

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

$$64827 = 3^3 \cdot 7^4$$

$$\begin{array}{r|l} 64827 & 3 \\ \hline 21609 & 3 \\ 7203 & 3 \\ 2401 & 7 \\ 343 & 7 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Поскольку 64827 — не совсем простой множитель.
Из этого следует, что существует всего 2 способа
получить это произведение из чисел, не превосходящих
9 (т.к. это цифры).

$$64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 3 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

Больше способов нет, т.к. при «объединении» 3 и 7,
или 7 и 7, или 3 и 3 и 3 ~~всегда~~ и т.д. в
одну цифру получается число более 9, которое одной
цифрой быть не может.

① Поскольку цифр у нас в распоряжении 7, а нужно
8, воспользуемся нулем.

Тогда сначала найдем количество различных
чисел с цифрами 3; 3; 3; 7; 7; 7; 7.

Тройки можно расставить C_7^3 разными способами.
Добавить 1 можно в одно из 8 мест, т.е. всего 9

тогда $C_7^3 \cdot 8 = \frac{7!}{4! \cdot 3!} \cdot 8 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 280$

① Анонимно а "1" оставили шестизначные числа
из 3; 9; 7; 7; 7; 7 и затем добавили 2 единицы.
Тройку можно поставить в одно из 6 мест,
когда девятка ставится в одно из 5 оставшихся
мест, все остальное - семерки. 6 · 5.

Единицы можно поставить в 6, которую
единицу можно поставить в одно из семи
мест, и способов расстановки — C_7^2 .

Итого $6 \cdot 5 \cdot C_7^2 = 6 \cdot 5 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} = 30 \cdot 21 = 630$

Вместе ① и ② получается $280 + 630 = \boxed{910}$

способов получить 648271 в шестизначных числах.
w 2

$$(\cos 7x + \cos 3x) + (\sin 7x - \sin 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos \left(\frac{3+7}{2} x \right) \cos \left(\frac{7-3}{2} x \right) + 2 \cos \left(\frac{3+7}{2} x \right) \sin \left(\frac{7-3}{2} x \right) = -\sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\begin{cases} \sin 2x + \cos 2x = 0 \\ 2 \cos 5x = -\sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \\ \cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x - \cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \\ \cos 5x = -\cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 0 \\ \cos 5x = -\cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 2x + \frac{x}{4} = \pi k; k \in \mathbb{Z} \\ \cos 5x = \cos \left(2x - \frac{3x}{4} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = \frac{3x}{4} - \frac{x}{4} + \pi k; k \in \mathbb{Z} \\ 5x = 2x - \frac{3x}{4} + 2\pi l; l \in \mathbb{Z} \\ 5x = -2x + \frac{3x}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{x}{8} + \pi k; k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{x}{4} + \frac{2}{3}\pi l; l \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3x}{28} + \frac{2}{7}\pi n; n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

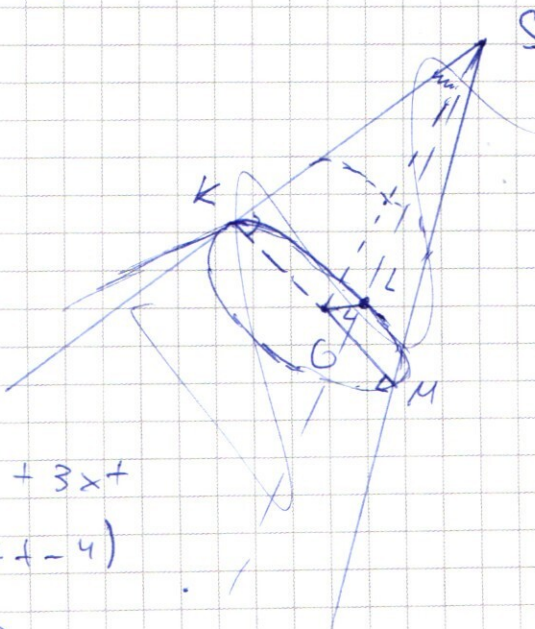
уч 3

уч 0 по off 003 =>

> уч 0 t = -y; t > 0

$$\left(\frac{x}{t} \right)^{\ln t} = x^{2 \ln(x+t)}$$

$$f^2 - 2xt - 4t = 3x^2 + 12x$$



$$\textcircled{*} f^2 + xt - 4t = 3x^2 + 12x + 3x + t$$

$$t(t+x-4) = 3x(t+x-4)$$

$$(3x-t)(t+x-4) = 0$$

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{t} \right)^{\ln t} = 2x^{2 \ln(t+t)} \\ 3x = t \quad \textcircled{1} \\ xt = 4 - x \quad \textcircled{2} \end{cases}$$

① $f = 3x$
 $\left(\frac{x^7}{3x}\right)^{\ln 3x} = x^{2 \ln(x \cdot 3x^2)}$

$$\frac{x^{6 \ln 3x}}{3^{\ln 3x}} = x^{2 \ln (9x^3)}$$

$$X \quad 6 \ln 6 \ln 3x - 2 \ln 9x^3 = 3 \ln 3x$$

$$2 \ln \left(\frac{27x^3}{9x^3} \right) = 3 \ln 3x$$

$$x^{2 \ln 3} = 3^{\ln 3 x}$$

$$(2^{\ln 3})' = 2^{\ln 3} \cdot \ln 3 \cdot \frac{1}{3x} \cdot 3 = \ln 3 \cdot 2^{\ln 3}$$

$$\log_3 x^{2 \ln 3} = \ln 3x \quad 13.8 = 104$$

$$\frac{\ln x^{2 \ln 3}}{\ln 3} = \ln 3x$$

$$\frac{2 \cancel{\ln 3} \ln x}{\cancel{\ln 3}} = \ln 3x$$

$$\frac{13}{45} \approx \sqrt{\frac{3}{8}}$$

$$\ln x^2 = \ln 3x$$

$x = 3$

в 5

Средняя интерпретация
для корня при $x \in$

аналог. $\psi = 0 \Rightarrow y$ системы

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Построим $|x+y+8| + |x-y+8| = 16$

при $x+y+8 \geq 0$ и $x-y+8 \geq 0$:

$$2x + 16 = 16$$

$$x = 0 \Rightarrow y + 8 \geq 0 \text{ и } -y + 8 \geq 0 \Rightarrow -8 \leq y \leq 8$$

при $x+y+8 \leq 0$ и $x-y+8 \leq 0$

$$-2x - 16 = 16$$

$$x = -16 \Rightarrow y - 8 \leq 0 \text{ и } -y - 8 \leq 0 \Rightarrow -8 \leq y \leq 8$$

при $x+y+8 \geq 0$ и $x-y+8 \leq 0$

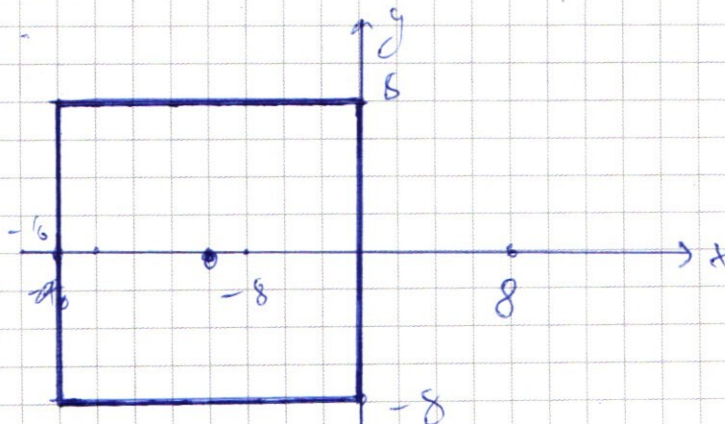
$$x+y+8 - (x-y+8) = 16$$

$$y = 8 \Rightarrow x \geq -16 \text{ и } x \leq 0 \Rightarrow x \in [-16; 0]$$

при $x+y+8 \leq 0$ и $x-y+8 \geq 0$

$$-x-y-8 + x-y+8 = 16$$

$$y = -8 \Rightarrow x \geq -16 \text{ и } x \leq 0 \Rightarrow x \in [-16; 0]$$

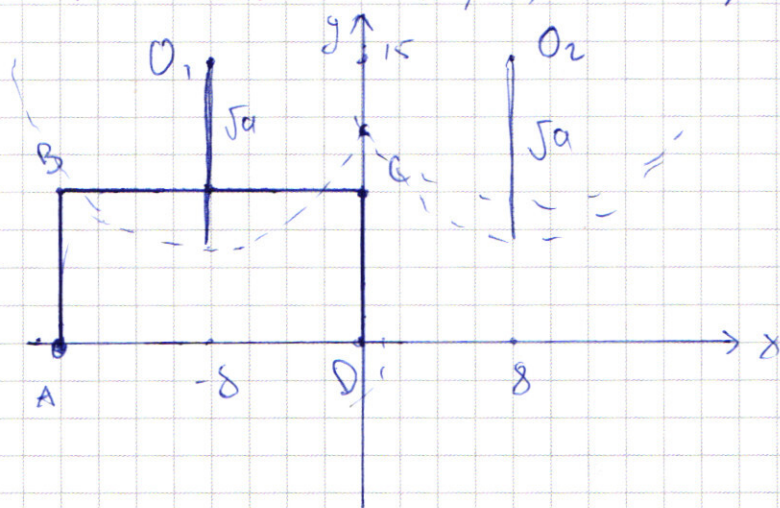


Как можно было бы графически вычислить, решение

Функции симметричны относительно $y=0$, из чего следует, что два решения системы возникнут тогда, когда при $x \neq y \neq 0$ будет одно решение

Вторая функция — четыре окружности с центрами $(8; 15); (-8; 15); (8; -15); (-8; -15)$. После пересечения только $(8; 15)$ и $(-8; 15)$. Значит ясно, что 4 окружности

симметричны относительно Ox и Oy , т.е. не выходя из своих четвертей.



Пересекать только $\sqrt{a} = 7 \Leftrightarrow a = 49$ (т.е. $a > 0$). Докажем это: при $a < 49$ ни одна из окружностей не пересечет $ABCD$; при $49 < a < 289$ ($289 = 17^2 = 10^2$) окр. с центром O_1 пересекет $ABCD$ дважды, а при $a \geq 289$ окр. с центром O_1 и окр. с центром O_2 не пересекут $ABCD$, при этом т.к. окружности симметричны.

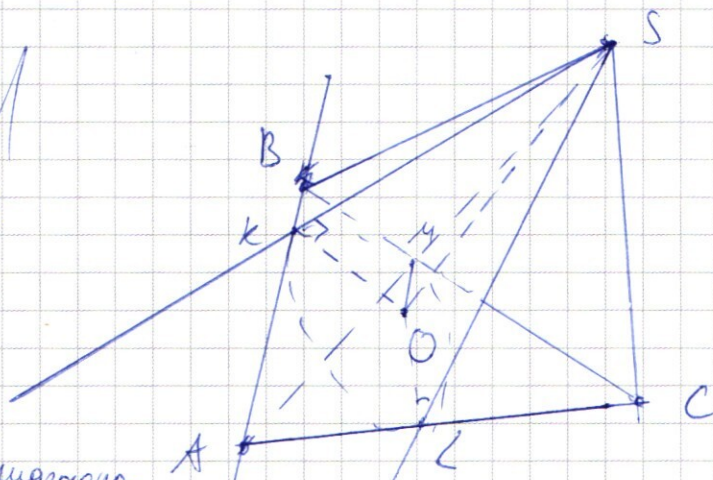
Итого $a = 49$.

и

Доказано верно, спасибо

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

S_{ABC} — площадь
треугольника
с вершиной S
и основанием ABC
 $S_{ABC} = k \cdot L$



1) Очевидно, что

$$SK = SM = SL \text{ (по т. Пифагора)}$$

Проведем $KH \perp SO$ и $MH_1 \perp SO$

В $\triangle KSO$ и $\triangle SMO$ ($\angle KSO = \angle SMO$ (по лемме Д); $\angle H = \angle H_1 = 90^\circ$;

$$SK = SM \Rightarrow \triangle KSH = \triangle SMH_1 \Rightarrow SH = SH_1 \Rightarrow H = H_1$$

$\left. \begin{array}{l} KH \perp SO \\ MH \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow (KMH) \perp SO$. Аналогично $(KML) \perp SO$

$$(KML) \Rightarrow (ABC) \Rightarrow (ABC) \perp SO$$

Получили сечение из условия (с площадью 9 и 16)
точка перпендикулярна SO , следовательно в
сечении будут точки (т.к. плоскости сечений
параллельны).

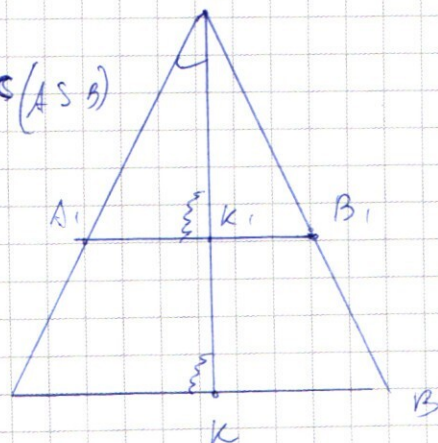
2) $(ABS) \cap A_1B_1$ — пересечение "вершин" сечений $S(ASB)$

$$\triangle AKS \text{ и } \triangle A_1K_1S \Rightarrow$$

(по 2 углам)

$$\Rightarrow \frac{A_1K_1}{AK} = \frac{SK_1}{SK} \text{ Аналогично } \frac{B_1K_1}{BK} = \frac{SK_1}{SK} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{SK_1}{SK}, \text{ т.е. } \frac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}} = \left(\frac{SK_1}{SK}\right)^2$$

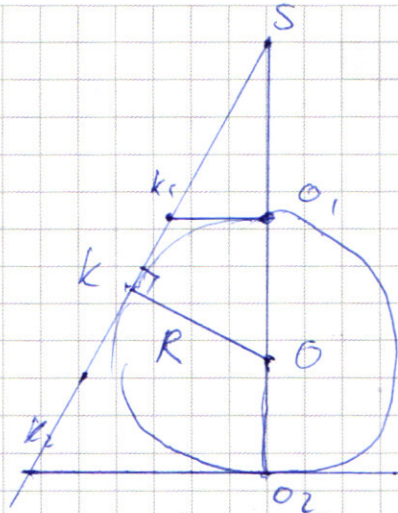


3) $\angle KSO$:

Аналогично: $\left(\frac{SK_1}{SK_2}\right)^2 = \frac{S_{AB_1C_1}}{S_{ABC}} = \frac{9}{16}$

$$\frac{SK_1}{SK_2} = \frac{3}{4}$$

Здесь AB_2C_2 и $A_1B_1C_1$ — прямоугольные, являющиеся "нижним" и "верхним" сечениями у двугр. (с основаниями 16 и 9 соотв.), K_2 и K_1 — соотв. точки пересечения этих сечений с SK .



Тогда $SO = a$; $KO = R$. Тогда $\frac{SO_1}{SO_2} = \frac{SK_1}{SK_2} = \frac{3}{4}$

$$\frac{a - R}{a + R} = \frac{3}{4}$$

$$a = 7R$$

$$\angle KSO = \arccos \frac{1}{7}$$

$$SK = KO \cdot \cos \angle KSO = SK^2$$

$$\cos \angle KSO = \sqrt{1 - \frac{1}{49}} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\frac{SO_1}{SK_1} = \frac{GR}{SK_1} = \cos \angle KSO = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{GR} = \frac{2}{4\sqrt{3}}$$

$$SK_1 = \frac{7\sqrt{3}}{2} R$$

$$\frac{SK}{SO} = \frac{SK}{7R} = \cos \angle KSO = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$SK = 4R\sqrt{3}$$

$$\frac{SK_1}{SK} = \frac{7\sqrt{3}}{2 \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{7}{8} \Rightarrow S_{ABC} = \left(\frac{SK}{SK_1}\right)^2 \cdot S_{A_1B_1C_1} = \frac{64}{49} \cdot 9 = \frac{576}{49}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$w \neq 6$

$BC^2 \neq 17^2 \cdot 2$

$BC^2 + 2 \cos \alpha \cdot BC \cdot 17\sqrt{2} =$
 $= BF^2 - 2 \cos \alpha \cdot BF \cdot 17\sqrt{2}$

$(BC - BF)(BC + BF) \neq$
 $+ 2 \cos \alpha \cdot 17\sqrt{2} (BC + BF) = 0$

$BC - BF + 2 \cos \alpha \cdot 17\sqrt{2} = 0$

$BF^2 - 2 BF \cdot AC \sqrt{2} = (BC - BF)^2 \cdot \sqrt{2}$

BF^2

$\frac{\pi}{4} + 4\alpha - \alpha \Rightarrow \beta = \pi$

$\beta = \pi + \frac{\pi}{4}$

$BC \cdot CD =$

$\frac{BC \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha}$

$\frac{BC}{BD} = \tan \alpha$

$AB = 2R \sin \alpha$

$\cos \beta = \frac{2R^2 \sin^2 \alpha - BC^2}{2 AB^2}$

$\cos \beta = \sqrt{2} \cos \alpha$

BC

$\cos 2\alpha = \frac{2 \cdot 17^2 - BC^2}{2 \cdot 17^2}$

$2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{2 \cdot 17^2 - BC^2}{2 \cdot 17^2}$

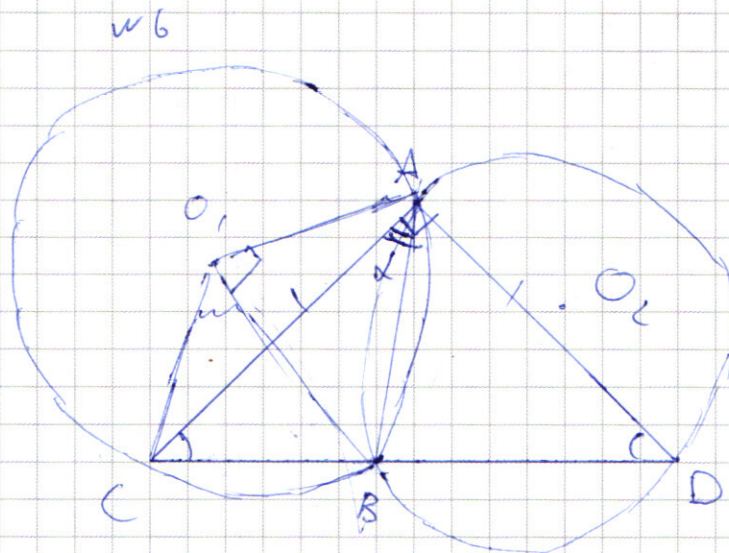
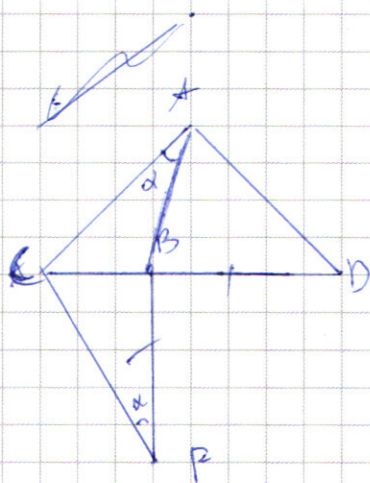
$BC^2 + 2(BC + AC)\sqrt{2} = BD^2 + AC \cdot BD\sqrt{2}$

$93 = 31 \cdot 3$

$3(31 - x + 2 \cdot 3^{28}) > 3(3^{x-1} + 4 \cdot 3^{28})$

$93 + 3(3^{28} - 1)x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$

$93 \cdot 31 \cdot 3 + 3x \cdot 3^{28} - 3x > 3^x + 4 \cdot 3^{28}$



а) Радиусы окружностей равны, AB - хорда, отсюда, отсюда

$$\angle ACB = \angle ADB = 45^\circ = \alpha$$

$$\angle C = 45^\circ \Rightarrow \angle AOB = 90^\circ \Rightarrow AB = R\sqrt{2} = 17\sqrt{2}$$

$$\text{Пусть } \angle CBA = \alpha$$

$$\text{Тогда } \frac{CB}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\frac{BD}{\cos \alpha} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{CB}{BD} = \tan \alpha$$

$$BD = BF \Rightarrow \angle CBF = \alpha$$

$$\angle COB = 2\alpha$$

$$\Delta COB: \cos 2\alpha = \frac{2R^2 - CB^2}{2R^2} = 1 - \frac{CB^2}{2R^2}$$

$$1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - \frac{CB^2}{2R^2}$$

$$2\sin^2 \alpha = \frac{CB^2}{2R^2}$$

$$\text{то } \sin \alpha = \frac{CB}{CF} \Rightarrow 2 \frac{CB^2}{CF^2} = \frac{CB^2}{2R^2}$$

$$(CF^2 = 4R^2) \Rightarrow CF = 17 \cdot 2 = 34$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\delta) \frac{CB}{CF} = \sin \alpha$$

$$\frac{16}{34} = \frac{8}{17} = \sin \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{289-64}}{17} = \frac{15}{17}$$

$$\angle BCF = \frac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow \sin \angle BCF = \frac{15}{17}; \cos \angle BCF = \frac{8}{17}$$

$$\sin \angle ACF = \sin (45^\circ + \angle BCF) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{15}{17} + \frac{8}{17} \right) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17} = \frac{23\sqrt{2}}{34}$$

~~$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF$$~~

~~$$17^2 \cdot 2 = 16^2 + AC^2 - 2 \cdot 16 \cdot AC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$~~

$$17^2 \cdot 2 = 16^2 + AC^2 - 16 AC \sqrt{2}$$

$$AC^2 - 16\sqrt{2} \cdot AC - (17^2 \cdot 2 - 16^2) = 0$$

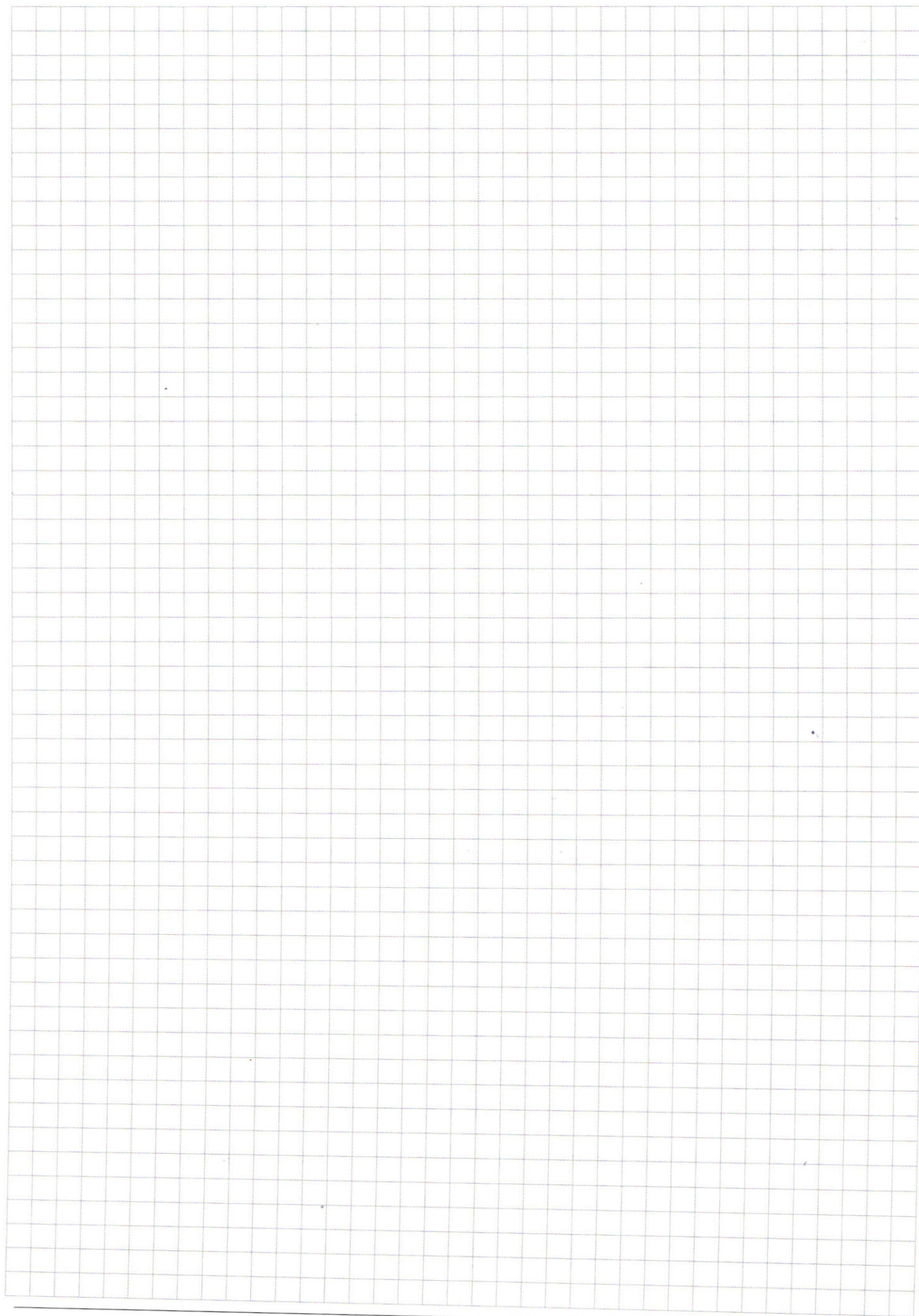
~~$$AC^2 - 16\sqrt{2} \cdot AC - 322 = 0$$~~

$$\frac{D}{4} = 128 + 322 = 450 = 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2$$

$$\begin{cases} AC = 23\sqrt{2} \\ AC < 0 \end{cases}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot \frac{23\sqrt{2}}{34} \cdot 34 \cdot AC = 23^2$$

Решение задачи

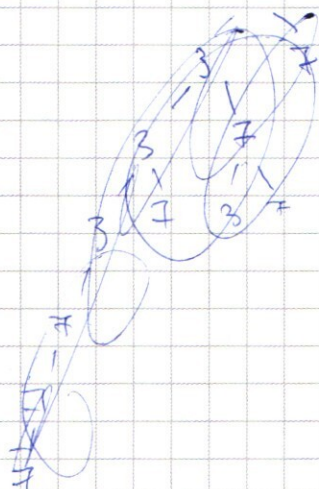


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6	9	8	2	7	3
2	1	6	0	9	3
7	2	0	3	3	.
2	4	0	1	7	.
3	4	3	1	7	.
	4	9	7		
	4	7	7		
	4	7	1		



ex

$$C_3^3 \cdot 8 = \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot 8 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8}{3 \cdot 2} = 280$$

$$C_7^2 \cdot C_6 \cdot 5 = \frac{7!}{5! \cdot 2!} \cdot 6 \cdot 5 =$$

$$= \frac{3 \cdot 7}{2} \quad 30 = 630$$

$$C_6^4 \cdot 2 = \frac{6!}{4!2!} \cdot 2 = \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 2$$

$$\cos 7x + \cos 3x = \cos(7x+3x) + \cos(7x-3x)$$

$2 \cos 7$

$$\begin{cases} a+b=7x \\ a-b=3x \end{cases}$$

$$2a = 108$$

$$a = 5\lambda$$

$$\theta = 2\lambda$$

$$\sin 7x - \sin 3x = 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 5x \cos 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 2x (\cos 5x + \sin 5x) = -\sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 2x \sin(5x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2} \cos 4x$$

$$\cos 2x \sin(5x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{1}{2} (\cos^2 2x - 1)$$

$$\cos 2x \sin(5x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} - \cos^2 2x$$

$$2 \cos^2 2x + 2 \cos 2x \sin(5x + \frac{\pi}{4}) - \frac{1}{2} = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

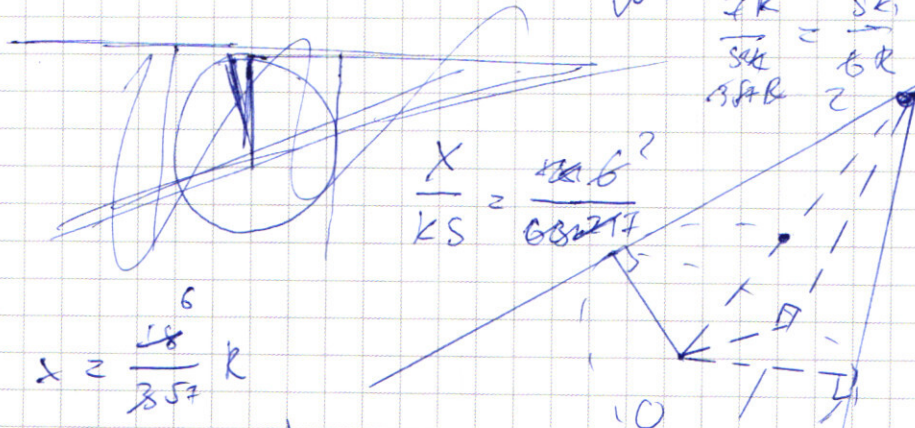
$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -\sqrt{2} \cdot 3x = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{40}{5k} = \frac{5k_1}{50}$$

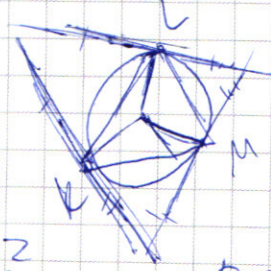
$$\frac{4}{7R} = \frac{5k_1}{6R}$$

$$\left(\frac{a}{a+2R} \right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{a}{a+2R} = \frac{3}{4}$$



$$x = \frac{6}{3.57} R$$



$$KS = 3\sqrt{2} R$$

$$KS = 7R \cdot 9R$$

$$4a + 3a = 3\sqrt{2} = \frac{3R}{4x}$$

$$\frac{a-R}{a+R} = \frac{3}{4}$$

$$4a - 4R = 3a + 3R$$

$$a = 7R$$

$$R = \frac{1}{7} a$$

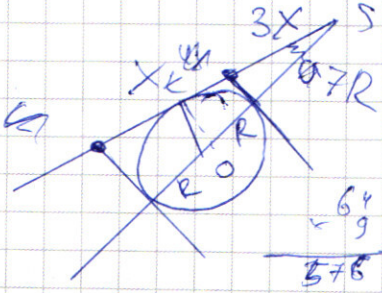
$$\frac{(8R)^2}{KS} =$$

$$8R^2 \cdot 4S^2 \cdot K^2$$

$$4.53 \cdot 16.03 \cdot 48$$

$$\left(\frac{a}{a+2R} \right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\frac{a}{a+2R} = \frac{3}{4}$$



$$\frac{64}{5+6}$$

$$R = \frac{1}{6} a$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{4x} = \frac{3R}{4x}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 &xy^2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} y > 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y < 0 \\ x < 0 \end{cases} \\
 & \quad \quad \quad -y = \frac{2}{x}, \quad x > 0 \quad \rightarrow \quad \ln \frac{2x^2}{x^2} = 2 \ln 2 \\
 & \quad \quad \quad y < 0 \quad \rightarrow \quad 2 \ln 3 - 1 < 0 \\
 & \quad \quad \quad y^2 + 2xy + x^2 - 3x^2 = 0 \quad \rightarrow \quad 2 \ln 3 > 1 \\
 & \quad \quad \quad y(y + 2x + x) - 3x(x + 4 + x) = 0 \quad \rightarrow \quad -2x - 16 < 16 \quad \ln 3 > \frac{1}{2} \\
 & \quad \quad \quad y^2 + 2xy + 4y = 0 \quad \rightarrow \quad x = -16 \quad 3 > \sqrt{e} \\
 & f(\varphi(g(x))) = y^2 + (2x + 4)y = 3x^2 + 12x \quad \rightarrow \quad 2y = 32 \quad 3 > \sqrt{e} \\
 & \quad \quad \quad y = 16 \\
 & z = f(\varphi(g(x))) \quad y^2 + 3xy + 4y = 3x^2 + 12x + xy \quad \rightarrow \quad 3^{\ln 3x} \cdot \ln 3 \cdot \ln 3x \\
 & \quad \quad \quad \circ \varphi'(g(x)) \cdot g'(x) \quad y(y + 3x + 4) = x(y + 4)(3x + 12) \cdot \frac{1}{3x} \cdot 3 \cdot \ln 3 \\
 & \quad \quad \quad y^2 + 4y = 3x(y + 4) \quad \rightarrow \quad 2 \ln 3 \cdot x^{2 \ln 3 - 1} \quad f(g(x)) = f(g(x)) \cdot g'(x) \\
 & \quad \quad \quad \left(\frac{x^7}{x} \right)^{\ln z} = \frac{2 \ln(xz^2)}{2 \ln 3} \quad \rightarrow \quad 2 \ln 3 - 1 \\
 & \quad \quad \quad z^2 - 2xz - 3x^2 + 12x + 4 - yz = 0 \quad \rightarrow \quad (a^x)' = \frac{a^x}{\ln a} \ln a \cdot a^x \\
 & \quad \quad \quad x^7 \ln z = z^{\ln z} \cdot \ln(xz^2) \quad \rightarrow \quad \ln x \\
 & \quad \quad \quad z^2 + 4xz - 4z = 3x^2 - 12x + 3 \cdot 2x \quad \rightarrow \quad x^{1/x} = 1 \\
 & \quad \quad \quad z(z + x - 4) = 3x(x + z - 4) \quad \rightarrow \quad (1^x)' = 1^x \cdot \ln 1 = 0 \\
 & \quad \quad \quad (3x - z)(z + x - 4) = 0 \quad \rightarrow \quad 3 \cdot 3^{\ln 3x} \\
 & \quad \quad \quad x^{\ln z^2 - \ln x^2 z^2} = z^{\ln z}
 \end{aligned}$$

$$\ln \log_3 x^{2 \ln 3} = \ln 3x$$

$$\frac{\ln x^{2 \ln 3}}{\ln 3} = \ln 3x$$

$$2 \ln 3 \cdot \ln$$

$$|x+y+8| + |x-y+8| = 16$$

$$\text{при } x+y+8 \geq 0$$

$$x+y+8 \geq 0$$

$$x+y+8 + x-y+8 = 16$$

$$x=0 \Rightarrow y \geq -8$$

$$x+y+8 \leq 0; \quad x-y+8 \geq 0$$

$$x-y+8 + x-y+8 = 16$$

$$-2y = 16$$

$$y = -8 \Rightarrow 0 \leq x \leq 16$$

$$x-y+8 \leq 0$$

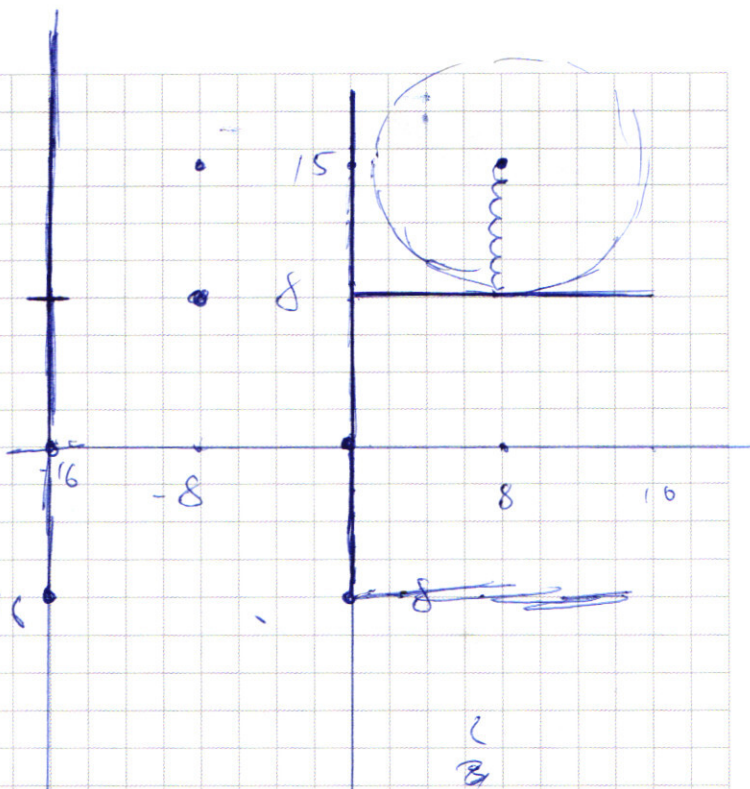
$$-x-y-8 - x-y-8 = 16$$

$$-2x = 32$$

$$x = -16 \Rightarrow y \geq -8$$

$$-8-y \leq 0$$

$$y \geq -8$$



$$y < 0 \quad \frac{16}{4} = 4$$

$$y > 0 \quad \frac{2.5}{4} = \frac{5}{8}$$

$$8^2 + 15^2 = 725 + 645$$

$$= 1370 = 17^2$$

$$(17^2 - 15^2) = (17-15)(17+15) =$$

$$= 2 \cdot 32$$

$$7^2 + 8^2 = (7+8)^2 - 2 \cdot 7 \cdot 8 =$$

$$= 225 - 112 =$$

$$= 113$$

$$= 113$$