Согласие законного представителя (родителя) на обработку персональных данных несовершеннолетнего

Я, Горбунов Илья Владимирович

(ФИО родителя или законного представителя)

паспорт 4508 № 200193 выдан ОВД района Нагатинский затон

(серия, номер) (когда и кем выдан)

г. Москва, 15.09.2005г.

(в случае опекунства указать реквизиты документа, на основании которого осуществляется опека или попечительство)

зарегистрированный по адресу: г. Москва, Нагатинская набережная, д. 40/1, кв. 152

даю свое согласие Образовательному Фонду «Талант и успех», зарегистрированному по адресу: Российская Федерация, 354349, Краснодарский край, г. Сочи, Олимпийский проспект, д. 40, являющемуся оператором по формированию и ведению государственного информационного ресурса о детях, проявивших выдающиеся способности (далее – оператор), на обработку следующих персональных данных:

- фамилия, имя, отчество (при наличии) ребенка;
- дата рождения ребенка;
- реквизиты документа, удостоверяющего личность ребенка;
- наименование организаций, осуществляющих образовательную деятельность, в которых обучается ребенок;
- класс / курс;
- наименования образовательных программ, по которым обучается ребенок;
- сведения об обучении по индивидуальному учебному плану в организации, осуществляющей образовательную деятельность;
- сведения об индивидуальных достижениях ребенка по итогам участия в олимпиадах и иных интеллектуальных и (или) творческих конкурсах, мероприятиях, направленных на развитие интеллектуальных и творческих способностей, способностей к занятиям физической культурой и спортом, интереса к научной (научно-исследовательской), творческой, физкультурноспортивной деятельности, а также на пропаганду научных знаний, творческих и спортивных достижений, подтвержденных соответствующими документами, выданными организаторами указанных мероприятий;
- страховой номер индивидуального лицевого счета страхового свидетельства обязательного пенсионного страхования ребенка;
- контактные данные ребенка (телефон, адрес электронной почты);
- мои контактные данные (телефон, адрес электронной почты).

Я даю свое согласие на использование персональных данных несовершеннолетнего исключительно в целях размещения их в государственном информационном ресурсе о детях, проявивших выдающиеся способности, сопровождения и мониторинга его дальнейшего развития.

Настоящее согласие предоставляется мной на осуществление действий, включающих: сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение (обновление, изменение), использование, обезличивание, блокирование, уничтожение персональных данных, а также на передачу такой информации третьим лицам, в случаях, установленных законодательными и нормативными правовыми документами.

Персональные данные, предоставлены мной сознательно и добровольно, соответствуют действительности и корректны.

Подтверждаю, что мной дано согласие на рассылку рекламного, информационного характера от оператора и уполномоченных оператором лиц на указанный электронный адрес.

Я проинформирован(а), что оператор гарантирует обработку персональных данных в соответствии с действующим законодательством РФ.

Настоящее согласие действует бессрочно, но может быть отозвано в любой момент по соглашению сторон или в случае нарушения оператором требований законодательства о персональных данных.

(Подпись) Горбунов Илья Владимирович (Расшифровка подписи)

20.02.2020 г.

(Дата)

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР 20008850

Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

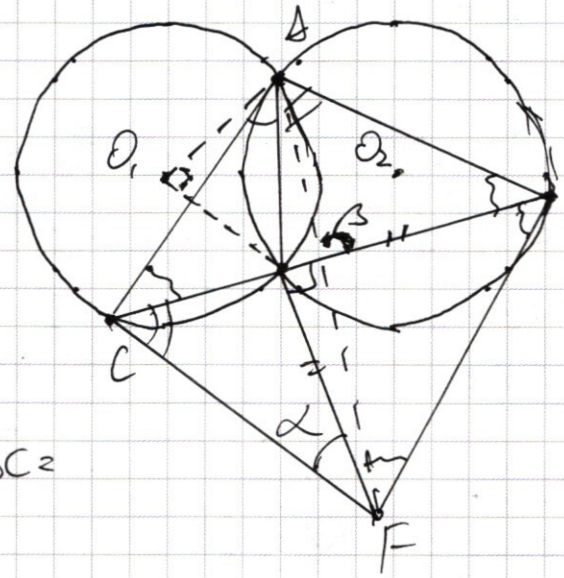
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №6:

Дано:

$(O_1; R) \cap (O_2; R) = A, B;$
$R = 17;$
$C \in (O_1; R);$
$D \in (O_2; R);$
$\angle CAD = 90^\circ;$
$B \in CD;$
$BF = BD;$
$BF \perp CD;$



а) Найти: CF - ?

б) Найти: S_{ACF}, если $BC = 16$

Решение:

1. Поскольку радиусы одинаковы, а углы $\angle ADC$ и $\angle ACD$ "опираются" на одну и ту же хорду $\Rightarrow \angle ADC = \angle ACD \Rightarrow \angle ADC = \angle ACD = 45^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle ADC$ - равнобедренный;

2. $\angle ACB$ - вписанный, а $\angle AO_1B$ - центральный (для дуги $\smile AB$) $\Rightarrow \angle AO_1B = 90^\circ \Rightarrow AB^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$ (по т. Пифагора для $\triangle AO_1B$) $\Rightarrow AB = R\sqrt{2}$

3. Пусть $\angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle BAD = 90^\circ - \alpha \Rightarrow$
По т. Синусов для $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$:
$\frac{CB}{\sin\alpha} = 2R$ и $\frac{BD}{\cos\alpha} = 2R \Rightarrow tg\alpha = \frac{BC}{BD} = \frac{BC}{BF}$; $\triangle BCF$ - прямоугольный; $tg\angle BFC = \frac{BC}{BF} = tg\alpha \Rightarrow \angle BFC = \alpha \Rightarrow$ Этот треугольник можно вписать в ту же окружность

с радиусом $R=17$, но т.к. этот треугольник — прямоугольный, то центр описанной окружности будет лежать на середине гипотенузы $\Rightarrow CF = 2R = 34$ (Ответ на пункт (а)).

4. Зная BC, найдем AC:

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 45^\circ$ (по т. косинусов для $\triangle ABC$)

$289 \cdot 2 = AC^2 + 256 - 16\sqrt{2}\, AC$

$AC^2 - 16\sqrt{2}\, AC - 322 = 0 \Rightarrow AC = 23\sqrt{2}$;

5. $\sin\alpha = \frac{BC}{CF} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{15}{17}$;

$S_{ACF} = \frac{1}{2} CF \cdot AC \cdot \sin\angle ACF = 17 \cdot 23\sqrt{2}\left(\sin(45^\circ + \alpha)\right) =$
$= 17 \cdot 23\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{15}{17} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{8}{17}\right) = 23 \cdot (15 + 8) = 23^2 =$
$= 529$ (Ответ на (б))

Ответ: а) 34 и б) 529.

~~②~~ Задача №2:

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$\sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$

$$\left[\begin{array}{ll} \cos 2x + \sin 2x = 0 & (1) \\ \cos 5x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 & (2) \end{array}\right.$$

(1): $\sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = \pi n,\ n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$
$\Rightarrow x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$;

(2): $2\cos\left(\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8}\right)\cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \cos\left(\frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8}\right) = 0 \\ \cos\left(\frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{7}{2}x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ \frac{3}{2}x - \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} + \pi n \end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi}{7}n \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n \end{array}\right.$$

Ответ: $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$; $\frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi}{7}n$; $\frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n$; $n \in \mathbb{Z}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3:

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 & (2) \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} -y>0 \\ xy^2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y<0 \\ x>0 \end{cases}$.

Рассмотрим (1): $\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$

$$\frac{e^{7\ln x\cdot\ln(-y)}}{e^{\ln^2(-y)}} = e^{2\ln x(\ln(xy^2))}$$

$$e^{7\ln x\cdot\ln(-y)-\ln^2(-y)} = e^{2\ln^2 x+4\ln x\cdot\ln(-y)}$$

$$7\ln x\cdot\ln(-y)-\ln^2(-y) = 2\ln^2 x+4\ln x\cdot\ln(-y)$$

$$\ln^2(-y)-3\ln x\cdot\ln(-y)+2\ln^2 x=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{aligned} \ln(-y)&=\ln(x) \\ \ln(-y)&=2\ln(x) \end{aligned}\right. \Rightarrow \left[\begin{aligned} -y&=x \\ -y&=x^2 \end{aligned}\right. \Rightarrow \left[\begin{aligned} y&=-x \ (a) \\ y&=-x^2 \ (б) \end{aligned}\right.$$

Подставим (а) в (2):

$$x^2-2x^2-3x^2+12x-4x=0$$

$$-4x^2+8x=0 \Rightarrow -4x(x-2)=0 \Rightarrow \left[\begin{aligned} x&=0 \\ x&=2 \end{aligned}\right.$$

Корень $x=0$ не удовлетворяет ОДЗ $\Rightarrow$ $x=2$ – решение №1 $\Rightarrow$ $y=-2$.

Подставим (б) в (2):

$$x^4-2x^3-3x^2+12x-4x^2=0$$

$x^4-2x^3-7x^2+12x=0$, т.к. $x>0 \Rightarrow$ поделим на x

$$x^3-2x^2-7x+12=0$$

Заметим, что $x=3$ удовлетворяет уравнению выше $\Rightarrow$ поделим этот многочлен на $x-3$. Получим:

$$x^3-2x^2-7x+12=(x-3)(x^2+x-4) \Rightarrow$$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$x=3$ - решение №2 $\Rightarrow$ $y=-9$;

$x^2+x-4=0$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \Rightarrow y=\cancel{-\frac{1}{2}(8+\sqrt{17})}-\frac{1}{2}(9-\sqrt{17}) \\ x=\frac{-1-\sqrt{17}}{2} \text{ - не удовлетворяет ОДЗ} \end{array}\right.$$

Ответ: $(2;-2)$; $(3;-9)$; $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$.

Задача №1:

Заметим, что $6+4+8+2+7=27 \vdots 9 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ число 64827 делится на 9 $\Rightarrow$

$\Rightarrow 64827=9\cdot 7203=27\cdot 2401=3^3\cdot 49^2=$
$=3^3\cdot 7^4\cdot 1 \Rightarrow$ Именно из 3-х цифр 3, 4-х цифр 7 и 1-й единицы должно состоять искомое 8-значное число.

$N=8!\cdot\frac{1}{3!}\cdot\frac{1}{4!}=\cancel{32\cdot 15\cdot 7}=56\cdot 5=280$,

где $8!$ - это кол-во все возможных перестановок, а $\frac{1}{3!}$ и $\frac{1}{4!}$ - это множители, позволяющие избавить повторяющихся перестановок.

Ответ: 280.

Задача 5:

$$\begin{cases} |x+y+8|+|x-y+8|=16 \quad (1) \\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a \quad (2) \end{cases}$$

(1): $|x+y+8|+|x-y+8|=16$

1) $\begin{cases} x+y+8\geq 0 \\ x-y+8\geq 0 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y\geq -8 \\ y\leq 8 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x+y+8\geq 0 \\ x-y+8<0 \\ y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<0 \\ x\geq -16 \\ y=8 \end{cases}$;

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

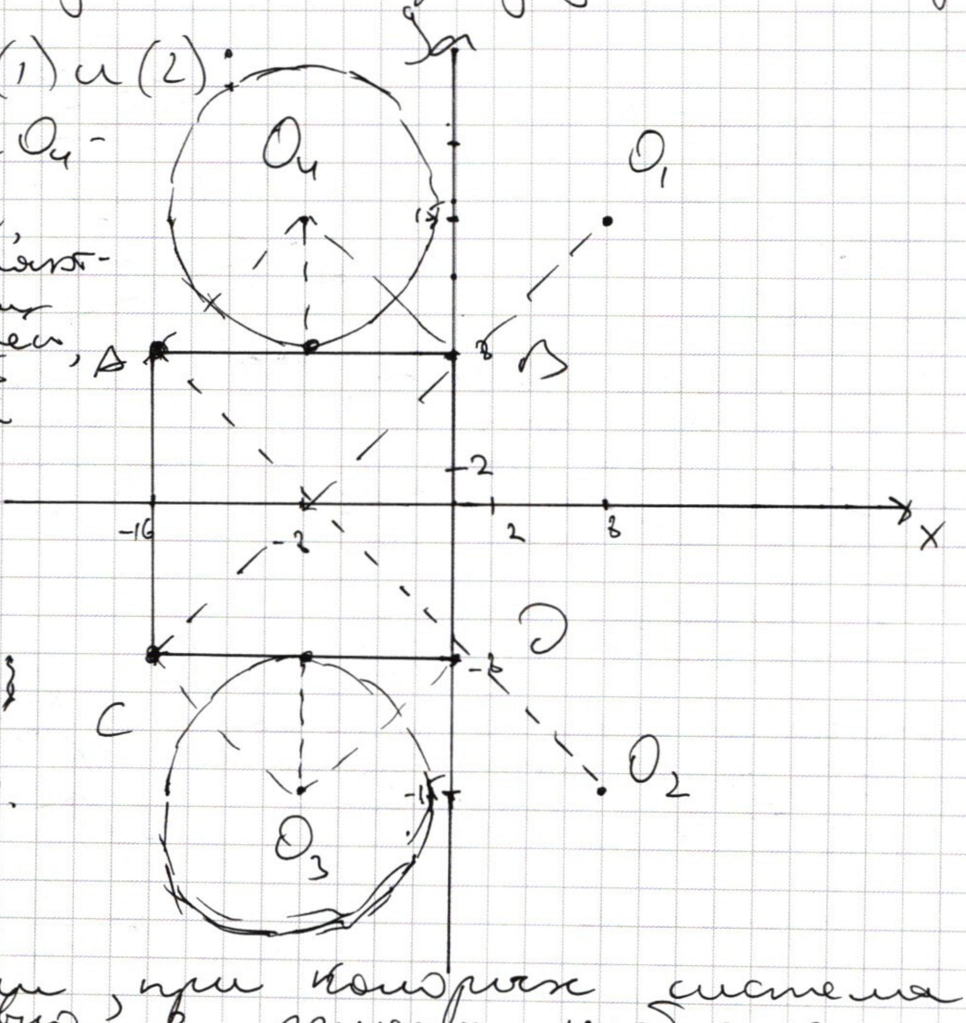
3) $\begin{cases} x+y+8<0 \\ x-y+8\geq 0 \\ y\geq -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y\geq -8 \\ x<0 \\ x\geq -16 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x+y+8\geq 0 \\ x-y+8<0 \\ x\geq -16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y<8 \\ y>-8 \\ x=-16 \end{cases}$

(2): Это окружность с радиусом $\sqrt{a}$, где $a\geq 0$

Построим (1) и (2):

O_1, O_2, O_3 и O_4 — это точки, которые являются центрами окружностей, либо частей окружностей (O_1 при $x\geq 0$ и $y\geq 0$; O_2 при $x\geq 0$ и $y<0$; O_3 при $x<0$ и $y<0$; O_4 при $x<0$ и $y\geq 0$).



Ситуации, при которых система имеет ровно 2 решения, изображены на рисунке:

(O_3; $\sqrt{a}$) и (O_4; $\sqrt{a}$) касаются квадрата ABDC или $AO_2 = CO_1 = \sqrt{a}$.

1. $\rho(O_4; AB) = 15-8 = 7 = \sqrt{a} \Rightarrow a = 49$;

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

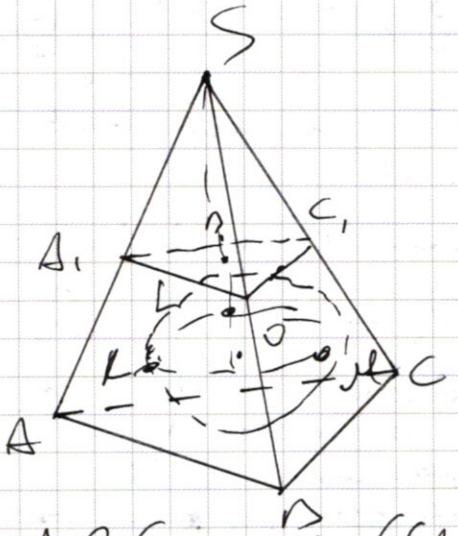
2. $AO_2^2 = a = (x_A - x_{O_2})^2 + (y_A - y_{O_2})^2 = (-16-8)^2 + (1+15)^2 = 24^2 + 23^2 = 1105$; так же можно убедиться что $AO_2^2 > O_4C^2$;

$O_4C^2 = (15+8)^2 + (-16+8)^2 = 23^2 + 8^2 < a \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Единственные значения a при которых система (1)–(2) имеет 2 решения, это 1105 и 49

Ответ: 49 и 1105.

Задача №4:



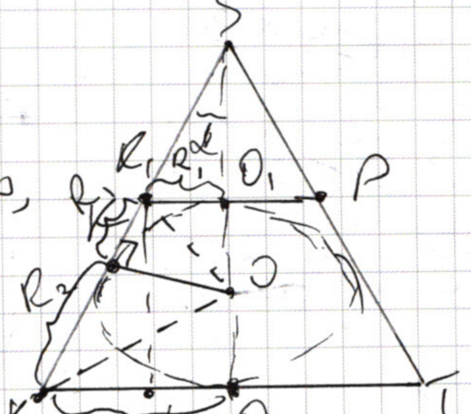
Дано:
$(O; R)$;
K, L, M – точки касания;
$S_1 = 9$; $S_2 = 16$.

Найти: $\angle KSO$ – ?

Решение:

1. Треугольники $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, т.к. ($(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$ и прямые SA, SB и SC пересекают их под одними и теми же углами) $\Rightarrow S_1/S_2 = (3/4)^2 \Rightarrow k = 0,75$ – это коэффициент их подобия $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Их полупериметры относятся как $p_1/p_2 = 3/4$;



2. Построим сечение плоскостью, содержащую точку касания K_1 в $\triangle A_1B_1C_1$ вписанной в него окружности $(O_1; R_1)$, точку касания K_2 в $\triangle ABC$ вписанной в него окружности $(O_2; R_2)$ и точку K, при этом $K_1, K_2, K \in (ASB)$; а также радиус KO.

3. Пусть $\angle KSO = \alpha$;

$K_1K_2 = R_1 + R_2$; $O_1O_2 = 2R$, т.к. это сечение большого "круга" для сферы;

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Проведём $K_1N \parallel O_1O_2 \Rightarrow K_1N = O_1O_2 = 2R =$
$= (R_1+R_2)\cos\alpha$, т.к. $\triangle K_2SO_2 \sim \triangle K_2K_1N$.

Выразим R_1 и R_2:

~~$R_1 = \frac{S_1}{p_1} = \frac{9}{\frac{3}{n}p}$, где ($\frac{p_1}{p} = \frac{3}{n}$, где p — это полупериметр $\triangle KLM$~~

S — площадь $\triangle KLM$, а

$\triangle KLM \sim \triangle ABC$ и $\triangle KLM = \triangle A_1B_1C_1$;

$2p$ — периметр $\triangle KLM$.

Поскольку $(O; R)$ вписана в трапецию K_1K_2TR, то $\Rightarrow K_1O$ и K_2O — биссектрисы

$\Rightarrow \angle K_1OK_2 = 90^\circ \Rightarrow KO^2 = K_1K \cdot K_2K \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \sqrt{R_1R_2}$.

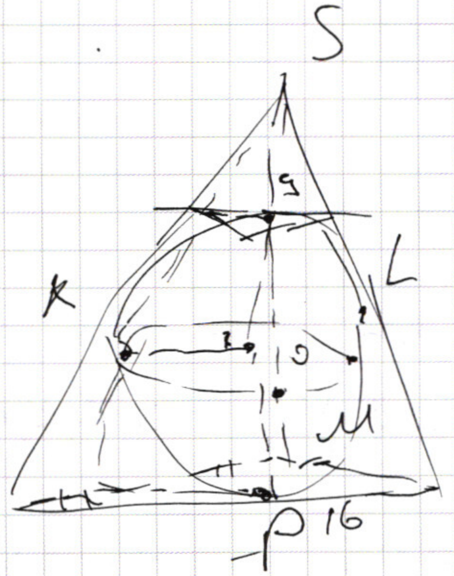
Пусть $\frac{S_1}{S} = \frac{9}{n^2} \Rightarrow \frac{R_1}{R} = \frac{3}{n}$; аналогично $\frac{R_2}{R} = \frac{4}{n}$, где n — некоторое число $\Rightarrow$

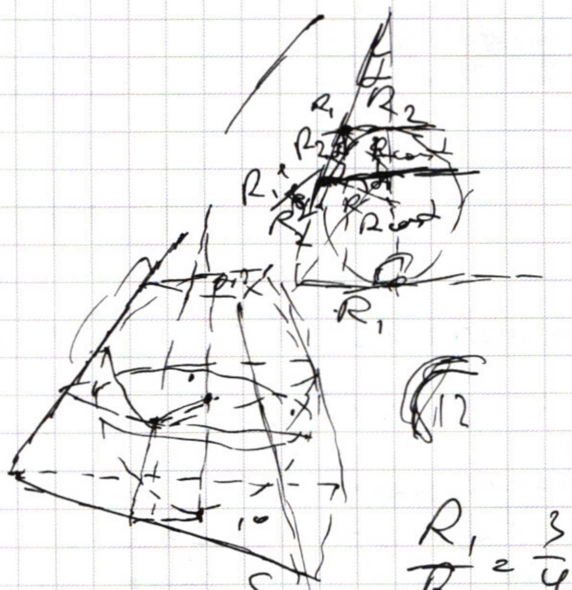
$R_1 = \frac{3}{n}R$; $R_2 = \frac{4}{n}R \Rightarrow$ ~~$R = \frac{\sqrt{12}}{n}R$~~ $R = \frac{\sqrt{12}}{n}R \Rightarrow$
$\Rightarrow n = \sqrt{12}$

$2R = \left(\frac{3}{\sqrt{12}} + \frac{4}{\sqrt{12}}\right)R\cos\alpha \Rightarrow$

$2\sqrt{12} = 7\cos\alpha = 4\sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \arccos\frac{4\sqrt{3}}{7}$

<u>Ответ</u>: $\arccos\frac{4\sqrt{3}}{7}$.





$\frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{4}$

$R\cos\alpha = \frac{S_1}{p_1}$

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{9}{16} = k^2 \Rightarrow k = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{R_1}{R} = \frac{3}{n}$

$R\cos\alpha =$ $\quad R_1 = \frac{9}{3n} = \frac{3}{n}$

$\frac{S_1}{S} = \frac{9}{9^2} \Rightarrow \frac{p_1}{p} = \frac{3}{k} \Rightarrow \frac{R_2}{R} = \frac{4}{n}$

$\frac{S_2}{S} = \frac{16}{S} = \frac{16}{k^2}$ $\quad \frac{p_2}{p} = \frac{4}{k}$

~~$R\cos\alpha$~~ $\quad R_1 = \frac{3}{} \quad R_2 = \frac{16}{4n}$

$R = \sqrt{R_1R_2} = \frac{\sqrt{12}}{n} = \frac{2\sqrt{3}}{n}$

$\frac{S_1}{S} = \frac{9}{n^2}$

$\frac{S_2}{S} =$ $\quad 2R = (R_1 + R_2)\cos\alpha =$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x \cos 2x + 2\sin 2x \cos 5x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2(\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x)) + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cancel{\sqrt{2}\sin(7x+\frac{\pi}{4}) + \sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4}+3x) + \sqrt{2}\cos 4x = 0}$

$\cancel{1 - 2\sin^2 2x = \cos^2 2x - \sin^2 2x}$

$\cancel{2\sin(2x+\frac{\pi}{4})\cos 5x + \cos 4x^2 = 0}$

$\cancel{\cos 2x(\cos 5x + \cos 2x) + \sin 2x(\cos 5x - \sin 2x) = 0}$

$\sqrt{2}\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ \cos 2x - \sin 2x + \sqrt{2}\cos 5x = 0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos(2x + \frac{\pi}{4}) + \cos 5x = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \cos(3,5x + \frac{\pi}{8})\cos(1,5x - \frac{\pi}{8}) = 0 \end{array}\right.$

1

$8\,6 + 4 + 8 + 2 + 7 = 27 \;\vdots\; 3^2$

648227 : 3 = 216075 (column division: −6, 18, −18, 22, ...)

7203 : 3 = 2401

$648227 = 3^3 \cdot 7^4 \cdot 1$

$49 \cdot 49 = 2401$

~~3377771~~

$\cancel{7 \cdot 4 \cdot 1 = 42}$

3

$\begin{cases} \left(-\dfrac{x^3}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\cdot\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$

$\cancel{(y+x)^2 + 12x + 4y - 4x^2 = 0}$

ОДЗ: $\begin{cases} -y > 0 \\ xy^2 > 0 \\ -\dfrac{x^3}{y} > 0 \end{cases} \Rightarrow y < 0,\ x > 0$

$y(x+4y) = 4x^2 + 8x - 4 + 4 = 0$

$(y+x)^2 + 4(x+y) - 4(x+1)^2 + 4 = 0$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$$\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}} = x^{2\ln x+2\ln(-y)} = e^{\ln(x^2y^4)\cdot\ln x}$$

$$: e^{\ln^2(-y)}$$

$$e^{7\ln x\ln(-y)} = e^{2\ln(xy^2)\ln x+\ln^2(-y)}$$

$$7\ln x\ln(-y) = 2(\ln x+2\ln(-y))\ln x+\ln^2(-y)$$

$$\ln^2(-y)-3\ln x\ln(-y)+2\ln^2 x = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll}\ln(-y)=\ln x & (1)\\ \ln(-y)=2\ln(x) & (2)\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\underbrace{-y}_{>0}=x>0\\ \underbrace{-y}_{>0}=x^2>0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{ll}y=-x & (1)\\ y=-x^2 & (2)\end{array}\right.$$

(1) $x^2-2x^2-3x^2+12x-4x=0$

$-4x^2+8x=0 \Rightarrow -4x(x-2)=0 \Rightarrow \begin{array}{l}x=0 \Rightarrow y=0\\ x=2 \Rightarrow y=-2\end{array}$

(2) $x^4-2x^3-3x^2+12x-4x^2=0$

$x^4-2x^3-7x^2+12x=0$

$x(x^3-2x^2-7x+12)=0 \qquad x=3 \Rightarrow y=-9$

$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-7x+12 & x-3\\ \underline{x^3-3x^2} & \overline{x^2+x-4}\\ x^2-7x & \\ \underline{x^2-3x} & \\ -4x+12 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{23}^{1}\\ 576\\ +529\\ \hline 1105\end{array}$$

$x^2+x-4=0$

$\Rightarrow D=17 \Rightarrow x=\frac{1+\sqrt{17}}{2}$

$y=-\frac{1+2\sqrt{17}+17}{4}=$

$=-\frac{1}{2}(9+\sqrt{17})$.

7

$$\begin{cases} y>3^x+4\cdot\overbrace{3^{28}}^{a}\\ y\le 93+3(3^{27}-1)x = 93+(\overbrace{3^{28}}^{a}-3)x\end{cases}$$

$$\begin{cases} y>3^x+4a\\ y\le 93+(a-3)x\end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} y\ge 3^x+1+4a\\ 93+(a-3)x\ge y\end{array}$$

$$93+(a-3)x\ge 3^x+1+4a$$

$$g(x)=92-4a+(a-3)x-3^x\ge 0$$

$g'(x)=a-3-3^x\ln 3=0 \Rightarrow 3^x=\frac{a-3}{\ln 3} \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\log_3\frac{a-3}{\ln 3}=2\cancel{7}8$

$~~92-4\cdot3^{28}+(3^{28}-3)\cdot27-3^{28}=0~~$

$~~11+23\cdot3^{28}-3^{27}\ge 0~~$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$a^2 - 16\sqrt{2}a - 578$

$D = 512 + 2312 = 28 \cdot 24$

(5) $\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \quad (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$

(1) $\begin{cases} y + 8 + x \geq 0 \\ -y + x + 8 \geq 0 \\ x + y + 8 + x - y + 8 = 16 \end{cases}$

$\begin{cases} y \geq -8 \\ y \leq 8 \\ x = 0 \end{cases}$

$R = \frac{b}{2\cos\alpha}$

$64 + (y-15)^2 = a$

$(17\sqrt{2})^2 = a^2 + 256 - 32a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 16a\sqrt{2}$

$(y-15)^2 = a - 64$

$2a^2 - 2\sqrt{2}ab + 2b^2 = CF^2$

$\frac{a}{\sin\beta} = 2R$

$(23)^2 = a - 64$

$2b^2 + 2a^2 - 2\sqrt{2}ab + b^2$

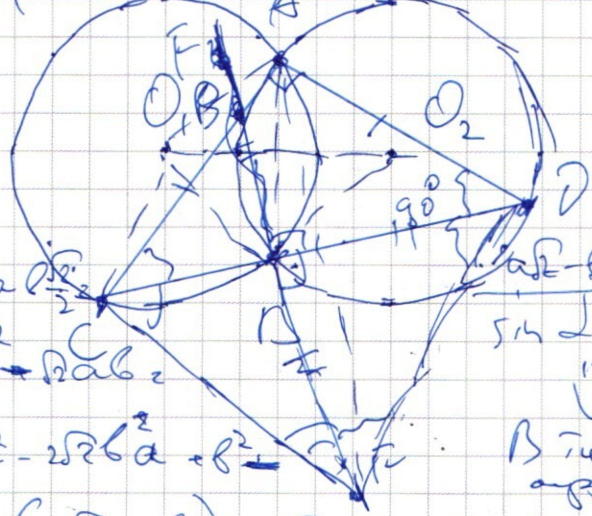
$a^2 = 4R^2(1-\cos^2\alpha)$

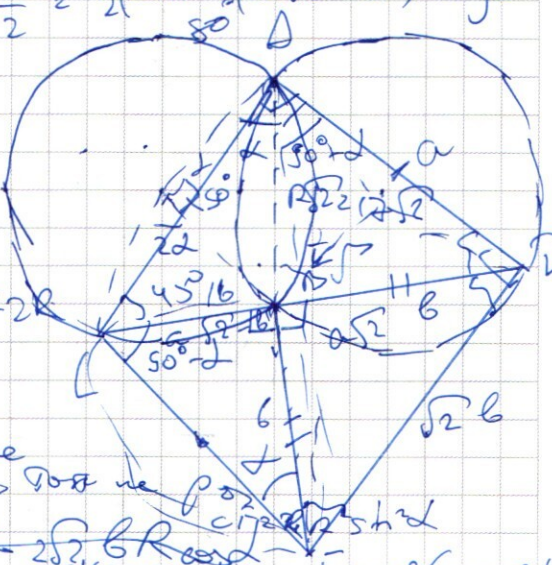
$(R\sqrt{2} \cdot b)\sin\beta$

(6)

$2(a^2 - \sqrt{2}ab + b^2)$

$\frac{a^2}{2} = \frac{1}{2}(R\sqrt{2} \cdot (a\sqrt{2} - b)\sin\beta +$





$2R^2 = a^2 + b^2 + 2ab\frac{\sqrt{2}}{2}$

$= a^2 + b^2 + \sqrt{2}ab =$

$= a^2 + 2a^2 - 2\sqrt{2}ba + b^2 =$

$= \sqrt{2}a(a\sqrt{2} - b)$

$\frac{a\sqrt{2} - b}{\sin\alpha} = 2R$

В типе

$\begin{cases} a^2 = 2R^2 + b^2 - 2\sqrt{2}bR\cos\alpha \\ a^2 = 2R^2 - 2R^2\cos(2\alpha) \end{cases}$

$a^2 = (a\sqrt{2} - b)^2 + 2R^2 + 2(a\sqrt{2} - b)R\sqrt{2}\cos\alpha$ (2)

(2) $2a^2 - 2\sqrt{2}ab + b^2 + 2R^2 + 2bR\sqrt{2}\cos\alpha - 4aR\cos\alpha$

$a^2 = 2R^2 + b^2 - 2\sqrt{2}bR\cos\alpha$

$a^2 = 4R^2\sin^2\alpha$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a\sqrt{2}}{b} - 1$

$a^2 + b^2 = CF^2 + 2R^2$

$(a\sqrt{2} - b) = 2R\sin\alpha \qquad b = 2R\cos\alpha$

$a\sqrt{2} = 2R(\sin\alpha + \cos\alpha)$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

б). $289 \cdot 2 = a^2 + 256 - 16\sqrt{2}a$

$a^2 - 16\sqrt{2}a - 322 = 0 \Rightarrow$

Решение:

$\sin\alpha = \frac{16}{34} = \frac{8}{17} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{15}{34}$

$289 - 64 = 225$

$D = 256 \cdot 2 + 322 = 512 + 322 =$

$AC = \frac{16\sqrt{2} + 30\sqrt{2}}{2} = 23\sqrt{2}$.

$23 \cdot 23 = 529$

$7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n$

$3x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n$

$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2\pi n}{7}$

$x = \frac{5\pi}{28} + \frac{2\pi}{3} n$

$3+4+1 = 8$; $\frac{8!}{3!\,4!} = \frac{8 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2}{3!\,4!} = 35 \cdot 3 \cdot 2^5 =$

(1) $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 \geq 0 \Rightarrow \\ x \geq 0 \end{cases}$

$x^3 - 2x^2 - 7x + 12 \,|\, x-3$; $x^2 + x - 4$

$-\ x^3 - 3x^2$; $x^2 - 7x$; $-\ x^2 - 3x$; $-4x + 12$

$8 \cdot 6 \cdot 5$

$\frac{8!}{4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{6}$

$8 \cdot 7 \cdot 5$

$56 \cdot 5$

$\frac{1}{7}$ (17

$\Rightarrow \begin{cases} y \geq -8 \\ x \geq 0 \\ y \leq 8 \end{cases}$

$64827 \,|\, 89$; 63; 18; -12; 27; 7203; 6; 12; 12; 72

$3 \,|\, 2401$

(2) $\begin{cases} x+y+8 \geq 0 \\ x-y+8 < 0 \\ x+y+8-x+y+8=16 \end{cases}$

~~1777333~~ ~~7177~~

$\Rightarrow \begin{cases} y \geq -8 \\ y > 8 \\ y = 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$

$\cancel{x}+y+8-\cancel{x}+y+8=16$

$y = 8$

$x + y + 8 < 0$

$x - y + 8 \geq 0$

$x < 0$ и $x \geq -16$

$x - y + 8 - x - y + 8 = 16 \Rightarrow y = -8$

$-x + y - 8 - x - y - 8 = 16$

$-2x - 16 = 16 \Rightarrow x = -16$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)