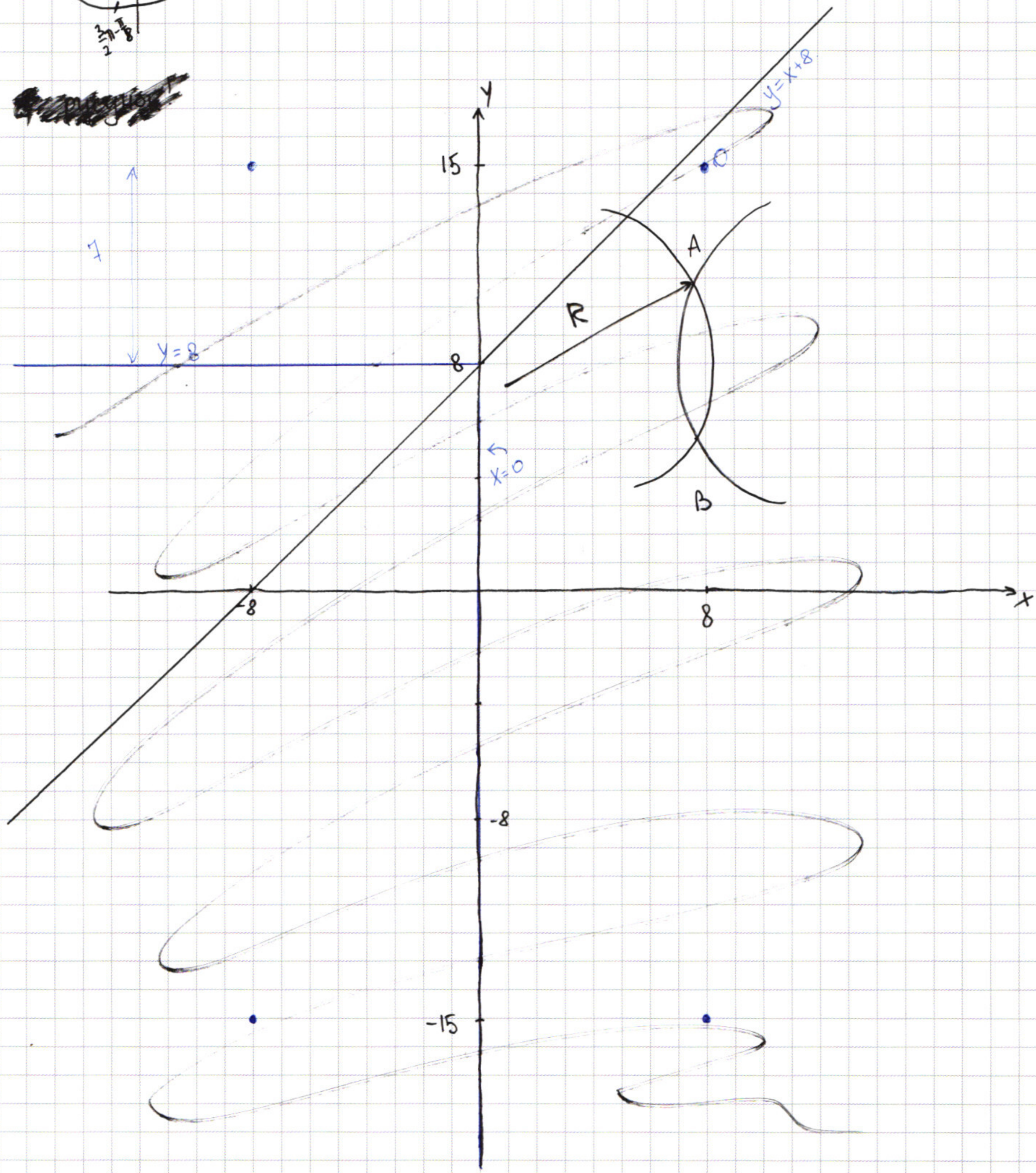
$y<x+8$





Ответ: $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z}; \\ x=\frac{3\pi}{28}+\frac{2}{7}\pi n,\ n\in\mathbb{Z}; \\ x=\frac{5\pi}{12}+\frac{2}{3}\pi n,\ n\in\mathbb{Z}. \end{array}\right.$

[redacted]



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\begin{cases}(1.1)\\(A)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-y\\y=x-4\end{cases} \leftrightarrow \begin{cases}y=-2 & <0\\x=2 & >0\end{cases}$

$\begin{cases}(1.2)\\(A)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2=-y\\y=x-4\end{cases} \leftrightarrow \quad 4-x=x^2 \quad x^2+x-4=0 \xrightarrow{x>0} \begin{cases}y=\frac{\sqrt{17}-9}{2} & <0\\x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2} & >0\end{cases}$

$\begin{cases}(1.1.)\\(Б)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-y\\3x=-y\end{cases} \leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=0\end{cases} \leftrightarrow \varnothing.$

$\begin{cases}(1.2)\\(Б)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2=-y\\3x=-y\end{cases} \quad \begin{cases}x=3 & >0\\y=-9 & <0\end{cases}$

Ответ: $(2;-2)$; $\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$; $(3;-9)$.

5. $\begin{cases}|x+y+8|+|x-y+8|=16 & (1)\\(|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a & (2)\end{cases}$

(2) $\quad x \leftrightarrow -x$, $\quad y \leftrightarrow -y$ инвариантность $\rightarrow$ график (2) будет симметричен отн осей x и y!

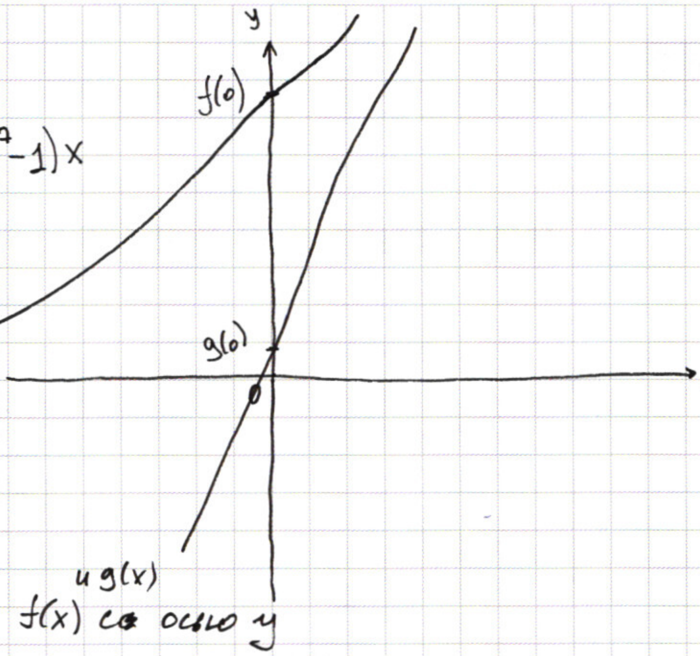
(2) – окружность с радиусом $\sqrt{a}$.

(1) Пусть $(x+8)=t$, тогда (1*) $|t+y|+|t-y|=16$.

для первой четверти: если $t>y$, то $t=8$ ($x+8>y$; $x=0$), т.е. $x+8>y$ $\quad x+8=0$

если $t\leq y$, то $y=8$. $\quad x+8\leq y$

7. $\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \le 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$



пусть

$f(x) = 3^x + 4\cdot 3^{28}$

$g(x) = 93 + 3(3^{27} - 1)x$

$g(x) = 93 + 3x(3^{27} - 1)$

Найдем пересечение $f(x)$ со осью y и $g(x)$

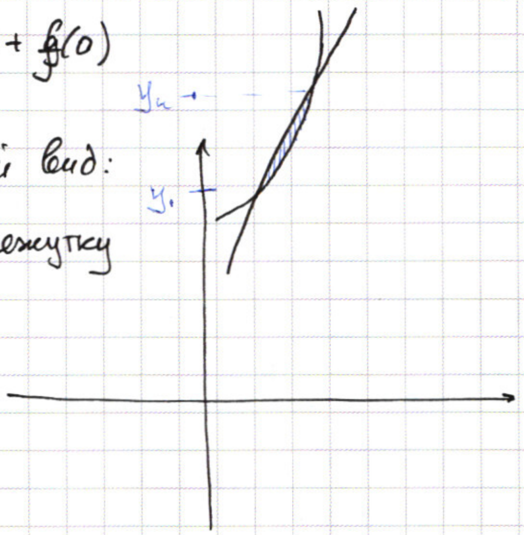
$f(0) = 1 + 12\cdot 3^{27} = 1 + 12\cdot 3^{27}$

$g(0) = 93$

заметим, что $g(4) = 93 - 12 + 12\cdot 3^{27} = 81 + 12\cdot 3^{27}$

$\hookrightarrow g(4) = 80 + f(0)$

в нек.м месте плоскости графики будет иметь такой вид:



Необходимо найти все y удовл промежутку от y_1 до y_n

□ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Кол-во 8-зн.х чисел $P(x) = 64827 = 3^3 \cdot 7^4 = 3\cdot3\cdot3\cdot7\cdot7\cdot7\cdot7$

варианты

7
3
1

а) в числе: 7(x4); 3(x1); 9(x1); 1(x2) $A = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4!\ \ 2!} = 8\cdot7\cdot3\cdot5$

б) в числе: 7(x4); 3(x3); 1(x1) $B = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{4!\cdot3!} = 8\cdot7\cdot5$

$\Rightarrow \Sigma N = 8\cdot7\cdot5\cdot4 = 20\cdot56 = 1120.$

Ответ: 1120.

2. $\cos7x + \cos3x + \sin7x - \sin3x + \sqrt{2}\cos4x = 0$

$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right) + \cos4x = 0$

$\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(3x+\frac{3}{4}\pi\right) + \cos4x = 0$

$2\sin\left(5x+\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) + \cos4x = 0.$

$2\cos5x\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right) + \cos4x = 0$

$x>0$
$y<0$

$$\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$\ln(xy^2) = \ln x + \ln y^2$

$\ln x + 2\ln(-y)$

$$\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\cancel{\,}(\ln x y^2)}$$

$$(-y)^{\ln(x^2) - \ln(-y)} = x^{\ln(x^2)} + y^{2\ln(x^2)}$$

$64827 : 21 = 3087$, -182, -168, 147
$3087 : 21 = 147$, 98, -84, 147
$147 : 21 = 7$

$$\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln x} \cdot x^{4\ln(-y)}$$

$$x^{(7\ln(-y) - 4\ln(-y))} = x^{2\ln x} \cdot (-y)^{\ln(-y)}$$

$21 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 7$.

$$\left(x^{3\ln(-y)}\right) = \left(x^{2\ln(x)} \cdot (-y)^{\ln(-y)}\right)$$

$\cancel{\ln(-y)}$ $\log_x$ $\log_x$

$$3\ln(-y) = 2\ln(x) + \log_x(-y) \cdot \ln(-y)$$

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$ ← квадратный трёхчлен-?

$(a+b+c)^2 =$
$\cancel{(a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 =}$

$\cancel{y+x}$ $\cancel{(y-3x)(y+3x)}$ $\cancel{y(y+2x) - 3x^2 + 4(3x+y)}$ $= \cancel{a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 = 0}$

$\cancel{a^2 = y^2}$
$\cancel{-3x^2 = b^2}$
$\cancel{2ab}$

$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$

$(y+x)^2 - 4x^2 + 8x + 4x + 4y = 0$

$(y+x)^2 - 4x^2 + 8x + 4(x+y) = 0$

$(y+x)^2 + 4(x+y)^2 + 4 - 4x^2 + 8x - 4 = 0$

$(y+x+2)^2 - 4(x^2 - 2x + 1) = 0$

$(y+x+2)^2 - 4(x-1)^2 = 0$.

$y + x + 2 + 2(x-1) = 0$

$y + 3x = 0$

а) $y = -3x$

$y + x + 2 - 2(x-1) = 0$

$y - x + 4 = 0$

б) $y = x - 4 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$

а) $\sqrt{2}\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos 4x = 0$

$2\cos 5x \sin 4x + \cos 4x = 0$

$\sqrt{1 + 4\cos^2 5x}\ \sin(4x + \varphi) = 0$

$\cos\varphi = 2\cos 5x$

$\cancel{\cos^2 5x}$ $\sin\varphi = 1 \rightarrow$

$\sin(4x + \varphi) = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

$64827 = 3 \cdot 21609 = 9 \cdot 7203 =$

$3^3 \cdot 2401 = 3^3 \cdot 7 \cdot 343 = 3^3 \cdot 7^2 \cdot 49 = 3^3 \cdot 7^4.$

I
$$\left[\begin{aligned}
&\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha \\
&\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha \\
&\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \\
&\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta
\end{aligned}\right.$$

$\downarrow$

II
$$\left[\begin{aligned}
&\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\underbrace{\alpha+\beta}_{x}) + \sin(\underbrace{\alpha-\beta}_{y})\right] \\
&\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right] \\
&\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right].
\end{aligned}\right.$$

$\downarrow$

б) $2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0.$

$2\cos 5x \cdot \sqrt{2}\ \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

III
$$\left[\begin{aligned}
&\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2} \\
&\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}. \\
&\cos x - \cos y = 2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{y-x}{2}. \\
&\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}
\end{aligned}\right.$$

$2\cos 5x \cos 2x + \cos 4x = 0.$

$\cos 7x + \cos 3x + \cos 4x = 0.$

$\cos 7x + 2\cos\frac{7x}{2}\cos -\frac{x}{2} = 0$

если $\sin 2x \neq 0$

$\frac{\cos 5x}{\sin 2x}\cos 4x + \cos 4x = 0$

$\frac{(\cos 5x + \sin 2x)\cos 4x}{\sin 2x} = 0$

$\cos 4x = \cos(7x - 3x)$

$\cos 7x \cos 3x - \sin 3x \cdot \sin 7x.$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x$

$= \cancel{2\sin}$ $2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x)$

$2\sqrt{2}\cos 5x\left(\sin 2x + \frac{\pi}{4}\right)$

$2\cos 5x\left(\sin 2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x$

$\frac{\left[\cos 5x + \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)\right]\cos 4x}{\sin 2x} = 0.$

$\sin 2x \neq 0!$

$2\cos\left(\frac{7x}{2} - \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\cos 4x = 0$

$\sin\left(7x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(-3x + \frac{\pi}{4}\right) +$

3. $\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \end{cases}$

ОДЗ:

$-\frac{x^7}{y}>0$

$-y>0$

$xy^2>0$

$x^2>0$

$y\neq 0$

$y<0$

$x>0$

$$\frac{x^{7(\ln(-y))}}{(-y)^{\ln(-y)}} = (x^2)^{\ln x+\ln y^2}$$

$-y^{\ln(-y)}\neq 0$

$y>3^x+4\cdot 3^{28}$

$y\leq 93+3(3^{27}-1)x$

Найти x, y

$$x^{7(\ln(-y))} = x^{2\ln x}\cdot x^{2\ln y^2}\cdot(-y)^{\ln(-y)}.$$

$$(-y^7)^{\ln x} = x^{2\ln x}\cdot x^{2\ln y}$$

$$\cos 7x+\sin 7x + \cos 3x-\sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x=0.$$

$$\sqrt{2}\sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\cos\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\cos 4x=0. \quad (*)$$

$$\sqrt{2}\cos 7x+\sqrt{2}\sin 3x+\sqrt{2}\cos 4x=0$$

$\sin\left(\frac{\pi}{4}-3x\right)$
$\|$
$\cos 3x$

$$2\cos\frac{11x}{2}\cos\frac{3x}{2}+2\sin\frac{3x}{2}\cos\frac{3x}{2}=0$$

$\cos\frac{3x}{2}=0$ $\qquad$ $\cos\frac{11x}{2}+\sin\frac{3x}{2}=0$

$$(*)\leftrightarrow \sin\left(7x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(3x+\frac{3\pi}{4}\right)+\cos 4x=0.$$

$\cos\frac{11x}{2}+\cos\left(\frac{3x}{2}\cancel{-\frac{\pi}{4}}\right)\cancel{=0}$

$$2\sin\left(5x+\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos(4x)=0.$$

$\|$

$$\sin\left(4x+\frac{\pi}{2}\right)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\cdot 0.$$

☑ черновик ☐ чистовик $\qquad$ Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) $\qquad$ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{x^{7^{\ln(-y)}}}{(-y)^{\ln(-y)}} = (x^2)^{\ln x + 2\ln(-y)}$$

$$x^{7^{\ln(-y)}} = -y^{\ln(-y)} \cdot (x^2)^{\ln x} \cdot x^{4\ln(-y)}$$

$$\ln x^{3\ln(-y)} = \ln(-y)^{\ln(-y)} \cdot (x^2)^{\ln x}.$$

$$3\ln(-y)\ln x = \ln^2(-y)\ 2\ln(x)\ \ln(x)$$

$\hookrightarrow \ln(x)=0 \Leftrightarrow x=1$

$\hookrightarrow \ln(-y)=0 \Leftrightarrow -y=1$

$$3 = 2\ln(-y)\ln x.$$

$$1{,}5 = \ln(-y)\ln x.$$

если $y=-3x \leftrightarrow -y=3x$, то

$$1{,}5 = \ln(3x)\underbrace{\ln x}_{t}$$

$$1{,}5 = \ln 3\, t + t^2$$

$$t^2 + \ln 3\, t - \frac{3}{2} = 0.$$

если $y = x-4$, то

$$\frac{3}{2} = \ln(4-x)\ln x.$$

?????

$$D = \ln^2 3 + 6$$

$\frac{3}{2} =$ ~~...~~

$$\rightarrow t = \frac{-\ln 3 \pm \sqrt{\ln^2 3 + 6}}{2} = \ln x.$$

$$\ln x^2 + \ln 3 = \pm\sqrt{\ln^2 3 + 6}.$$

$D = \cancel{1+}$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2}$$

$$x = \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(1 + 17 - 2\sqrt{17}\right)$$

$$\frac{18-2\sqrt{17}}{4} = 8$$

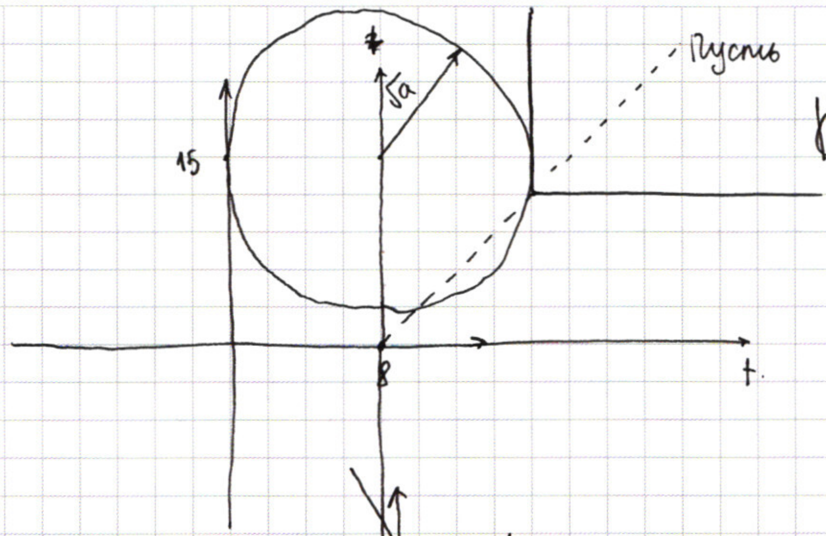
$$\frac{9-\sqrt{17}}{2}$$

$$4{,}5 - \frac{\sqrt{17}}{2}$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

5.



Пусть $x+8=t$.

$|t+y| + |t-y| = 16$.

если $t>y$

$t>-y$

$t+y+t-y=16$

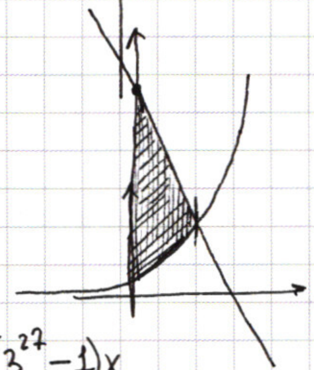
$t=8$.

если $t<y$, то

$t+y+y-t=16$

$y=8$.

и т.д.



$y > 3^x + 4\cdot 3^{28}$

$y \le 93 + 3(3^{27}-1)x$

$93 + 3^{28} - 3x$

$31\cdot 3.$

$3^x + 4\cdot 3^{28} < 93 + 3(3^{27}-1)x.$

$3^x + 4\cdot 3^{28} < 31\cdot 3 + 3^{28} - 3x$

$3^x + 2\cdot 3^{28} < 31\cdot 3 - 3x.$

$3^x + 2\cdot 3^{28} < 31\cdot 3 - 3x.$

$3^x + 3x + 2\cdot 3^{28} - 31\cdot 3 < 0.$

$3^x + 3x + 2\cdot 3^{28} - 31\cdot 3 < 0.$

$x<0$
$y<0$

$t = x+8$

y

если $t>0$, $y>0$ то

если $t<0$, $y>0$

$|t+y| + |t-y| = 16.$

$|t+y| + y - t = 16$

$t=-8.$

* $t > -y$ $y > -t.$

* $t + 2y - t = 16$ $y=8$

$t<-y$ $y<-t$

$t=-8.$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)