

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

③. $\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$ ОДЗ: $\begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$

$-\frac{x^7}{y} > 0$ по ОДЗ $\Rightarrow \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} > 0$; $x > 0$ по ОДЗ $\Rightarrow x^{2\ln(xy^2)} > 0$

$\ln\left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = \ln x^{2\ln(xy^2)}$ (логарифмич. тождество, т.к. обе части > 0)

$\ln(-y) \cdot \ln\left(-\frac{x^7}{y}\right) = 2\ln(xy^2) \cdot \ln x$

$\ln(-y) \cdot (\ln x - \ln y) = 2(\ln x + \ln(y^2)) \cdot \ln x$

$\ln(-y) \cdot \ln x - \ln^2(-y) = 2\ln^2 x + 2\ln x \cdot \ln(-y)^2$

$\ln x \cdot \ln(-y) - \ln^2(-y) - 2\ln^2 x - 4\ln x \cdot \ln(-y) = 0$

$3\ln x \cdot \ln(-y) - \ln^2(-y) - 2\ln^2 x = 0$

пусть $a = \ln x$, $b = \ln(-y)$

$3ab - a^2 - b^2 = 0$

$ab + 2ab - a^2 - b^2 = 0$

$a(b-a) - b(b-a) = 0$

$(a-b)(b-a) = 0$

возвращаемся к замене: $(\ln(-y) - 2\ln x)(\ln(-y) - \ln x) = 0 \Leftrightarrow$

I. $\ln(-y) = 2\ln x$

II. $\ln(-y) = \ln x$

II. $\ln(-y) = \ln x$;

$-\frac{y}{x} = x$

$y^2 - 2xy - 3x^2 - 12x + 4y = 0$;

$-4y^2 - 8y = 0$;

$y^2 + 2y = 0$;

$y = 0$ - не ур. ОДЗ $\begin{cases} y = -2 \\ x = 2 \end{cases}$ - решение

I. $\ln(-y) = 2\ln x$;

$\ln(-y) = \ln x^2$ (с учетом ОДЗ)

$-\frac{y}{x} = x^2 \Leftrightarrow y = -x^2$

$x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0$;

$x(x^3 - 2x^2 - 7x + 12) = 0$; $\because x \neq 0$ по ОДЗ

по т. Безу $x = 3$ - корень

$(x-3)(x^2 + x - 4) = 0$

$x = 3$;

$y = -9$ - решение

$x^2 + x - 4 = 0$;

$D = 1 + 16 = 17$

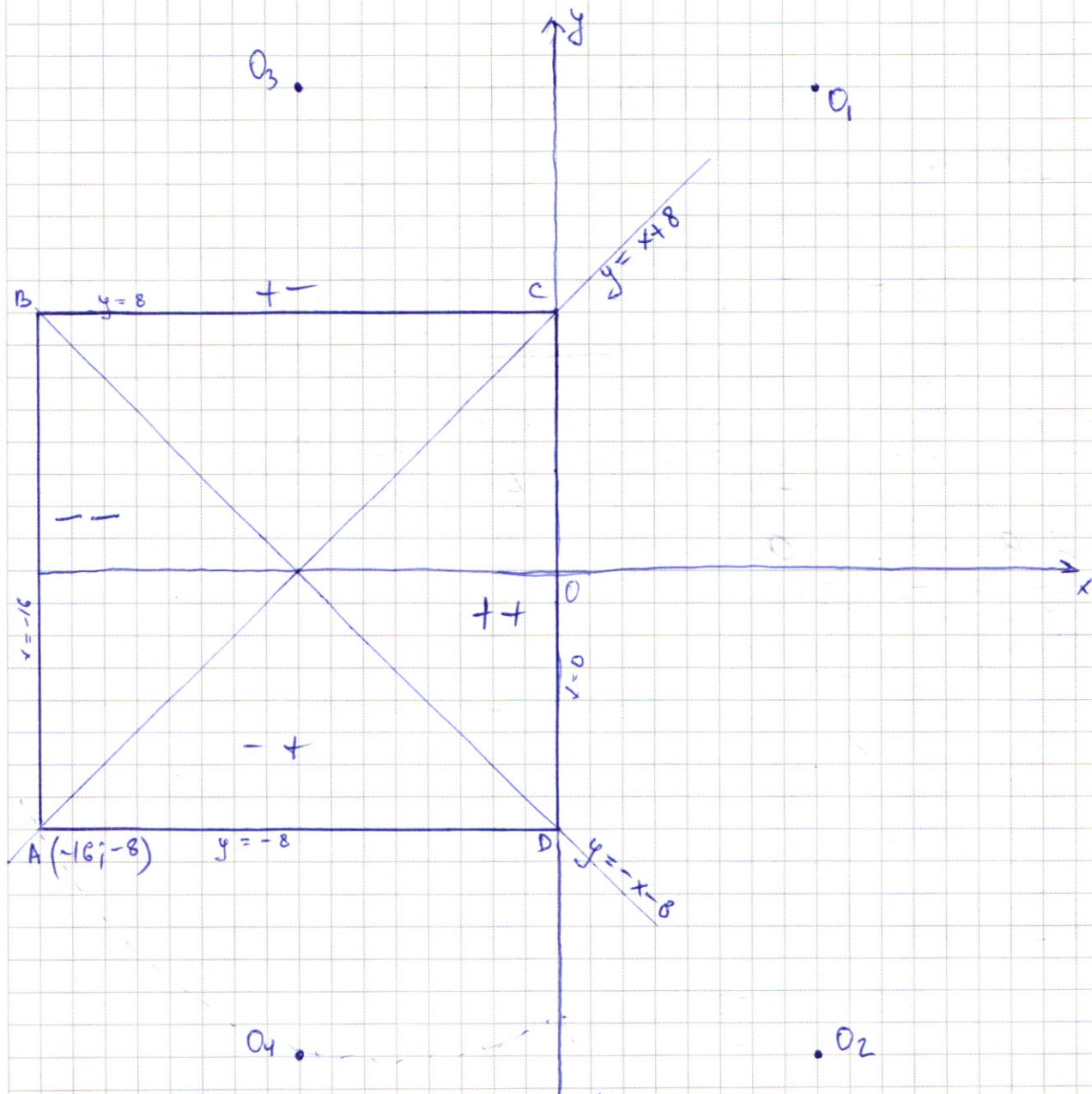
$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$ - не ур. ОДЗ

$y = -\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}\right)^2 = -\frac{18 - 2\sqrt{17}}{4}$

Ответ: $(2; -2)$, $(3; -9)$, $\left(\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}; -\frac{18 + 2\sqrt{17}}{4}\right)$

5.
$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

$a = ? - 2 \text{ перс.}$



$y = -x - 8 - 0$ I-го модуля
 $+ + \left. \begin{aligned} x+y+8 + x-y+8 &= 16; \\ 2x &= 0; \\ x &= 0; \end{aligned} \right\}$

$+ - \left. \begin{aligned} x+y+8 - x+y-8 &= 16; \\ 2y &= 16; \\ y &= 8 \end{aligned} \right\}$

$- + \left. \begin{aligned} -x-y-8 + x-y+8 &= 16; \\ -2y &= 16; \\ y &= -8 \end{aligned} \right\}$

$- - \left. \begin{aligned} -x-y-8 - x+y-8 &= 16; \\ -2x &= 32; \\ x &= -16 \end{aligned} \right\}$

$y = x + 8 - 0$ II-го модуля

определим знаки областей,
 представит $(0; 0)$

$$\begin{aligned} & (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \\ + + \left. \begin{aligned} (x-8)^2 + (y-15)^2 &= (\sqrt{a})^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & a \geq 0 \\ & \text{с центром } (8; 15), r = \sqrt{a} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 + - & \rightarrow (x-8)^2 + (y+15)^2 = a - \odot \text{ с центром } O_1(8; -15), r = \sqrt{a} \\
 - + & \rightarrow (x+8)^2 + (y-15)^2 = a - \odot \text{ с центром } O_3(-8; 15), r = \sqrt{a} \\
 - - & \rightarrow (x+8)^2 + (y+15)^2 = a - \odot \text{ с центром } O_4(-8; -15), r = \sqrt{a} \\
 + + & : x \geq 0, y \geq 0 \\
 + - & : x \geq 0, y < 0 \\
 - + & : x < 0, y \geq 0 \\
 - - & : x < 0, y < 0
 \end{aligned}$$

ровно 2 рещ, когда $\odot O_3$ и $\odot O_4$ касаются $y = -8$ и $y = 8$ соответственно.

$$r(O_4, y = -8) = r(O_3, y = 8) = 7 \Rightarrow r = 7 \Rightarrow a = 49$$

2 решения будет, когда $A \in \odot O_4$, $B \in \odot O_3$:

$$\begin{aligned}
 A(-16; -8) \text{ в } \odot O_4 : (-16+8)^2 + (-8+15)^2 &= a; \\
 64 + 49 &= a; \\
 a &= 113 \quad \text{относ. } O(0;0)
 \end{aligned}$$

$(|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a$ - симметрич. относ. Ox и Oy , поэтому если $A \in \odot O_4$, $B \in \odot O_3$ симметрич. относ. Ox то $B \in \odot O_3$

Ответ: $a = 49$, $a = 113$.

$$1) 64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1$$

т.к. ~~нужно~~ произведение цифр числа = 64827, значит число должно состоять из 4 "7" (т.к. $7 \cdot 7 = 49$ - таковы цифры нет), 3 "3" или 1 "1" или "3", "9" и 2 "1" тогда возможные кандидаты цифр:

$$I. 77773331 \quad II. 77773911$$

I. пусть "1" стоит на I-ой позиции:

1., тогда на II-ой стоит "7" или "3" - 2 способа на III-й и IV-й позициях тем же 2 способа с V по VIII - то, что останется - 1 способ. Тогда расстановки: $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 8$

"1" может стоять на любой из 8-ми позиций, тогда всего вариантов для I случая: $8 \cdot 8 = 64$

II. пусть "3" стоит на I-ой позиции:

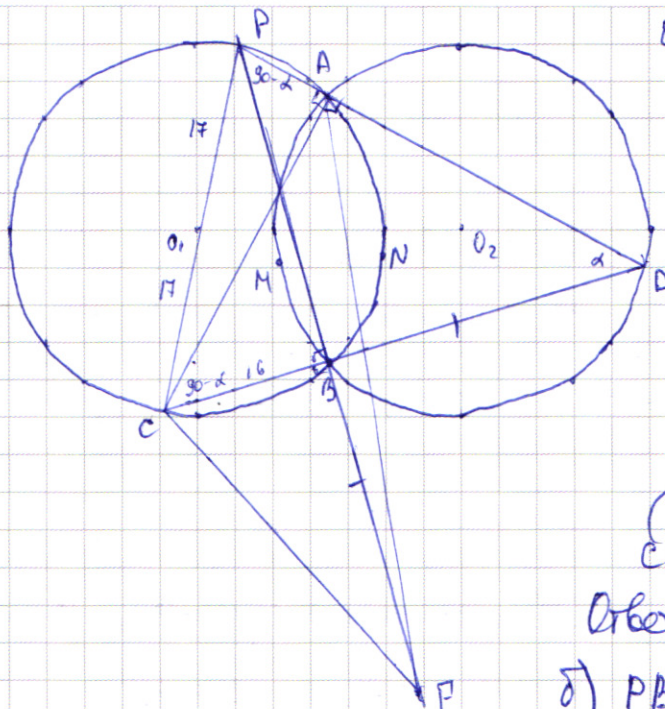
3., тогда на II-й и 3-х цифр (9, 7 или 1), на III-й и IV-й и V-й и 2-х цифр (7, 3 или 1), расстановки: $1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 12$

"3" стоит на V-й и 8-ми позициях, тогда всего вариантов для II случая: $8 \cdot 12 = 96$

$$\text{всего чисел: } 96 + 64 = 160$$

Ответ: 160 чисел

6.



а) Пусть $BP \perp CD$, $P \in \odot O_1$
 т.к. $\angle CBP = 90^\circ \Rightarrow CP$ -diam.
 $\Rightarrow CP = 34$
 т.к. $\angle CAD = 90^\circ$ (по усм.),
 $\angle CAP$ тоже $= 90^\circ$ (свойство)
 $\Rightarrow \Delta A \cap \odot O_1 = P$
 т.к. $\Gamma_1 = \Gamma_2$, где Γ_1 -
 радиус $\odot O_1$, Γ_2 - радиус
 $\odot O_2 \Rightarrow \angle AMB = \angle ANB \Rightarrow$
 $\angle ADB = \angle BPD = \alpha = 45^\circ$
 $(\Delta PBD - \text{равнобедр.}, \text{прямой})$
 $\Rightarrow PB = BD = BF$ (по усм.)
 CB - середин. $\perp$ к PP
 $(CB \perp PF) (PB \text{ по усм.}), BP = BF \Rightarrow$
 $CP = CF = 34$

Ответ: а) ~~34~~ $CF = 34$

$$\delta) PB = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{(34+16)(34-16)} = \sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{2 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 9} = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30 = BF$$

$$\sin \angle BCF = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}, (\Delta CBF)$$

$$\cos \angle BCF = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

$$\angle ACF = 45^\circ + \arcsin \frac{15}{17}$$

$$\sin \angle CPA = \frac{16}{34} = \frac{8}{17} (\Delta CPB)$$

$$\angle CPA = 45^\circ + \arcsin \frac{8}{17}$$

$$\frac{AC}{34} = \sin \angle CPA; (\Delta CPA)$$

$$AC = 34 \sin \angle CPA = 34 \sin (45^\circ + \arcsin \frac{8}{17})$$

$$S_{\Delta ACF} = \frac{1}{2} \sin \angle ACF \cdot AC \cdot CF = \frac{1}{2} \sin (45^\circ + \arcsin \frac{15}{17}) \cdot$$

$$34 \sin (45^\circ + \arcsin \frac{8}{17}) \cdot 34 = \frac{1}{2} (\sin 45^\circ \cos (\arcsin \frac{15}{17}) +$$

$$+ \cos 45^\circ \sin (\arcsin \frac{15}{17})) \cdot 34 (\sin 45^\circ \cos (\arcsin \frac{8}{17}) +$$

$$+ \cos 45^\circ \sin (\arcsin \frac{8}{17})) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{8}{17} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{15}{17} \right) \cdot$$

$$34 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{15}{17} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{8}{17} \right) \cdot 34 = \frac{\sqrt{2}}{4} \left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17} \right) \cdot 17 \sqrt{2} \left(\frac{15}{17} + \frac{8}{17} \right) \cdot 34 =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{23}{17} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{23}{17} \cdot 34 = \frac{2 \cdot 23 \cdot 23}{4 \cdot 17} = \frac{23 \cdot 23}{17} = \frac{529}{17}$$

Ответ: б) $S_{\Delta ACF} = \frac{529}{17}$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 81 \\ \hline 648 \\ 6561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6561 \\ \times 81 \\ \hline 52488 \\ 6561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64827/9 \\ 63 \quad 7203 \\ \hline 18 \quad 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203/3 \\ 6 \quad 2401 \\ \hline 12 \quad 29 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2901/7 \\ 21 \quad 343 \\ \hline 30 \quad 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343/13 \\ 26 \quad 26 \quad 343/2 \\ \hline 83 \quad 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343/17 \\ 20 \quad 39 \quad 2 \\ \hline 23 \quad 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343/28 \\ 12 \quad 113 \quad 343/7 \\ \hline 92 \quad 28 \quad 49 \end{array}$$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0;$
 $2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0;$
 $2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0;$
 $\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \cos 4x = 0;$
 $\frac{1}{2} (\sin(2x+5x) - \sin(2x-5x)) + \sqrt{2} \cos x \cos 4x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \sin x \sin 4x (\cos 2x + \sin 2x) - \cos 4x = 0;$
 $\cos 2x + \sin 2x \geq \cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos x$
 $2 \cos 5x = 2 \cos x \cos 4x - 2 \sin x \sin 4x + \sqrt{2} \cos 4x =$
 $2 \cos x \cos 4x (\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos x) - 2 \sin x \sin 4x (\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos x) + \sqrt{2} \cos 4x$
 $\cos 4x (2 \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos x) + \sqrt{2}) - 2 \sin x \sin 4x (\cos^2 x - \sin^2 x + 2 \sin x \cos x) + \sqrt{2} \cos 4x$
 $\cos^2 2x - \sin^2 2x =$
 $\ln(-y) = \ln x \cdot 2 \ln(xy)$
 $\ln(-y) \cdot \ln x - \ln^2(-y) = 2 \ln^2 x + 2 \ln x \ln(y^2)$
 $3 \ln(-y) \ln x - \ln^2(-y) - 2 \ln^2 x = 0;$
 $3ab - a^2 - 2b^2 = 0;$
 $ab + 2ab - a^2 - 2b^2 = 0;$
 $a(b-a) - 2b(b-a) = 0;$
 $(b-a)(a-2b) = 0;$
 $\ln x = \ln(-y) \quad \ln(-y) = 2 \ln x;$
 $x = -y \quad -y = x^2 \Rightarrow y = -x^2$
 $y^2 - 2y^2 - 3y^2 - 12y + 4y = 0;$
 $-4y^2 - 8y = 0;$
 $y^2 + 2y = 0$
 $y = 0 \quad (y=2, x=2)$
 $x = -y$
 $y^2 - 2x^3 - 3x^2 + 12x - 4x^2 = 0;$
 $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 12x = 0;$
 $x(x^3 - 2x^2 - 7x + 12) = 0;$
 $x^3 - 2x^2 - 7x + 12 = 0$
 $27 - 18 - 21 + 12 = 39 - 39 = 0 \quad x = 3 - \text{корень}$
 $x^3 - 2x^2 - 7x + 12 \quad | x-3$
 $x^2 - 3x^2 \quad | x^2 + x - 4$
 $x^2 - 7x \quad | x^2 + x - 4$
 $-x^2 - 3x \quad | x^2 + x - 4$
 $-4x + 12 \quad | x^2 + x - 4$
 $-4x + 12 \quad | x^2 + x - 4$
 0

$$y = 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

$$x(x-3)(x^2+x-4)=0$$

$$x^2+x-4=0$$

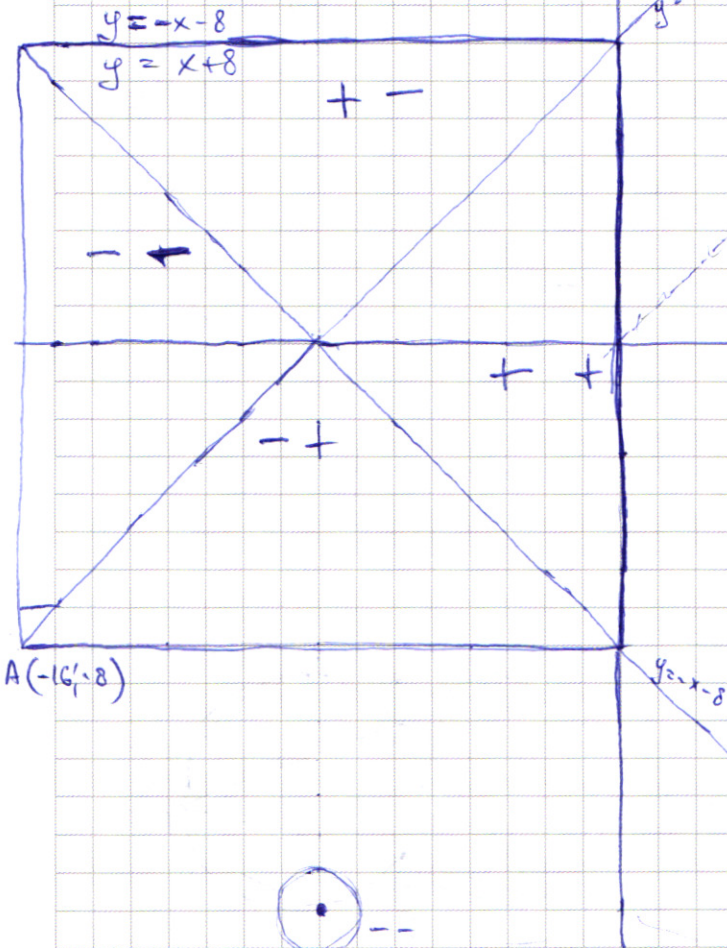
$$D=1+16=17$$

$$x_1 = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1-\sqrt{17}}{2} \text{ - не ур. 0.03}$$

$$y = -\left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)^2 = -\left(\frac{1-2\sqrt{17}+17}{4}\right) = -\frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{-18+2\sqrt{17}}{4}$$

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 2 \end{cases}$$



$$++ \rightarrow x+y+8 + x-y+8 = 16;$$

$$2x = 0;$$

$$x = 0$$

$$+- \rightarrow x+y+8 - x-y-8 = 16;$$

$$2y = 16;$$

$$y = 8$$

$$-+ \rightarrow -x-y-8 + x-y+8 = 16;$$

$$-2y = 16;$$

$$y = -8$$

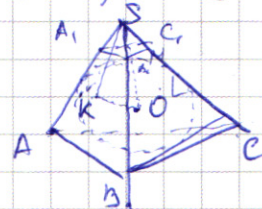
$$-- \rightarrow -x-y-8 - x-y-8 = 16;$$

$$-2x - 16 = 16;$$

$$-2x = 32;$$

$$x = -16.$$

$$\begin{aligned} & (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = 2 \\ ++ \rightarrow & (x-8)^2 + (y-15)^2 = (\sqrt{2})^2 \\ +- \rightarrow & (x-8)^2 + (y+15)^2 = (\sqrt{2})^2 \\ -+ \rightarrow & (x+8)^2 + (y-15)^2 = (\sqrt{2})^2 \\ -- \rightarrow & (x+8)^2 + (y+15)^2 = (\sqrt{2})^2 \end{aligned}$$

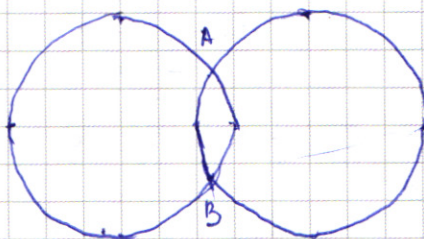


K, L, M-T.
Kare.
LKSD-?

ровно 2 рещ., когда касаются 2-х $\odot$: при $a = \sqrt{7}$

$$\begin{aligned} & P(A, 0) \\ & A(-16, -8), O(8, 15) \\ & AO = \sqrt{24^2 + 23^2} \\ & |AO| = \sqrt{576 + 529} = \sqrt{1105} \end{aligned}$$

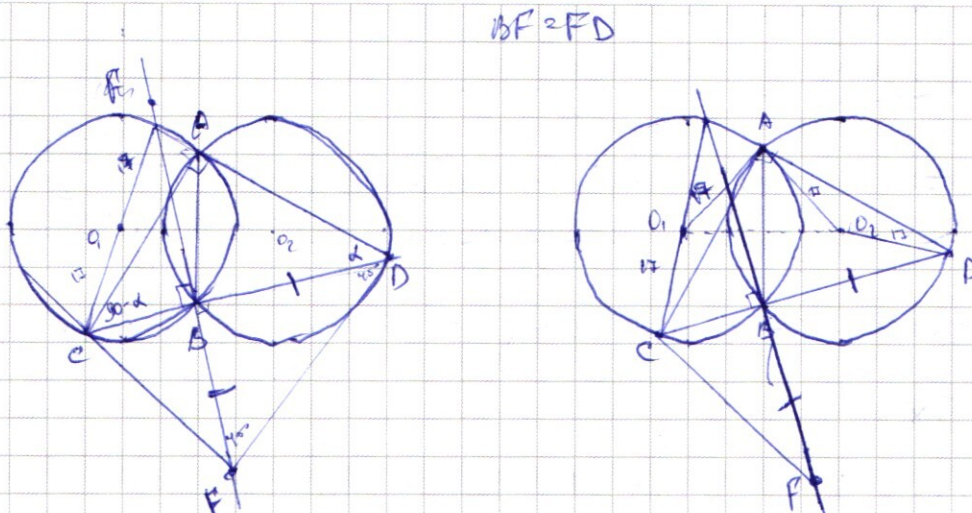
$$\begin{aligned} & (-16+8)^2 + (-8+15)^2 = 2, \\ & 64 + 49 = 2; \quad a = 113 \end{aligned}$$



$$93 = 3 \cdot 31$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{22} - 1)x \end{cases} \\ & 93 + 3^{28} \cdot x - 3x < y \leq 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ & 3^x + 4 \cdot 3^{28} < y \leq 93 + 3^{28} \cdot x - 3x \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



работ прокуверение учас/р. $\cong 84827$ от тисно данно
 решител на 7^4 и на 3^3 т.е. в тисно одержаност
 4 и 7^4 и 4^3 $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ обзаваност $3 \cdot 3^3 \cdot 4$
 $\dots \dots \dots$ $4 \cdot 7^4 \cdot 4 \cdot 1$

$$\begin{array}{r} 333 \\ 39 \\ \hline 99 \\ \hline 999 \end{array}$$

5) ~~only two 333 4 4, 7~~

$$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12 \text{ celyz.}$$

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ celyz.}$$

1 3 3 5 4 7 7 - 8 69.

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 3 & 3 & & & & & -8 \\ 4 & 5 & 7 & & & & & -8 \end{array}$$

17333 12337

173373 173372

173373

1733443

14332773 ~~14332773~~

неужели так, что ~~не~~
374 375 376 / 27

38. ~~7777~~ 333 ~~4~~
~~7777~~ 3911
~~7777~~ 8

$$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \quad 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$8 \cdot 8 = 64$$

1. 1.4 1.7 1.7 3
1.3 1.5 1.3 2.2 1.1 1.1
3. 12.8 296

$$64 + 96 = 160$$

9.

```
graph TD
    1((1)) --> 13((13))
    1 --> 17((17))
    13 --> 133((133))
    13 --> 137((137))
    17 --> 173((173))
    17 --> 177((177))
    133 --> 1333((1333))
    133 --> 1337((1337))
    137 --> 1373((1373))
    137 --> 1377((1377))
    173 --> 1733((1733))
    173 --> 1737((1737))
    1373 --> 13733((13733))
    1373 --> 13737((13737))
    13737 --> 137373((137373))
    13737 --> 137377((137377))
    137377 --> 1373773((1373773))
    137377 --> 1373777((1373777))
```

1373773 1373777

✓ ✓

13737773 13737477

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos (5x - x) = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 5x \cos x + \sqrt{2} \sin 5x \sin x = 0$$

$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x + \cos x) + \sin 5x \cos x \cos 5x + \sin 5x \sin x = 0$$

$$\cos 5x (\sqrt{2} \cos 2x + \cos x) + \sin x ($$

$$\cos 5x \cos 2x = \cos 3x \cos^2 2x - \sin 3x \sin 2x \cos 2x = (4 \cos^3 x - 3 \cos x) \cos^2 2x -$$

$$= \sin \frac{\cos 3x \cdot \frac{1 + \cos 4x}{2} - \frac{1}{2} \sin 3x \sin 4x}{\cos 3x + \cos 3x \cos 4x} - \frac{\sin 3x \sin 4x}{2}$$

$$\sin 2x \cos 5x = \sin 2x \cos 3x \cos 2x - \sin^2 2x \sin 3x = \frac{\sin 4x \cos 3x}{2} -$$

$$- \frac{1 - \cos 4x}{2} \cdot \sin 3x = \frac{\sin 4x \cos 3x}{2} - \frac{\sin 3x - \sin 3x \cos 4x}{2}$$

$$\cos 3x + \cos 3x \cos 4x - \sin 3x \sin 4x + \sin 4x \cos 3x - \sin 3x + \sin 3x \cos 4x$$

$$\cos 3x - \sin 3x$$

$$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \cos 3x + \sin 4x \cos 3x + \cos 3x \sin 4x +$$

$$+ \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2}$$

$$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x +$$

$$\cos 5x \cos 2x = (\cos 3x \cos 2x - \sin 3x \sin 2x) (\cos^2 x - \sin^2 x) =$$

$$= ((4 \sin^3 x + 3 \cos x) (\cos^2 x - \sin^2 x) - (\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x) \sin 2x) (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$= (4 \sin^3 x \cos^2 x - 4 \sin^5 x + 3 \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x - (2 \sin x \cos x$$

$$\cos 3x (\cos 4x + \sin 4x) + \sin 4x (\cos 3x - \sin 3x) + \cos 3x$$

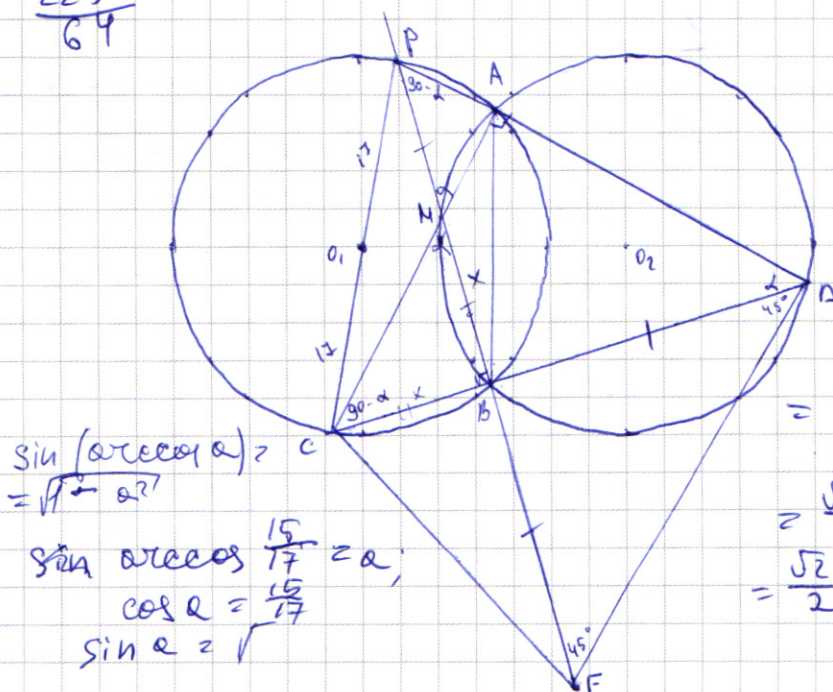
$$\frac{289}{225}$$

$$\frac{64}{64}$$

$$\frac{BM}{BD} \geq \frac{CB}{BP}$$

$$\frac{AP}{BP} \geq \frac{AB}{BP} \Rightarrow \angle APB = \angle AMB$$

$$\angle BPD = \angle PDB = 45^\circ$$



$$\sin(\arccos a) = c$$

$$= \sqrt{1 - a^2}$$

$$\sin \arccos \frac{15}{17} = a;$$

$$\cos a = \frac{15}{17}$$

$$\sin a = \sqrt{1 - \left(\frac{15}{17}\right)^2}$$

$$\sin(45^\circ + \arccos \frac{15}{17}) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\arccos \frac{15}{17}) + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - \frac{225}{289}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{15}{17} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{8}{17} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{15}{17}$$