

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $64827 : 3$, т.к. $6+4+8+2+7 : 3$

$64827 : 3 = 21609 : 3$, т.к. $2+1+6+0+9 : 3$

$21609 : 3 = 7203 : 3$, т.к. $7+2+0+3 : 3$

$7203 : 3 = 2401 \not\div 2 \not\div 3 \not\div 5 \rightarrow$

$\rightarrow 2401 : 7$

$2401 : 7 = 343 : 7$

$343 : 7 = 49 = 7^2$

$64827 = 3 \cdot 7^4$ - 7 цифр $\rightarrow$ ~~еще есть цифра 1~~

Возможны следующие варианты:

1) $77773331 \rightarrow \frac{8!}{4! \cdot 3! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{8} = 280$

2) $77779311 \rightarrow \frac{8!}{4! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 280 \cdot 3$

Больше вариантов нет, т.к. $7 \cdot 3 > 9$
 $7 \cdot 7 > 9$ $\rightarrow$

$\rightarrow$ кол-во 8-ми значных чисел:

$280 + 280 \cdot 3 = 280 \cdot 4 = 1120$

Ответ: 1120.

2) $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$

$2 \cdot \cos \frac{7x+3x}{2} \cdot \cos \frac{7x-3x}{2} + 2 \cdot \sin \frac{7x-3x}{2} \cdot \cos \frac{7x+3x}{2} + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$

$$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$2\cos 5x \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin 2x \right) + \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x \cdot \cos(2x - \varphi) + \cos 4x = 0, \text{ где } \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4}$$

$$2\cos 5x \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$2\cos 5x \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2 \cdot \left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$$

$$2\cos 5x \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \left(\cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 0$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \quad \text{или} \quad \cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$2x + \frac{\pi}{4} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \cancel{\cos \frac{5x + 2x + \frac{\pi}{4}}{2} \cdot \cos \frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0}$$

$$\cos\left(\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\left(\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \quad \text{или} \quad \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8} = \pi n + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \quad \left| \frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi n + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$\frac{7}{2}x = \pi n + \frac{3\pi}{8}, n \in \mathbb{Z} \quad \left| \frac{3}{2}x = \pi n + \frac{5\pi}{8}, n \in \mathbb{Z} \right.$$

$$x = \frac{3}{28}\pi + \frac{2\pi n}{7}, n \in \mathbb{Z} \quad \left| x = \frac{5}{12}\pi + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \right.$$

Ответ:

$$x = \begin{cases} -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n_1}{2}, n_1 \in \mathbb{Z} \\ \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n_2}{7}, n_2 \in \mathbb{Z} \\ \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi n_3}{3}, n_3 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

~~$$\left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} =$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6

а) $\square BF \cap AC = Q$
 $\angle ADBQ$:
 $\angle QAD = 90^\circ$
 $\angle QBD = 90^\circ$
 $A, B, D \in \text{окр } w_2$

$\Rightarrow ADBQ$ - вписанный в
окр w_2 , т.к. $\angle QAD + \angle QBD = 180^\circ$

$w_1 = w_2 \Rightarrow \angle ACB = \angle ADB$ в обеих
окружностях равны:

$\angle w_1: \angle ACB = \frac{\angle AOB}{2}$
 $\angle w_2: \angle ADB = \frac{\angle AOB}{2}$

$\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$

$\triangle FBD: FB = BD \Rightarrow \triangle FBD$ - равнобедр + прямая.

$\Rightarrow \angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$

$\angle BFD = \angle ACB = 45^\circ$ - опирается на отрезок $QD \Rightarrow$

$\Rightarrow QCFD$ - вписанный $\Rightarrow \angle QDC = \angle QFC = \frac{\angle QC}{2}$

$BD = BF$

$\Rightarrow \triangle QBD = \triangle CBF$ (катет + угол) $\Rightarrow CF = QD$

$\angle QBD$ - прямой и опирается на $QD \Rightarrow QD$ -
диаметр $\Rightarrow CF = 2R = 34$.

8) $\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ \Rightarrow \triangle ACD - \text{равнобедр.} \Rightarrow$
 $\Rightarrow AC = AD$

$$\triangle CBF: BF^2 = CF^2 - CB^2$$

$$BF = \sqrt{CF^2 - CB^2}$$

$$BF = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{50 \cdot 18} = 30$$

$$BF = BD = 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CD = BD + BC = 30 + 16 = 46$$

$$\triangle ACD: AD^2 + AC^2 = CD^2$$

$$2AD^2 = CD^2$$

$$AD = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{46}{\sqrt{2}} = 23\sqrt{2} = AC$$

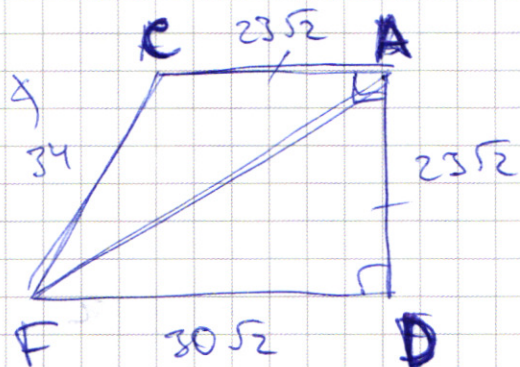
$$\triangle BDF: FD^2 = BD^2 + BF^2 =$$

$$FD = \sqrt{2} \cdot BD = 30\sqrt{2}$$

$$\angle ADC = 45^\circ$$

$$\angle CDF = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ADF = 90^\circ$$



$$S_{ACF} = S_{ACFD} - S_{ADF}$$

$\triangle ACFD - \text{трапеция}$

$$S_{ACFD} = \frac{23\sqrt{2} + 30\sqrt{2}}{2} \cdot 23\sqrt{2} =$$

$$S_{ACFD} = 53 \cdot 23$$

$$S_{ADF} = 23\sqrt{2} \cdot 30\sqrt{2} = 23 \cdot 30$$

$$S_{ACF} = 53 \cdot 23 - 30 \cdot 23 = 23^2 = 529$$

Ответ: $CF = 34$, $S_{ACF} = 529$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(3) \int \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)} \quad (1)$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (2)$$

$$(2) y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$y^2 + y \cdot 2(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$\frac{D}{4} = (x+2)^2 - 3x^2 - 12x = x^2 + 4x + 4 - 3x^2 - 12x =$$

$$= -2x^2 - 8x + 4 = -4(x^2 + 2x - 1) = -4(x+1)^2$$

$$y = \frac{-x-2 \pm 2(x+1)}{1}$$

$$x < -1 \Rightarrow y = -x-2 \pm 2(1-x) = \begin{cases} -3x \\ x-4 \end{cases}$$

$$x \geq -1 \Rightarrow y = -x-2 \pm 2(x+1) = \begin{cases} x-4 \\ -3x \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} -3x \\ x-4 \end{cases}$$

$$(1) \int \left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)}$$

$$0 < 3! \int -y > 0$$

$$x > 0$$

$$y < 0$$

$$x > 0$$

$$4 y = -3x!$$

$$\left(\frac{-x^2}{-3x} \right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln(3x^3)}$$

$$x \neq 0$$

$$\frac{x^{6 \ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = x^{2 \ln \left(\frac{3x}{3} \right)^3}$$

$$\frac{x^{6 \ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = \frac{x^{6 \ln 3x}}{x^{2 \ln 3}}$$

$$x^{6 \ln 3x} \left(\frac{1}{3^{\ln 3x}} - \frac{1}{x^{2 \ln 3}} \right) = 0$$

$$x^{6 \ln 3x} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{1}{3^{\ln 3x}} - \frac{1}{x^{2 \ln 3}} = 0$$

$$x \neq 0$$

∅

$$\frac{1}{3^{\ln 3x}} = \frac{1}{x^{2 \ln 3}}$$

$$x = 3 - \text{решение} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -12.$$

$$x \neq y = x - 4$$

$$\left(\frac{-x^2}{x-4} \right)^{\ln(x-x)} = x^{2 \ln(x(x-4)^2)}$$

$$\left(\frac{x^2}{4-x} \right)^{\ln(x-x)} = x^{2 \ln(x(x-4)^2)}$$

$$x=2 - \text{решение} \left(\text{т.к.} \left(\frac{2^2}{2} \right)^{\ln 2} = 2^{2 \ln 2^3} \right) \Rightarrow$$

$$2^{6 \ln 2} = 2^{6 \ln 2}$$

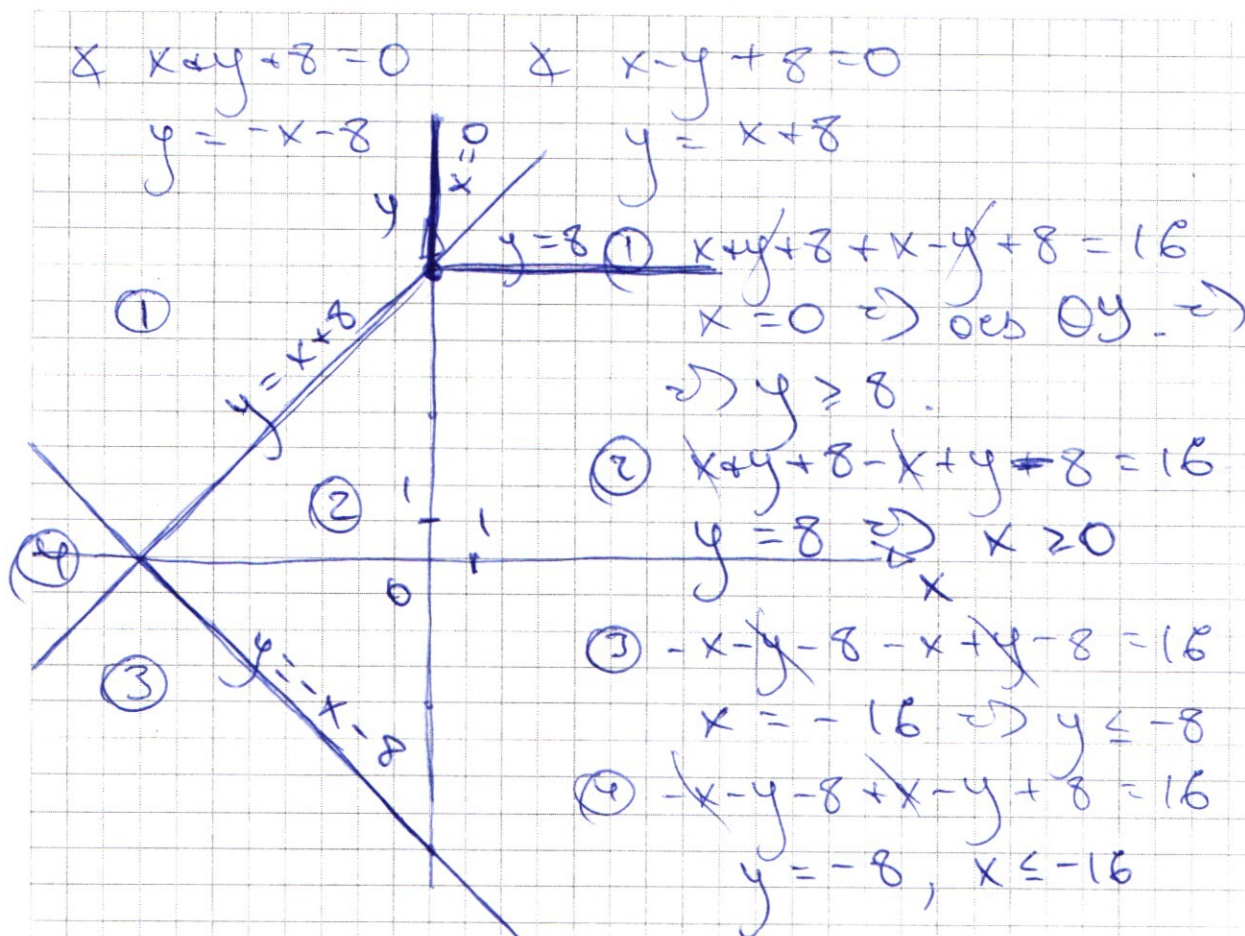
$$\Rightarrow y = -2.$$

$$\text{Ответ: } (3; -12); (2; -2)$$

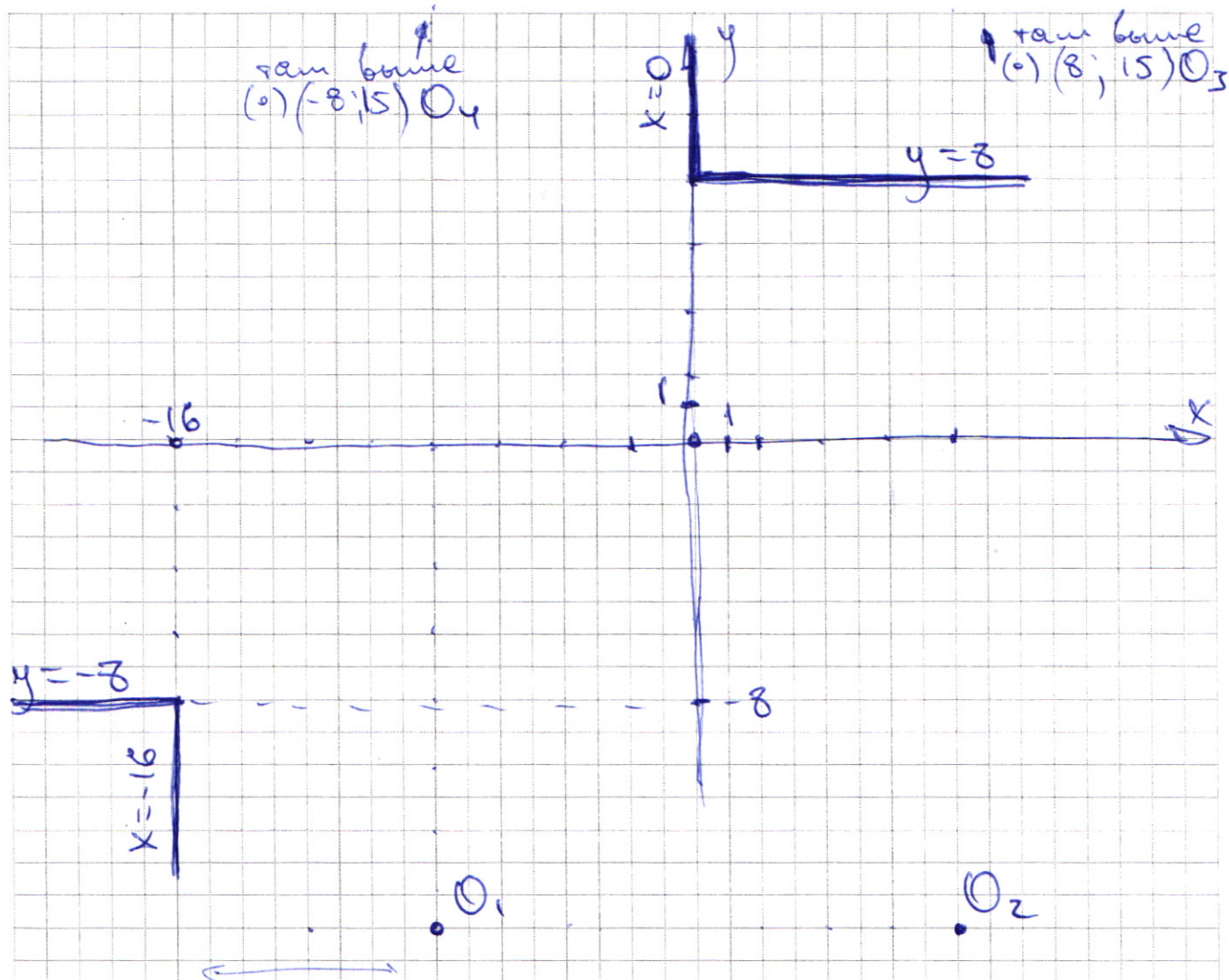
$$15) \begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) |x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

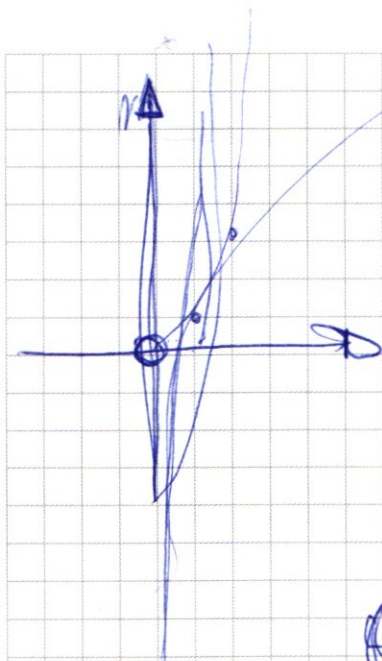


$(2) (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$ — четыре окружности
 в точках $(8; 15)$ $(8; -15)$ $(-8; 15)$ $(-8; -15)$ с
 радиусом $\sqrt{a}$ $\Rightarrow$ нарисуем график (1)
 и посмотрим, когда (2) имеет
 ровно 2 решения



Из графика следует, что радиус
 окр. должен быть $(7; 8)$, т.к. $\in 7$ —
 одно реш. ≥ 8 больше одного реш.,
 а при $7a \in (7; 8)$ окр с центром
 O_2 будет пересекать прямую $y=8$ и
 не пересекать $x=0$ ~~и~~ остальные
 окружности тоже не будут пере-
 секать ~~ни одну прямую~~. $7a \in (7; 8) \Rightarrow a \in (49; 64)$
 Ответ: $a \in (49; 64)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\ln 3} = 1^{\ln(3)}$$

$$x = 3$$

$$\left(\frac{2}{2}\right)^{\ln 2} = 2^{\ln(2 \cdot 2^2)}$$

$$2^{6 \ln 2} = 2^{6 \ln 2}$$

$$(0; 4)$$

$$x^2$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$x+y$$

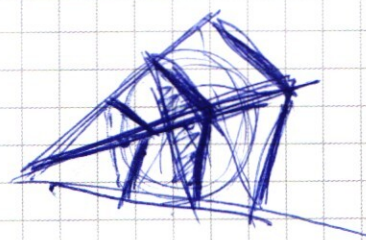
$$y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \cdot 3^{28}$$

$$y \leq 93 + 3(3^{27} - 1) \cdot 3^7$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + (3^{28} - 3) \cdot 3^7$$

$$4 \cdot 3^{28} = 3^{28} \cdot x + 3x < 93 - 3^x$$

$$3^{28}(4-x) + 3x < 93 - 3^x$$



$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x$$

$$2\cos 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 2(\frac{\pi}{4} + 2x) = 0$$

$$2\cos 5x \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + (1 - 2\sin^2(2x + \frac{\pi}{4})) = 0$$

$$2\sin(2x + \frac{\pi}{4}) (\cos 5x + \sin 2x + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0$$

$$\cos 5x - \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos 2x \cdot \cos 5x + 2\sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

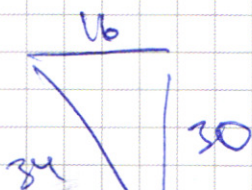
$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) +$$

$$2\cos 5x \cdot \cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \sin 2(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$2\cos 5x \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + 2\sin(2x + \frac{\pi}{4}) \cdot \cos(2x + \frac{\pi}{4})$$

$$3x^2 - 16^2 = (36 - 16) \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\cdot \frac{(34 + 16)}{50} = 100 - 9 = 30$$



$$\left(\frac{x}{3}\right)^{\ln(3x)} = x^{2\ln(3x)}$$

$$x^{6\ln(3x)}$$

$$\frac{x^{6\ln(3x)}}{3^{\ln(3x)}} = \frac{x^{6\ln(3x)}}{x^{2\ln 3}}$$

$$x^{6\ln(3x)} \left(\frac{1}{3^{\ln(3x)}} - \frac{1}{x^{2\ln 3}} \right)$$

$$3^{\ln 3x} = x^{2\ln 3}$$

$$\ln 3x = 2\ln 3$$

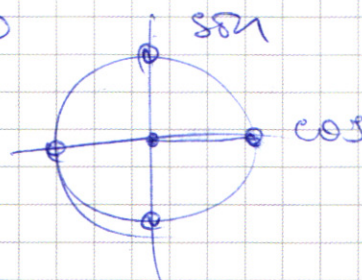
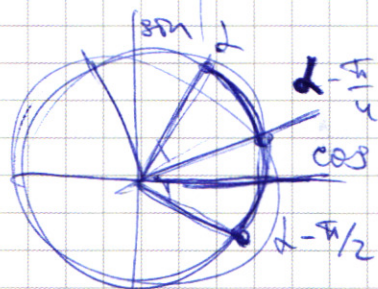
$$3^{\ln x} \cdot 3^{\ln 3} = x^{\ln 3} \cdot x^{\ln 3}$$

$$(x=3)$$

$$3^{\log_3 2\ln 3}$$

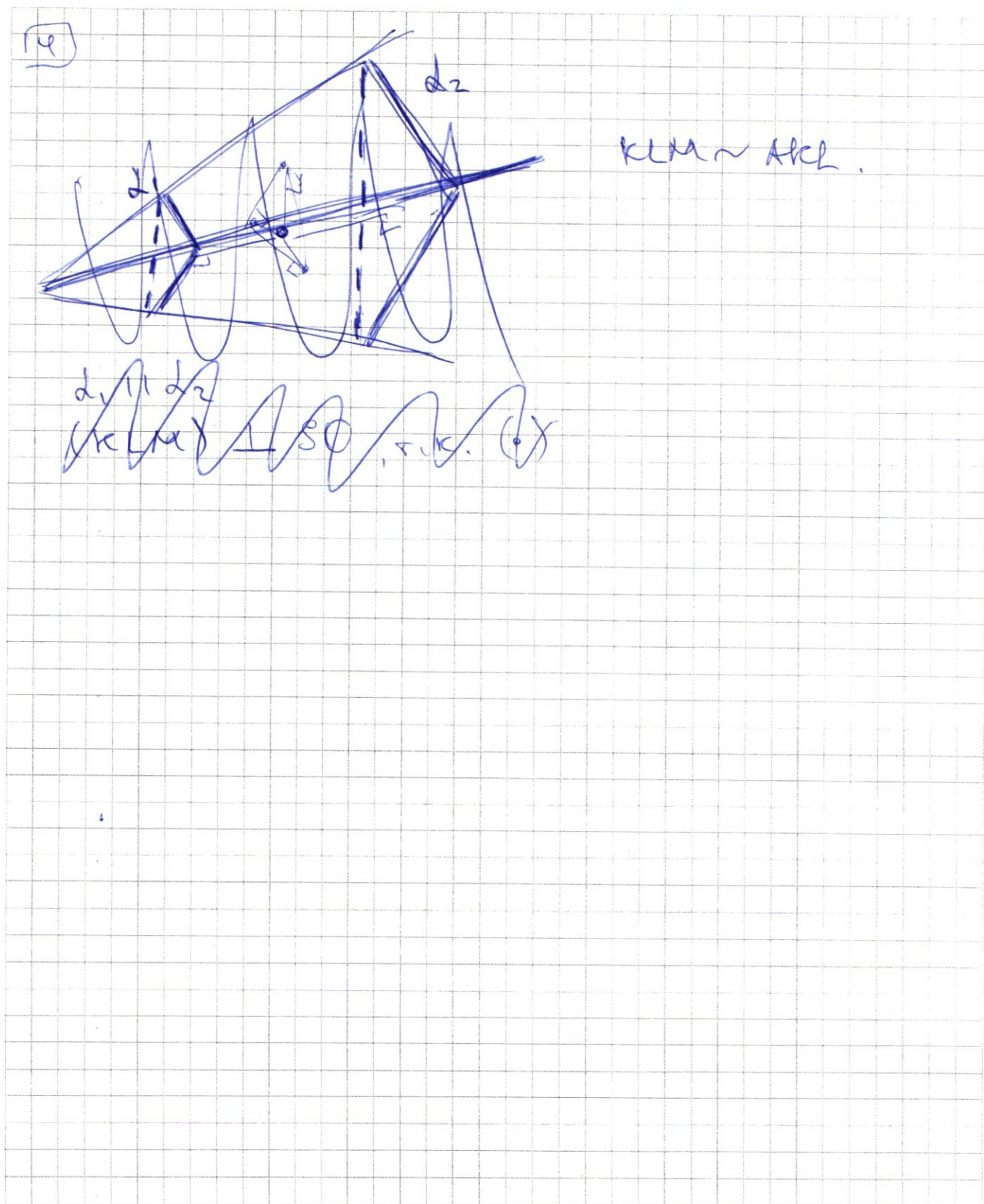
$$\frac{3^{\ln 3x}}{3^{\ln 3}} \cdot \frac{1}{3x \cdot 3} = 2\ln 3 \cdot x^{2\ln 3 - 1}$$

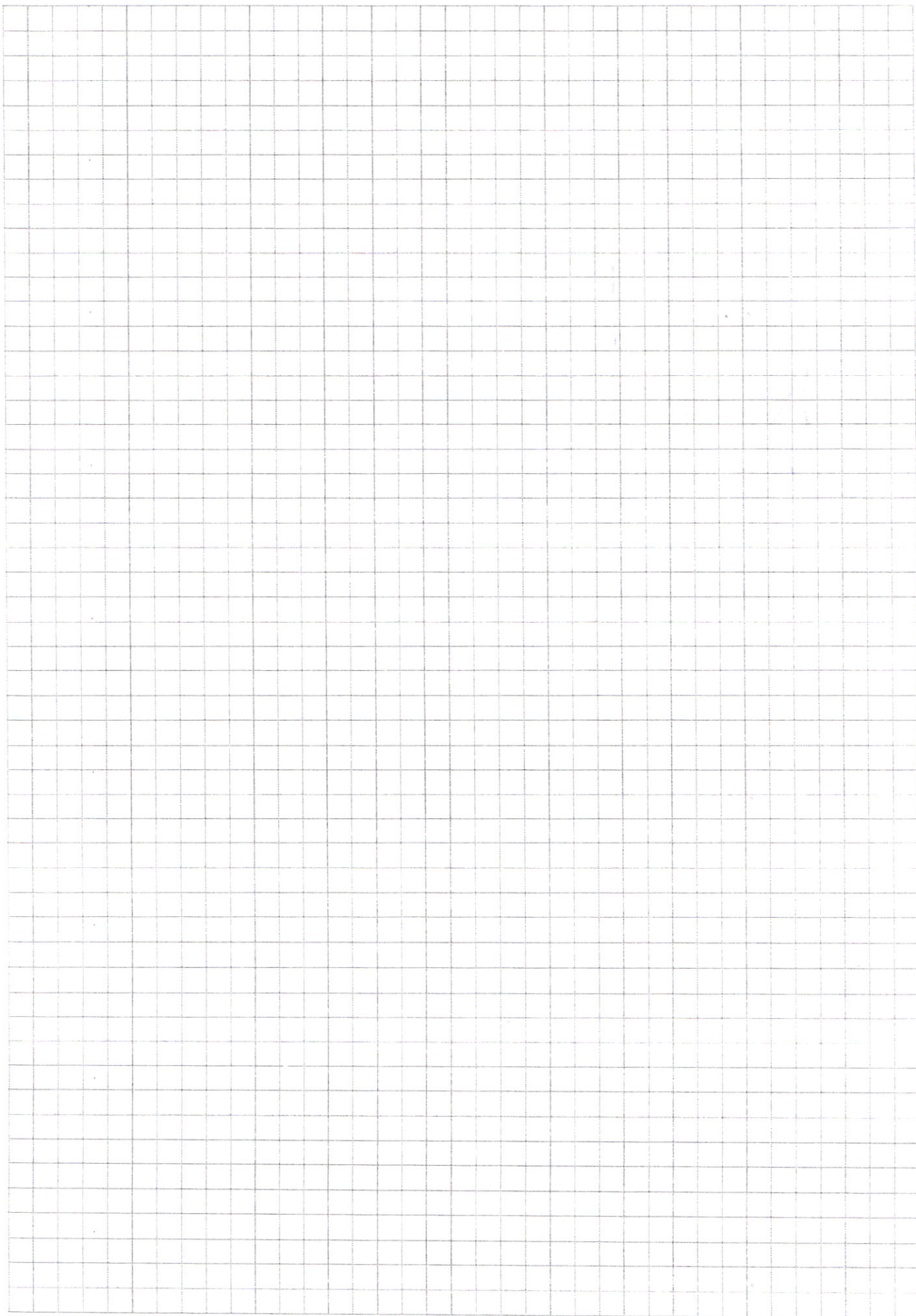
$$\frac{\ln 3}{3^{2\ln 3}} \cdot 3 = 2\ln 3 \cdot \frac{3^{2\ln 3}}{3}$$



$$\begin{array}{r} \times 23 \\ \times 23 \\ \hline 89 \\ + 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2\cos 5x \cdot \cos \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$\cos \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \pm \frac{\cos \left(4x - \frac{\pi}{2}\right) + 1}{2} = \pm \frac{-\sin 4x + 1}{2}$$



$$\cos 7x + \cos 3x = 2\cos 5x \cdot \cos 2x$$

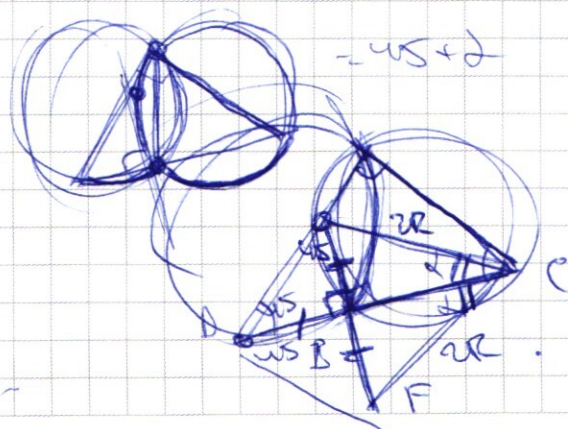
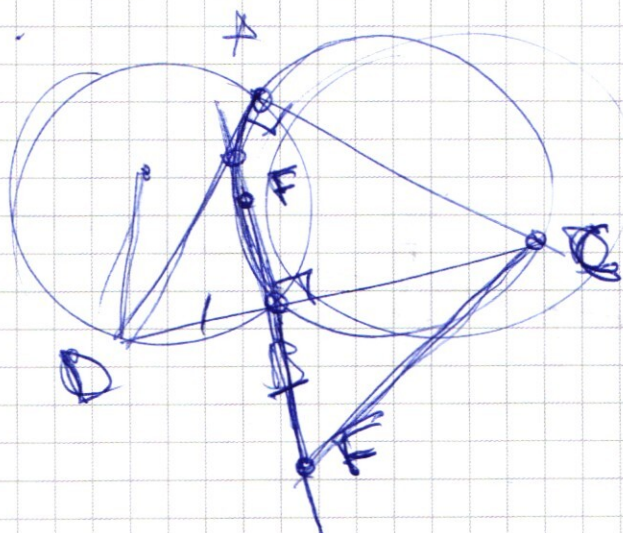
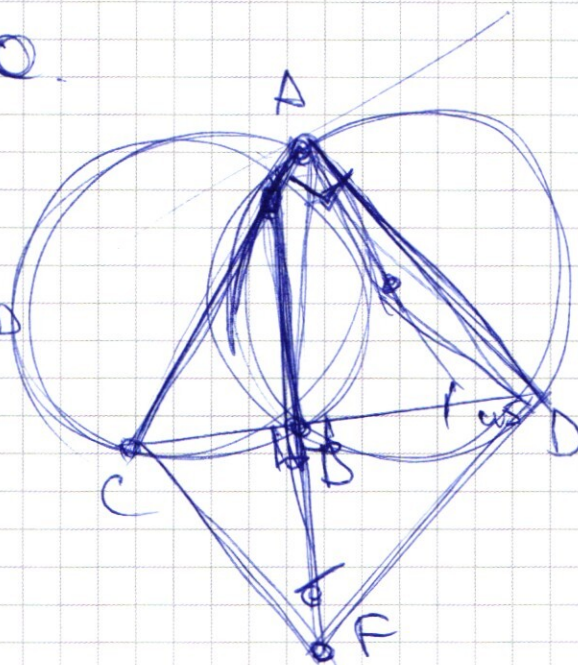
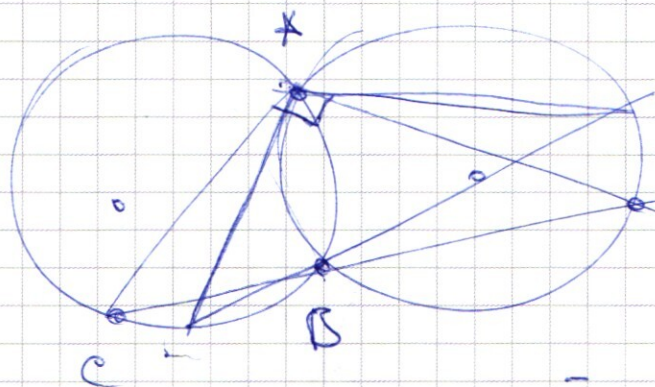
$$\sqrt{2} \cdot (2\cos^2 2x - 1)$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2\cos 5x \cdot \cos 2x + 2\sin 2x \cdot \cos 5x + 2\sqrt{2} \cdot \cos^2 2x - \sqrt{2} = 0$$

$$2\cos 5x (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$2\cos 5x \cdot \cos \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$



$$180 - 45 - 80 + 2 =$$

$$-45 + 2$$

$$\left(\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$y = \begin{cases} -3x \\ x-4 \end{cases}$$

$$\left(\frac{x^2}{3x}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln(3x^3)}$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^{6 \ln(3x)} = x^{2 \ln(3x^3)}$$

$$\frac{(3x)^{6 \ln(3x)}}{3^{7 \ln(3x)}} = \frac{(3x)^{2 \ln(3x^3)}}{3^{2 \ln(3x^3)}}$$

$$\ln 3x^3 = \ln \frac{(3x)^3}{3} = \ln(3x^3) - \ln 3 = 3 \ln 3x - \ln 3$$

$$\frac{(3x)^{6 \ln(3x)}}{3^{7 \ln 3x}} = \frac{(3x)^{6 \ln(3x)} \cdot 3^{2 \ln 3}}{(3x)^{2 \ln 3} \cdot 3^{6 \ln 3x}} = \frac{(3x)^{6 \ln(3x)}}{x^{2 \ln 3} \cdot 3^{6 \ln 3x}}$$

$$(3x)^{6 \ln(3x)} \left(\frac{1}{3^{7 \ln 3x}} - \frac{1}{x^{2 \ln 3} \cdot 3^{6 \ln 3x}} \right) = 0$$

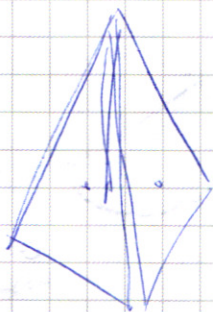
$$3^{7 \ln 3x} = x^{2 \ln 3} \cdot 3^{6 \ln 3x}$$

$$3^{\ln 3x} = x^{2 \ln 3}$$

$$x = 1 - \text{rem} \Rightarrow a^x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\frac{\ln 3x}{3} \cdot \frac{1}{3x} \cdot 3' = \frac{1}{3 \ln 3} \cdot x^{2 \ln 3 - 1}$$

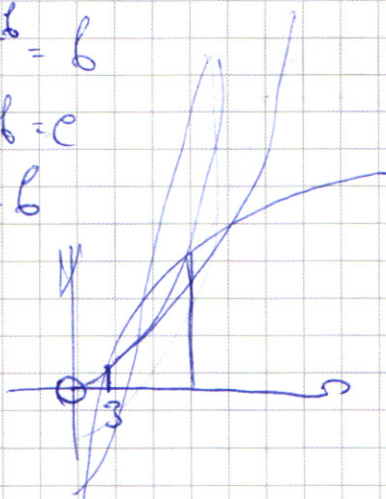
$$3^{\ln 3x} = x^{2 \ln 3 - 2} = 1$$



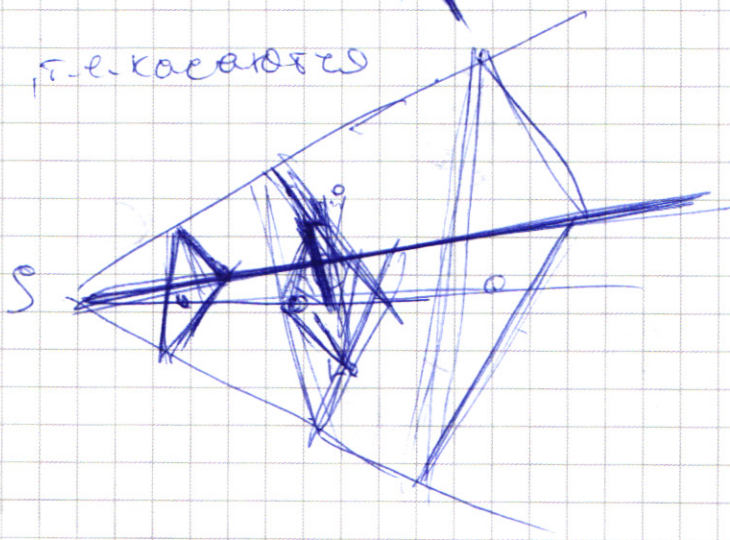
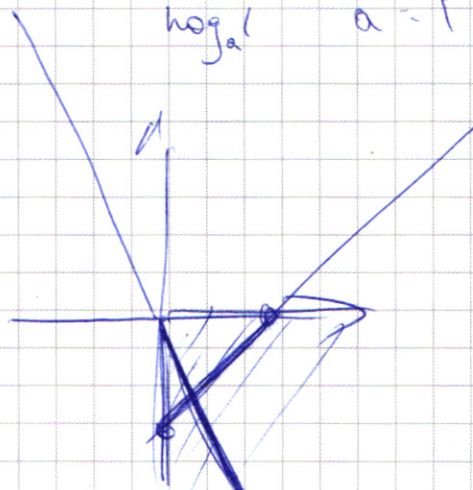
$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a b = c$$

$$a^c = b$$



$$\log_a 1 \quad a^0 = 1$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

[illegible]

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 5x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \quad \frac{3!}{2!}$$

$$2 \cos 5x \left(\frac{\cos 2x + \sin 2x}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos 4x = 0$$

1 2 2
2 1 2
2 2 1

$$\cos 7x + \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \cos 4x = 0 \quad | : \sqrt{2}$$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(5x) \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 6x = 0$$

$$2(2\cos^2(x) - 1)(\cos(2x - \frac{\pi}{4})) + \cos 4x$$

$$\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2} \rightarrow \frac{5!}{5! \cdot 2! \cdot 2!}$$

1 1 2 2 3 3

$$\begin{array}{r} 280 \\ \times 4 \\ \hline 1120 \end{array}$$

22211
~~11222~~
~~12122~~
~~12212~~
~~12221~~
11222
12122
21122
12212
21212
22112
12221

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(x+y)^2 - 4x(x+3) + 4y = 0$$

$$\left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$y^2 + 2y(x+2) - 3x^2 + 12x = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = (x+2)^2 + 3x^2 - 12x = 4x^2 - 8x + 4 = 4(x-1)^2$$

$$y = -(x+2) \pm 2|x-1|$$

$$x < 1 \Rightarrow y = -x-2 \pm 2(1-x) = \begin{cases} -3x \\ x-4 \end{cases}$$

$$x \geq 1 \Rightarrow y = -x-2 \pm 2(x-1) = \begin{cases} x-4 \\ -3x \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -3x \\ x-4 \end{cases}$$

$$\left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^2 \ln(xy^2)$$

$$\left(-\frac{x}{-3x}\right)^{\ln(3x)} = x^2 \ln 3x^3 = 2 \ln(3x)^3 \cdot x$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln 3x} = x^6 \ln(3x) \cdot x^2 \ln x$$

$$\frac{x^6 \ln(3x)}{x^2 \ln(3x^3)} = 3 \ln 3x = 3^6 \ln(3x)$$

$$2 \ln 3x^3 = 6$$

$$\ln 3x^3 = 3 \Rightarrow x = \frac{x}{y}$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 0 \end{cases}$$

$$y = -x-8$$

$$y = -x+8$$

