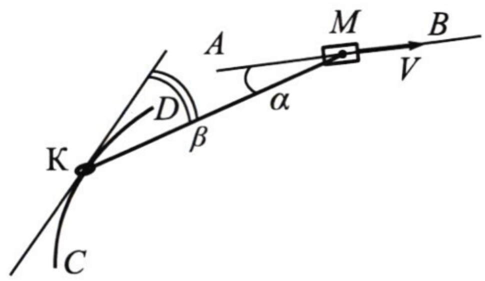
Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 11

Вариант 11-01

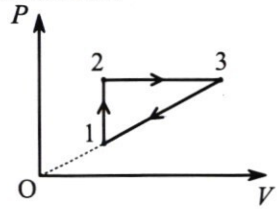
Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вло:

1. Муфту М двигают со скоростью $V = 68$ см/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой $m = 0{,}1$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 1{,}9$ м. Кольцо и муфта связаны легкой нитью длиной $l = 5R/3$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент нить составляет угол $\alpha(\cos\alpha = 15/17)$ с направлением движения муфты и угол $\beta(\cos\beta = 4/5)$ с направлением движения кольца.



1) Найти скорость кольца в этот момент.
2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
3) Найти силу натяжения нити в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.



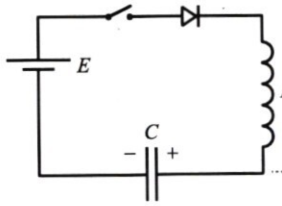
1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило повышение температуры газа.
2) Найти в изобарном процессе отношение количества теплоты, полученной газом, к работе газа.
3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.

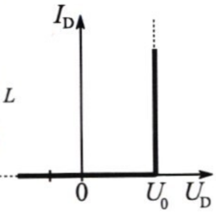
3. Обкладки конденсатора – круглые металлические сетки площадью S, расстояние между обкладками d $\left(d << \sqrt{S}\right)$. Из точки, находящейся между обкладками на оси симметрии на расстоянии $0{,}25d$ от положительно заряженной обкладки, стартует с нулевой начальной скоростью положительно заряженная частица и через время T вылетает из конденсатора перпендикулярно обкладкам. Удельный заряд частицы $\dfrac{q}{m} = \gamma$.

1) Найдите скорость V_1 частицы при вылете из конденсатора.
2) Найдите величину Q заряда обкладок конденсатора.
3) С какой скоростью V_2 будет двигаться частица на бесконечно большом расстоянии от конденсатора?

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

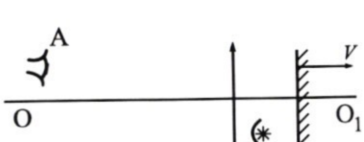
4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 9$ В, конденсатор емкостью $C = 40$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 5$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0{,}1$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В. Ключ замыкают.





1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.

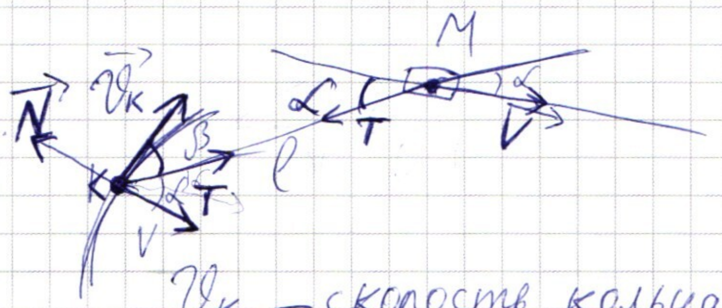
5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F, плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $3F/4$ от оси OO_1 и на расстоянии $F/2$ от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1. В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии F от линзы.



1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
3) Найти скорость изображения в этот момент.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

I)



v_K — скорость кольца

$V = 68$ см/с
$m = 0{,}1$ кг
$\cos\alpha = \frac{15}{17}$ $\cos\beta = \frac{4}{5}$
$l = \frac{5R}{3}$; $R = 1{,}9$ м

~~Так~~

Так как нить не растягивается ~~скорость её то~~ проекции скоростей концов (K, M) на нить должны быть равны.

$v_K\cos\beta = V\cos\alpha$

1) $v_K = V\cdot\frac{15}{17}\cdot\frac{5}{4} = 4\cdot\frac{15\cdot5}{4}$ см/с $= 75$ см/с

2) $|\vec{v}_{KM}| = |\vec{v}_K - \vec{v}_M| = \sqrt{v_K^2 + v_M^2 - 2v_Kv_M\cos(\alpha+\beta)} =$

$= \cancel{\sqrt{78^2+68^2-2\cdot68\cdot75\left(\frac{15}{17}\cdot\frac{4}{5}\right.}}$

$\frac{60-24}{17\cdot5} = \cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\left(\begin{matrix}\sin\alpha = \frac{8}{17}\\ \sin\beta = \frac{3}{5}\end{matrix}\right) = \frac{36}{85}$

$|\vec{v}_{KM}| = \sqrt{75^2+68^2-2\cdot75\cdot68\cos(\alpha+\beta)} =$

5 стр

$= \sqrt{(75-68)^2 + 2\cdot75\cdot68(1-\cos(\alpha+\beta))} = \sqrt{49+2\cdot75\cdot68\cdot\frac{49}{17\cdot5}} =$

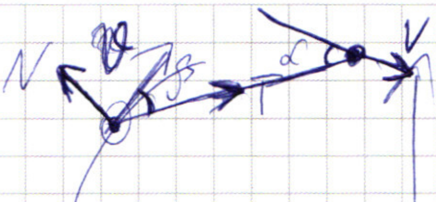
$= \sqrt{49+2\cdot15\cdot4\cdot49} = 7\sqrt{121} = 77$ см/с

~~3)~~ $\cancel{\frac{mv_K^2}{R} = T\sin\beta \quad T = \frac{0{,}1\text{кг}\cdot\left(\frac{75}{100}\text{м/с}\right)^2}{1{,}9\text{м}\cdot\frac{3}{5}} = \frac{15}{16\cdot19} = \frac{15}{304}\text{ Н}}$

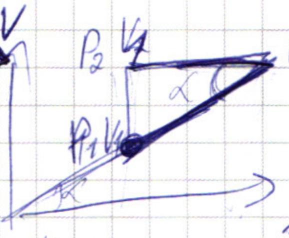
~~Ответ 1) 78 см/с 2) 77 см/с 3) $\frac{15}{304}$ Н ≈ 0,05 Н~~

$T\sin\beta - N = \frac{mv_k^2}{R}$

$A = \frac{(P_2-P_1)^2 V_1}{2P_1}$



$P_2 V_3 = V_1 \frac{P_2}{P_1}$



$x = \frac{P_2}{P_1} = \frac{V_3}{V_1}$

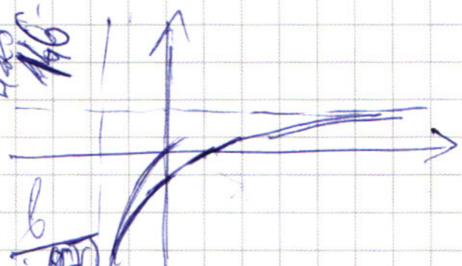
$\frac{3}{2}V_1(P_2-P_1) + \frac{5}{2}P_2\left(V_1\left(\frac{P_2-P_1}{P_1}\right)\right)$

$V_3 = V_1 \cdot \frac{P_2}{P_1}$

$\eta = \frac{A}{Q^+} = \frac{P_2-P_1}{2P_1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{2}\frac{P_2}{P_1}\right)} = \frac{P_2-P_1}{V_3-V_1} = \frac{P_2}{V_3} - \frac{P_1}{V_1}$

$= \frac{x-1}{3+5x} = \frac{1}{5}\frac{5x-5}{5(3+5x)} = \frac{5x+3-8}{5(3+5x)} = \frac{1}{5} - \frac{8}{5(3+5x)}$

$39 \cdot 25 \cdot 17 = 500 - 75 = 425$

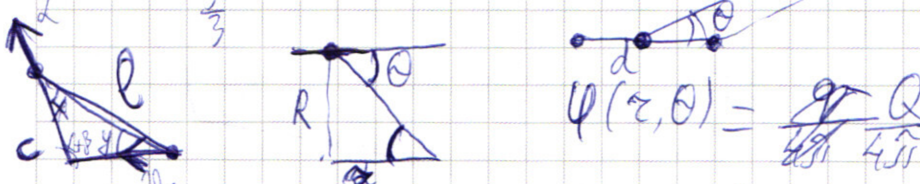


$\eta = \frac{1}{5} - \frac{8}{5(3+5x)}$

$\lim_{x\to\infty} \eta = \frac{1}{5}$

$\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^R \frac{d(R^2)}{(r^2+R^2)^{1/2}} \qquad \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((r^2+R^2)^{1/2} - R\right)$

$\frac{l}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{b}{\sin\alpha}$



$\varphi(r,\theta) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d\cos\theta}{r^2}$

$-\frac{2rd}{r^2+R^2}$

$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{rd}{(r^2+R^2)^{1/2}}\right)$

$v_k = v\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$

$\frac{2\pi R\,dR\cdot\sigma}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot d\,\frac{r}{\sqrt{R^2+r^2}} =$

$= \frac{\sigma d}{2\varepsilon_0 r}\int_0^R \frac{R\,dR}{\sqrt{R^2+r^2}} = \frac{\sigma d}{4\varepsilon_0 r}\,2\left((R^2+r^2)^{1/2} - r\right) = \frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}\left(\left(1+\frac{R^2}{r^2}\right)^{1/2} - 1\right) \approx$

$\approx \frac{\sigma d R^2}{4\varepsilon_0 r^2} = \frac{Qd}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \frac{\sigma d}{4\varepsilon_0}\left(\frac{d}{2R}\left(\frac{d^2}{4R^2}+1\right)^{1/2} - 1\right) =$

$= \frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}\left(\frac{2R}{d}\right) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 R} \quad \frac{Qq}{\varepsilon_0\pi\sqrt{S}} + \frac{mv_1^2}{2}$

$\frac{m\cdot 2{,}25 d^2}{2T^2} - \frac{1{,}5d\sqrt{S}\,m}{T^2\sqrt{\pi}} \quad \frac{m\,1{,}5d}{T^2}\left(\frac{1{,}5d}{2} - \sqrt{\frac{S}{\pi}}\right)$

$v_k = v\frac{\cos\alpha}{\cos(\theta-\alpha)} = v\cdot\frac{-\sin\alpha\cos(\theta-\alpha) + \sin(\theta-\alpha)\cos\alpha}{\cos^2(\theta-\alpha)} = \frac{\sin(\theta-2\alpha)}{\cos^2(\theta-\alpha)}\dot{\alpha}$

☑ черновик ☐ чистовик

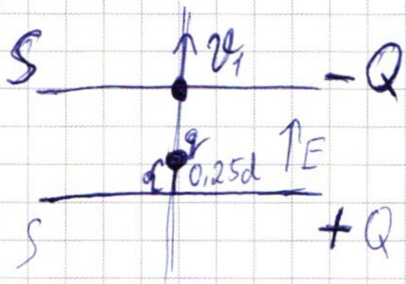
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3)



$\gamma = \frac{q}{m}, S, T, d$

$E = \frac{Q}{S\varepsilon_0}$

$\frac{m v_1^2}{2} = 0{,}75\cdot d\cdot\frac{Q}{S\varepsilon_0}\cdot q$

$v_1 = \sqrt{\frac{1{,}5 d Q}{S\varepsilon_0}\gamma}$

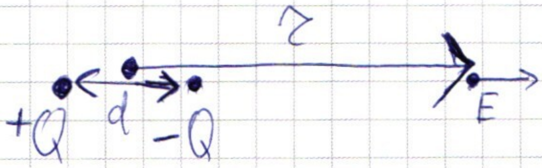
$a = \frac{E}{m} = \frac{Q\gamma}{S\varepsilon_0}$ $\quad 0{,}75d = \frac{Q\gamma}{S\varepsilon_0}\frac{T^2}{2}$

$\frac{Q\gamma}{S\varepsilon_0} = \frac{1{,}5d}{T^2}$

1) $v_1 = \frac{1{,}5d}{T}$ $\qquad$ 2) $Q = \frac{1{,}5d}{T^2}\cdot\frac{S\varepsilon_0}{\gamma}$

3)

Смотреть на 8 стр.



~~Смотреть на 8 стр.~~

$\varphi(r) = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(r-\frac{d}{2})^2} - \frac{1}{(r+\frac{d}{2})^2}\right) \approx \frac{-Qd}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

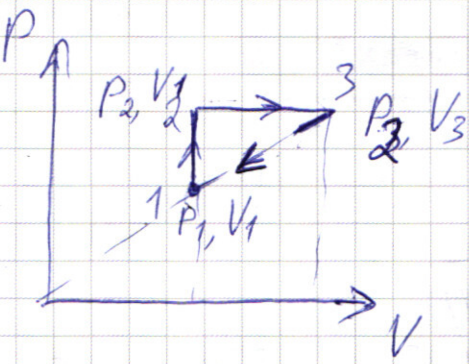
$\frac{m v_1^2}{2} - \frac{Q d}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{qQd}{4\pi\varepsilon_0(\frac{d}{2})^2} = \frac{m v_2^2}{2}$

$v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{2Qq}{m\pi\varepsilon_0 d}} = \sqrt{\frac{2{,}25d^2}{T^2} - \frac{3S}{T^2\pi}}$

E – вне конденсатора $= 0 \Rightarrow v_2 = v_1 = \frac{1{,}5d}{T}$

Ответ $v_1 = \frac{1{,}5d}{T}$, $Q = \frac{1{,}5d}{T^2}\cdot\frac{S\varepsilon_0}{\gamma}$; $v_2 = \frac{1{,}5d}{T}$

II) $PV = \nu RT$ $\quad \nu = 1$ моль $\Downarrow$ $PV = RT$



1) T повышается $\Leftarrow$ $(P\cdot V) \to$ повышается $\Leftarrow$ $(1\to2;\ 2\to3)$

$(1\to2) \xrightarrow{V=const} C_V \qquad C(2\to3) \Rightarrow C_p$ ($P=const$)

$\cancel{C\,dT =}$

$$\frac{C_p}{C_V} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3}$$

2) $\cancel{Q=}$ $P_2 = P_3$;

$$\frac{P_2}{V_3} = \frac{P_1}{V_1} \Rightarrow V_3 = V_1 \cdot \frac{P_2}{P_1}$$

$$Q_{2\to3} = C_p \Delta T = C_p \frac{P_2(V_3 - V_1)}{R} = \frac{5}{2} P_2 (V_3 - V_1)$$

$$A_{2\to3} = P_2(V_3 - V_1)$$

$$\frac{Q_{2\to3}}{A_{2\to3}} = \frac{5}{2}$$

3) $$A = \oint\limits_{1\to2\to3\to1} (dU + PdV) = \underbrace{\oint\limits_{1\to2\to3\to1} dU}_{=0} + \oint\limits_{1\to2\to3\to1} PdV = \frac{(P_2-P_1)(V_3-V_1)}{2}$$

$\cancel{Q^+ =}$ $Q_{12} = \frac{3}{2} \cancel{R} V_1 (P_2 - P_1) > 0 \quad Q_{23} = \frac{5}{2} P_2 (V_3 - V_1) > 0$

$$Q_{31} = -\frac{3}{2}\cancel{(P_2V_3 - P_1V_1)} - < 0$$

$$\eta = \frac{A}{Q^+} = \frac{(P_2-P_1)(V_3-V_1)}{3V_1(P_2-P_1) + 5P_2(V_3-V_1)} = \frac{V_1(P_2-P_1)^2}{3P_1V_1(P_2-P_1) + 5P_2P_1V_1\frac{(P_2-P_1)}{P_1}}$$

$$= \frac{\cancel{V_1}\,P_2 - P_1}{3P_1 + 5P_2} = \frac{1 - \frac{P_1}{P_2}}{\frac{3P_1}{P_2} + 5}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cancel{\eta\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \frac{1-\frac{P_1}{P_2}}{5+\frac{3P_1}{P_2}}} \qquad \cancel{\eta(x) = \frac{1-x}{5+3x}}$$

$$\cancel{\eta' = \frac{-1}{5+3x} - \frac{(1-x)\cdot 3}{(5+3x)^2} = 0} \qquad \frac{V_3}{V_1} = \frac{P_2}{P_1} \overset{\text{обоз.}}{=} x > 1$$

$$\cancel{5+3x-3(1-x)=0}$$

$$\cancel{6x=-2}$$

$$\eta = \frac{(P_2-P_1)(V_3-V_1)}{3V_1(P_2-P_1)+5P_2(V_3-V_1)} = \frac{1}{\frac{3V_1}{V_3-V_1}+\frac{5P_2}{P_2-P_1}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{3}{x-1}+\frac{5x}{x-1}} = \frac{x-1}{3+5x}$$

$$\eta'(x) = \frac{3+5x-5(x-1)}{(3+5x)^2} = \cancel{\frac{10x+8}{(3+5x)^2}}\ \frac{8}{(3+5x)^2} > 0 \Rightarrow \eta(x)\uparrow$$

$$\cancel{x > -\frac{8}{10} \Rightarrow \eta(x)\uparrow}$$

$$\eta(x) < \eta_{max} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{P_1V_1}{P_2V_3} = 1 - \frac{1}{x^2} = \cancel{\frac{x^2-1}{x^2}}$$

$$\cancel{\frac{x-1}{3+5x} = 1-\frac{1}{x^2}} \qquad \frac{x-1}{3+5x} < 1$$

$$\cancel{x^2(x-1) = (3+5x)x^2-(3+5x)} \qquad \cancel{x-1 < 3+5x}$$

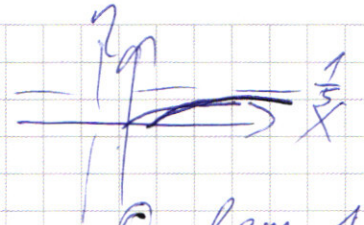
$$\cancel{x^2(4x+4)-(3+5x)=0} \qquad \cancel{4x>-4}$$

$$\cancel{4x^2(x+1)-3+5x=0} \qquad \cancel{x>-1}$$

$$\cancel{4x^2 = \frac{5x+3}{x+1} = 5-\frac{2}{x+1}} \qquad \cancel{x=1}$$

$$\cancel{\frac{x-1}{3+5x} < 1-\frac{1}{x^2} \quad 4x^2 > 5-\frac{2}{x+1}}$$

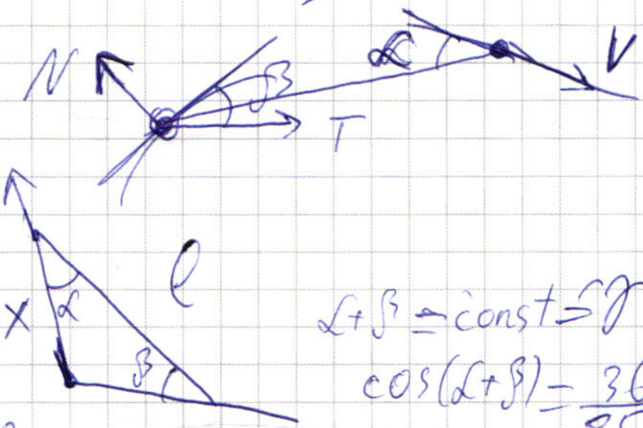
$$\eta = \frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{3}{x}+5} \longrightarrow$$



$$\lim_{x\to\infty} \eta = \frac{1-0}{0+5} = \frac{1}{5}$$

Ответ 1) $\frac{5}{3}$; 2) $\frac{5}{2}$; 3) $\frac{1}{5}$

I.3



$\cos\alpha = \frac{15}{17}$ $\cos\beta = \frac{8}{17}$

$\cos\beta = \frac{4}{5}$ $\sin\beta = \frac{3}{5}$

$\alpha+\beta = const = \gamma$

$$\cos(\alpha+\beta) = \frac{36}{85} \qquad \sin(\alpha+\beta) = \frac{15\cdot 3+8\cdot 4}{85} = \frac{77}{85}$$

$$\frac{l}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{x}{\sin\beta} \qquad \sin(\alpha-\beta) = \frac{13}{85}$$

$$v_k\cos\beta = V\cos\alpha$$

$$\frac{dv_k}{dt} = \frac{V d}{dt}\left(\frac{\cos(\gamma-\beta)}{\cos\beta}\right) = V\frac{\sin(\gamma-\beta)\cos\beta - \sin\beta\cos(\gamma-\beta)}{\cos^2\beta}\cdot\frac{d\beta}{dt} =$$

$$= V\cdot\frac{\sin(\gamma-2\beta)}{\cos^2\beta}\frac{d\beta}{dt}$$

$$\sin\beta = \frac{x}{l}\cdot\sin(\gamma) \qquad \cos\beta\cdot\frac{d\beta}{dt} = \frac{V\sin(\gamma)}{l}$$

$$\left.\frac{dv_k}{dt}\right|_{t=0} = \frac{V^2}{l}\cdot\left.\frac{\sin(\gamma-2\beta)}{\cos^3\beta}\right|_{t=0} = \frac{V^2}{l}\cdot\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos^3\beta} = \frac{V^2}{l}\cdot\frac{13}{5\cdot 17}\cdot\frac{5^3}{4^3} =$$

$$= \frac{3V^2}{5R}\cdot\frac{13}{5\cdot 17}\cdot\frac{5^3}{4^3} = \frac{3\cdot 13\cdot 5}{17\cdot 64}\frac{V^2}{R} = \frac{T\cos\beta}{m}$$

$$T = \frac{3\cdot 13\cdot 25}{17\cdot 4\cdot 64}\cdot\frac{V^2}{R}\cdot m = 10^{-5}\cdot\frac{3\cdot 13\cdot 25\cdot 4\cdot 17}{64\cdot 1{,}9}H =$$

$$= 10^{-4}\cdot\frac{3\cdot 13\cdot 25\cdot 17}{16\cdot 19} \approx 8{,}4\cdot 10^{-4}\,H$$

Ответ 1) 75 см/с 2) 77 см/с 3) 0,84 мН

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

IV

$E = 9V$

$C = 40 мкФ = 40 \cdot 10^{-6} Ф$

$V_1 = 5V$

$L = 0{,}1 Гн$

$V_0 = 1V$

1) $\dot{I}_L(t=0)$ $I_L = I_D$ — ток диода

$L\dot{I}_L$ напряж. диода

$E - U_D - L\dot{I}_D - U_C = 0$

$\dot{I}_D(0) = \frac{E - U_C(t=0) - U_D}{L}$ $U_D = U_0$

$\dot{I}_D(0) = \frac{E - V_1 - U_0}{L} = \frac{3V}{0{,}1 Гн} = 30 \, A/c$

2) $I_D \overset{об.}{=} I$

$I \to max$ $\dot{I}_D = 0$

$L\dot{I} = 0 \Rightarrow E - U_0 = U_{C_{max}} = 8V$

$W = const \Rightarrow \frac{LI_{max}^2}{2} + \frac{CU_C^2}{2} = \frac{CU_1^2}{2}$

$\Delta W = E \cdot \int I dt = E \cdot (CU_C - CU_0) = EC(U_C - U_0)$

$\frac{CU_C^2}{2} + \frac{LI_{max}^2}{2} - \frac{CV_1^2}{2} = EC(U_C - U_0)$

$\frac{LI_{max}^2}{2} = C(U_C - V_1)\left[E - \frac{U_C + V_1}{2}\right] =$

$I_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot \frac{5}{2}}{0{,}1 Гн}} = \sqrt{600 \cdot 10^{-5}} = 0{,}1\sqrt{0{,}6} A \approx$

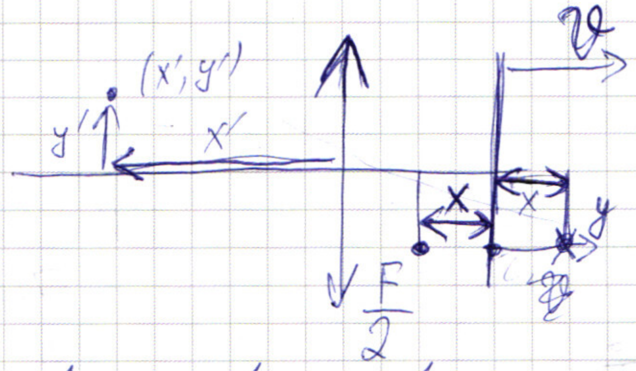
$\approx 0{,}1 \cdot 0{,}8 \approx 0{,}1 A$

3) $U_2 = const \Rightarrow \dot q = 0 \Rightarrow I = 0 \Rightarrow \dot I = 0$

$\Downarrow$

$E - U_2 = 0 \qquad U_2 = 9V$

V



$y = \frac{3F}{4}$

$\dot x = v$

$$\frac{1}{2x+\frac{F}{2}} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{F}$$

$$x' = \frac{F\left(2x+\frac{F}{2}\right)}{2x-\frac{F}{2}} = \frac{F(4x+F)}{4x-F} = F\left(1+\frac{2F}{4x-F}\right)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{\left(2x+\frac{F}{2}\right)} \qquad y' = \frac{3F}{4}\cdot\frac{x'}{\left(2x+\frac{F}{2}\right)} = \frac{3F}{4}\cdot\frac{2F}{4x-F}$$

1) $x'\left(x=\frac{F}{2}\right) = \frac{F(3F)}{F} = 3F$

2) $\cancel{v}\ v_{x'} = \dot x' = \frac{F\left(4(4x-F)-4(4x+F)\right)}{(4x-F)^2}\dot x = \frac{-4Fv\cdot(2F)}{(4x-F)^2} = -\frac{8F^2 v}{(4x-F)^2}$

$\cancel{\dot y' = \frac{3F}{4}(}\ \dot y' = -\frac{3F^2}{2}\cdot\frac{4\dot x}{(4x-F)^2} = -\frac{6F^2 v}{(4x-F)^2}$

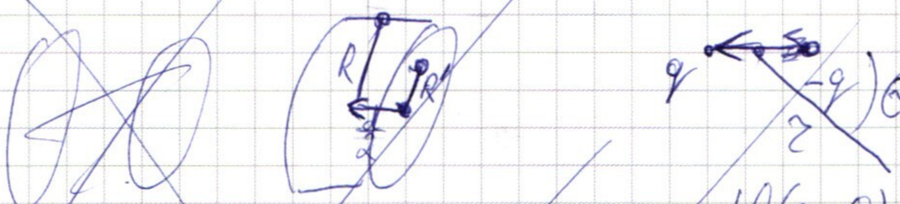
$tg\alpha = \frac{\dot y'}{\dot x'} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

3) $\dot x\left(x=\frac{F}{2}\right) = \frac{-8F^2\cdot v}{F^2} = -8v \qquad \dot y\left(x=\frac{F}{2}\right) = -6v$

$u = \sqrt{\dot x^2+\dot y^2} = v\sqrt{6^2+8^2} = 10v$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~задача продолжение~~



$$\varphi(r,\theta) = \frac{-qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\varphi(r,\theta) \approx \int_0^R \frac{2\pi R' dR' \cdot \sigma}{4\pi\varepsilon_0 r^2} d \cdot \frac{r}{R'} \leftarrow q = 2\pi R' dR' \sigma \qquad \sigma = \frac{Q}{S}$$

$$\cos\theta = \frac{r}{\sqrt{R^2+r^2}} \qquad r = \frac{d}{2}, \; r \ll R, \; \cos\theta \approx \frac{r}{R}$$

$$\varphi(r,\theta) \approx \int \frac{\sigma R' d}{2\varepsilon_0 r} \qquad r = \frac{d}{2}$$

$$\varphi = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \qquad R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

$$W = \frac{mv_1^2}{2} - q\varphi = m\left(\frac{2{,}25 \cdot d^2}{2\tau^2} - \frac{\gamma \cdot Q \cdot R}{S\varepsilon_0}\right) =$$

$$= m\left(\frac{2{,}25 d^2}{2\tau^2} - \frac{1{,}5d}{\tau^2} R\right) = \frac{1{,}5md}{\tau^2}\left(\frac{1{,}5d}{2} - R\right) < 0$$

$q \to$ не пройдёт

$$\sigma d \; \frac{0{,}75\sigma d}{\varepsilon_0} + \sigma$$

$$\frac{2\pi R dR \sigma}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+R^2)^{1/2}} = \frac{\sigma r}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{d(R^2)}{(r^2+R^2)^{3/2}} = + \frac{\sigma r}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{(R^2+r^2)^{1/2}}\right) =$$

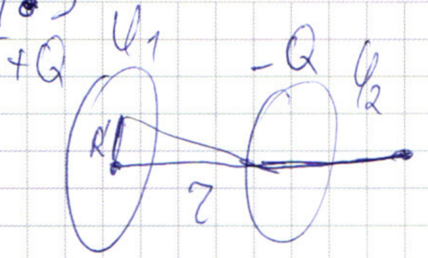
$$= -\frac{\sigma r}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(R^2+r^2)^{1/2}} - \frac{1}{R}\right)$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((r^2+R^2)^{1/2} - R\right) \qquad \varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((r^2+R^2)^{1/2} - ((r-d)^2+R^2)^{1/2}\right)$$

$$\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(r(r^2+R^2)^{1/2} - Rr - (r-d)((r-d)^2+R^2)^{1/2} + R(r-d)\right) =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(r(r^2+R^2)^{-1/2} - (r-d)((r-d)^2+R^2)^{-1/2} - Rd\right)$$

III.3



$$\varphi_1 = \int_0^R \frac{2\pi R' dR' \sigma}{2\cdot 2\pi\varepsilon_0 (R'^2+r^2)^{1/2}} = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int_0^R \frac{d(R'^2+r^2)}{(R'^2+r^2)^{1/2}} =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((R^2+r^2)^{1/2} - r\right) \qquad \varphi_2 = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((R^2+(r-d)^2)^{1/2} - (r-d)\right)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((R^2+(r-\cancel{d})^2)^{1/2} - r - (R^2+(r-d)^2)^{1/2} + r - d\right) =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((R^2+(r)^2)^{1/2} - (R^2+(r-d)^2)^{1/2} - d\right)$$

$$\varphi(r=d) \approx -\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}$$

$r >> R >> d$

$$\varphi \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left((r^2+R^2)^{1/2}\left(1-\left(1-\frac{2rd}{(R^2+r^2)}\right)^{1/2}\right) - d\right) \approx$$

$$\approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{rd}{\left(\left(\frac{R}{r}\right)^2+1\right)^{1/2}} - d\right) \approx 0$$

$$\frac{m v_1^2}{2} - \frac{\sigma d q}{2\varepsilon_0} = \frac{m v_2^2}{2}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2,25 d^2}{T^2} - \frac{Q\gamma}{S\varepsilon_0} d} = \sqrt{\frac{2,25 d^2}{T^2} - \frac{1,5 d^2}{T^2}} =$$

$$= \sqrt{0,75}\,\frac{d}{T} \approx 0,9\,\frac{d}{T}$$

Ответ $v_1 = 1,5\frac{d}{T}$; $Q = \frac{1,5 d}{T^2}\cdot\frac{S\varepsilon_0}{\gamma}$; $v_2 \approx 0,9\frac{d}{T}$