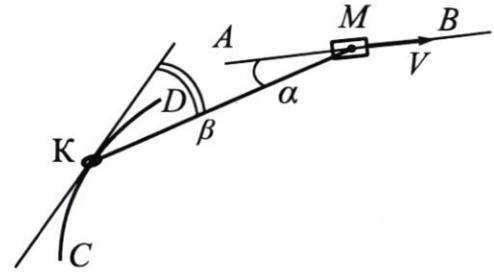


Олимпиада «Физтех» по физике, Вариант 11-02

Класс 11

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без

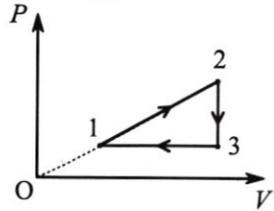
1. Муфту M двигают со скоростью $V = 40$ см/с по горизонтальной направляющей AB (см. рис.). Кольцо K массой $m = 1$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 1,7$ м. Кольцо и муфта связаны легким тросом длиной $l = 17R/15$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент трос составляет угол α ($\cos \alpha = 3/5$) с направлением движения муфты и угол β ($\cos \beta = 8/17$) с направлением движения кольца.



- 1) Найти скорость кольца в этот момент.
- 2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
- 3) Найти силу натяжения троса в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.

- 1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило понижение температуры газа.
- 2) Найти для процесса 1-2 отношение количества теплоты, полученной газом, к работе газа.
- 3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.

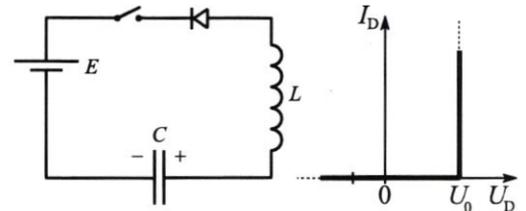


3. Обкладки конденсатора – квадратные металлические сетки, сторона квадрата во много раз больше расстояния d между обкладками. Положительно заряженная частица движется на большом расстоянии к конденсатору по оси симметрии, перпендикулярно обкладкам, влетает в него со скоростью V_1 и останавливается между обкладками на расстоянии $0,2d$ от положительно заряженной обкладки. Удельный заряд частицы $\frac{q}{m} = \gamma$.

- 1) Найдите продолжительность T движения частицы в конденсаторе до остановки.
- 2) Найдите напряжение U на конденсаторе.
- 3) Найдите скорость V_0 частицы на бесконечно большом расстоянии от конденсатора.

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

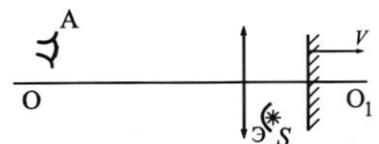
4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 3$ В, конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 6$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0,2$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В. Ключ замыкают.



- 1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
- 3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.

5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F , плоского зеркала и небольшого экрана \mathcal{E} , расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $8F/15$ от оси OO_1 и на расстоянии плоскости $F/3$ от линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии F от линзы.

- 1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель A сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
- 2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найти скорость изображения в этот момент.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4. 1) Так напряжение на катушке U_L равно $L \frac{dI}{dt}$, скорость изменения тока равна $\frac{U_L}{L}$. В начальный момент напряжение на катушке U_L равно $U_1 - \mathcal{E} - U_0 = 2\text{В}$ по второму закону Кирхгофа.

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{U_1 - \mathcal{E} - U_0}{L} = \frac{10\text{А}}{\text{с}}$$

Ответ: $\frac{10\text{А}}{\text{с}}$.

2) Всегда так максимален, напряжение на катушке равно нулю, а на конденсаторе $\mathcal{E} + U_0 = 4\text{В}$.

Энергия системы в начальный момент W_1 равна начальной энергии конденсатора:

$$W_1 = \frac{CU_1^2}{2} = 360 \text{ мкДж}$$

Энергия при максимальном токе W_2 состоит из энергии конденсатора и катушки:

$$W_2 = \frac{C(\mathcal{E} + U_0)^2}{2} + \frac{LI_0^2}{2}$$

I_0 - максимальный ток.

Работа батареи A равна $\mathcal{E} \cdot \Delta q$, Δq - заряд протекший через нее, он равен изменению заряда конденсатора:

$$\Delta q = C(\mathcal{E} + U_0) - CU_1 = C(\mathcal{E} + U_0 - U_1) = -40 \text{ мкКл}$$

$$A = C\mathcal{E}(\mathcal{E} + U_0 - U_1) = -120 \text{ мкДж}$$

По закону сохранения энергии $W_2 - W_1 = A$

Отсюда энергия катушки $\frac{LI_0^2}{2}$ равна

$$\frac{CV_1^2}{2} + C\epsilon(U_0 + \epsilon - U_1) - \frac{C(\epsilon + U_0)^2}{2}$$

$$\text{Отсюда } I_0 = \sqrt{\frac{C}{L} (\epsilon^2 + U_0^2 - U_0^2 - 2\epsilon U_1)} = 20\sqrt{2} \text{ мА} \approx 28 \text{ мА}$$

Ответ: 28 мА.

3) В установившемся режиме ток в цепи не течёт. Он перестанет течь, когда, при отсутствии диода он достигнет той же полярности направления. В этот момент напряжение на катушке снова будет равно $U_1 - \epsilon - U_0 = 0$, но будет направлено в противоположную сторону. А напряжение U_2 будет равно $2(\epsilon + U_0) - U_1 = 2\text{В}$.

Ответ: 2В

5. 1) Изображение источника в зеркале будет находиться на расстоянии $\frac{5}{3}F$ от линзы и на расстоянии $\frac{8}{5}F$ от оси OO_1 . Расстояние f между его изображением в линзе и плоскостью ~~линзы~~ линзы можно найти из формулы точной линзы:

$$f = \frac{Fd}{d-F} = \frac{5}{2}F, \text{ увеличение } \Gamma \text{ при этом равно } 1,5.$$

Ответ: $\frac{5}{2}F$

2) Изображение в зеркале движется со скоростью $2V$ от линзы. Так как $f = \frac{Fd}{d-F}$ и $\Gamma = \frac{F}{d-F}$, скорость v изображения в линзе вдоль оси OO_1 равна $v = -d \frac{dF^2}{(d-F)^2} = -d \Gamma^2 = -\frac{9}{4}d$, v' - скорость изображения в ~~линзе~~ ^{зеркале} $2V'$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_1 = \frac{g}{2} V.$$

Составляющая v_2 скорости перпендикулярная OO_1 равна h' , где h — расстояние от изображения до оси OO_1 . $h = \frac{8}{15} F \Gamma = \frac{8F^2}{15(d-F)}$,
а $h' = -\frac{8F^2 d}{15(d-F)^2} = \frac{8}{15} d \Gamma^2 = \frac{12}{5} V = v_2$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$$

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$.

3) Скорость изображения $V_{\text{и}}$, можно найти как $\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.

$$V_{\text{и}} = \sqrt{26,01} V = 5,1V$$

Ответ: $5,1V$.

3.1) Пластина летела со стороны отрицательно заряженной пластины, так как она не может пролететь через положительно заряженную пластину и внутри конденсатора равноускоренно пройти путь $0,8d$.

$$0,8d = v_1 T - \frac{a T^2}{2}, \text{ ускорение } a \text{ равно } \frac{V_1}{\Gamma}.$$

Время T равно $\frac{1,6d}{V_1}$

Ответ: $\frac{1,6d}{V_1}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.1) $I_1 = \frac{U_1 - U_0 - \mathcal{E}}{L}$

2) $\frac{LI_0^2}{2} + \frac{C(\mathcal{E} + U_0)^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} = -C\mathcal{E}(U_0 - U_1 + U_0) - C\mathcal{E}(U_0 + \mathcal{E} - U_1)$

$LI_0^2 + C(\mathcal{E}^2 + U_0^2 + 2\mathcal{E}U_0 - U_1^2) + 2C(\mathcal{E}U_1 - \mathcal{E}^2 - \mathcal{E}U_0) = 0$

~~$LI_0^2 = -C(U_0^2 + 2\mathcal{E}U_0 + \mathcal{E}U_1 - U_1^2)$~~ $LI_0^2 = -C(U_0^2 + 2\mathcal{E}U_0 - \mathcal{E}^2 - U_1^2 + 2\mathcal{E}U_1)$

~~$I_0 = \sqrt{\frac{C}{L}(U_1^2 - U_0^2 - 2\mathcal{E}U_0 - \mathcal{E}U_1)}$~~ $I_0 = \sqrt{\frac{C}{L}(\mathcal{E}^2 + U_1^2 - 2\mathcal{E}U_1 - 4\mathcal{E}U_0 - U_0^2)}$

$I_0 = \sqrt{\frac{C}{L}(\mathcal{E}^2 + U_1^2 - U_0^2 - 2\mathcal{E}U_1)} \approx 28 \text{ mA}$

~~$\eta = \frac{2d - 3 + d^2}{2d^2 - 2}$~~
 ~~$0 = (2+2)(2^2-2) - 4(2-3+d^2)$~~

3) $U_2 = 2U_0 + 2\mathcal{E} - U_1 = 2\mathcal{E}$

~~$(2+2)(4^2-4) - 8(2+2-2)d = 0$~~

2.1) $X_{23} = \frac{3}{2}R$

$C_{31} = \frac{5}{2}R$

~~$8d^3 - 4d^2 + 8d - 8 - 16d^3 - 8d^3 + 16d = 0$~~

$\frac{C_{23}}{C_{31}} = 0,6$

~~$d = d^2 + 1$~~ $d = \frac{1 + \sqrt{1-4}}{2} = \frac{1 + \sqrt{-3}}{2}$
 ~~$0 = 2(d+1)(2^2-2) - 4(2-3+d^2)$~~
 ~~$0 = 4d^3 + 4d^2 + 8d - 4 - 8d^2 + 16d$~~

2) $A_{12} = \frac{P_1 + P_2}{2}(U_2 - U_1)$

$U_2 = dU_1$

$P_2 = dP_1$

~~$0 = 2d^2 - 2 - 4d(d-1)$~~
 ~~$0 = 2d^2 + 4d - 2$~~
 ~~$d^2 - 2d + 1 = 0$~~
 ~~$d = \frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2}$~~
 ~~$d = 1$~~

$A_{12} = \left(\frac{d+1}{2}\right)P_1(d-1)U_1 = \left(\frac{d^2-1}{2}\right)P_1U_1$

$P_1U_1 = \sqrt{RT_1}$

$d^2P_1U_1 = \sqrt{RT_2}$

$A_{12} = \frac{\sqrt{R}(T_2 - T_1)}{2}$ $Q_{12} = 2\sqrt{R}(T_2 - T_1)$

$\frac{Q_{12}}{A_{12}} = 4$

3) $A = \frac{\sqrt{R}(T_2 - T_1)}{2} - \sqrt{R}(T_1 - T_2) = \frac{\sqrt{R}}{2}(2T_2 + T_2 - 3T_1)$ $A = 2\sqrt{R}(T_2 - T_1)$
 ~~$1 = \frac{2(3+T_2-3T_1)}{4(T_2-T_1)}$~~ ~~$\frac{1}{4} = \frac{3+T_2-3T_1}{2(T_2-T_1)}$~~ $T_2 = d^2T_1$ $T_3 = 2T_1$ ~~$\frac{T_3}{T_1} = \frac{T_2}{T_1}$~~ ~~$T_3 = T_2$~~

2) Пусть давление и объем в процессе 1-2 увеличатся в α раз. Тогда температура увеличится в α^2 раз, так как $p_1 V_1 = \nu R T_1$ и $p_2 V_2 = \nu R T_2$. Работа в процессе 1-2 равна площади под графиком и равна $\frac{p_1 + p_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{\alpha + 1}{2} p_1 (\alpha - 1) V_1 = \frac{(\alpha^2 - 1)}{2} p_1 V_1 = \frac{(\alpha^2 - 1)}{2} \nu R T_1 = \frac{(\sqrt{\alpha^2} - 1)}{2} \nu R T_1 = \frac{(\sqrt{\alpha^2} - 1)}{2} \nu R T_1 = \frac{\nu R (T_2 - T_1)}{2}$.

Изменение энергии в этом процессе равно $\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$.

По первому началу термодинамики $Q = A + \Delta U$, т. е. $Q_{12} = 2\nu R (T_2 - T_1)$.

$$\frac{Q_{12}}{A_{12}} = 4$$

Ответ: 4.

3) КПД η равен $\frac{A}{Q_{12}}$, где A - работа за цикл.

$$A = A_{12} + A_{31}$$

A_{31} - работа в процессе 3-1, она равна $\nu R (T_2 - T_3)$

В процессе 3-1 объем уменьшается в 2 раз, температура тоже, значит $T_3 = 2T_1$, $A_{31} = -\nu R T_1 (\alpha - 1)$

$$A = \nu R T_1 \left(\frac{\alpha^2 - 1}{2} - (\alpha - 1) \right) = \frac{(\alpha^2 - 2\alpha + 1)}{2} \nu R T_1$$

$$\eta = \frac{\alpha^2 - 2\alpha + 1}{4(\alpha^2 - 1)}$$

Максимальное значение η равно 1

Ответ: 1.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$5. \sqrt{d} = \frac{5}{3} F$$

$$\boxed{F = \frac{5}{2} F}$$

$$2) \Delta \Gamma = \frac{d + \Delta d}{\sqrt{d^2 + \Gamma^2}} \rightarrow \frac{d\Gamma + \Gamma^2 \Delta d}{d + \Delta d} - \Gamma = \frac{\Delta d (\Gamma^2 - 1)}{d}$$

$$\Delta h = \frac{8}{15} F \frac{3\Delta d}{5F} \left(\frac{5}{4} - 1 \right) = \frac{2}{5} \Delta d$$

$$\boxed{E_{\text{гид}} = \frac{4}{45}}$$

$$3) v = \sqrt{\frac{4}{25} + \frac{81}{4}} \sqrt{V} = \frac{\sqrt{2041}}{10} \sqrt{V} \approx 8 \sqrt{V}$$

$$1. \sqrt{V} \cos \alpha = V_k \cos \beta \quad V_k = \frac{V \cos \alpha}{\cos \beta} = 51 \text{ см}$$

$$2) V_{\text{ком}}^2 = \frac{V^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} + V^2 - 2V \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \cos(\alpha + \beta) = \frac{V^2}{\cos^2 \beta} (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos(\alpha + \beta))$$

$$V_{\text{ком}} = \frac{V}{\cos \beta} \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos(\alpha + \beta)}$$

$$3) T = m(V_k')$$

$$V_{k2} = \frac{V \cos(\alpha - \Delta \alpha)}{\cos(\beta + \Delta \beta)}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \Delta \alpha) = \cos \alpha + \Delta \alpha \sin \alpha$$

$$\cos(\beta + \Delta \beta) = \cos \beta + \Delta \beta \sin \beta$$

$$T = \frac{m V^2 \sin \alpha \cos \alpha}{R \cos^2 \beta} \quad a = \frac{V}{R}$$

$$0,8 \Delta \alpha = \frac{V \Delta T}{R^2}$$

$$T = \frac{16 \Delta d}{V^2}$$

$$U = \frac{V_2}{16 \gamma}$$

$$a = \frac{V U}{16 \gamma}$$

$$0,8 \Delta d = \frac{V \Delta T}{16 \gamma} - \frac{V U^2}{2}$$

$$3. \vec{a} = \gamma \vec{E}$$

$$E = \frac{C U}{\epsilon_0 S}$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$a = \frac{V U}{16 \gamma}$$

$$T = \frac{V U}{16 \gamma}$$

$$\Delta V_k = \frac{V \Delta \sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{C U \Delta \sin \alpha}{\epsilon_0 S \cos \beta}$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{C U q}{d^2} \left(\frac{1}{\cos^2 \beta} - \frac{1}{\cos^2 \beta} \right) = \frac{C U q}{4 \epsilon_0 S d} \left(\frac{25}{16} - \frac{25}{16} \right) = \frac{375 C U q}{64 \epsilon_0 S d}$$

$$\Delta \beta R = V_k T$$

$$\Delta \alpha = \Delta \beta$$

$$t = \frac{\Delta \alpha R \cos \beta}{V \cos \alpha}$$

$$W = \frac{m(V_0 - V_1)}{2}$$

$$a = \frac{V^2 \sin \alpha \cos \alpha}{R \cos^2 \beta}$$

$$a = \frac{V^2 \sin \alpha \cos \alpha}{R \cos^2 \beta}$$

$$a = \frac{V^2 \sin \alpha \cos \alpha}{R \cos^2 \beta}$$

$$a = \frac{V^2 \sin \alpha \cos \alpha}{R \cos^2 \beta}$$

$$h' = \frac{120F^2(d-F) - 120F^2d}{225(d-F)^2} = \frac{8F^2d}{15(d-F)^2} = \frac{8}{15}dF^2$$

$$h' = \frac{8F^2d}{15} \cdot \frac{1}{d(d-F)} \quad \vartheta_2 = h' = \frac{-8F^2 \cdot 15d}{225(d-F)^2} = -\frac{8F^2d}{15(d-F)^2}$$

~~$$\frac{15 d h'}{16 \rho l a c} = \frac{15 m V_1^2 d}{25 \rho \sigma l a c^2}$$~~

~~$$2(d-F)(d^2-F) - (d^2-2d+F)16d = 2d^3 - 2d^2 + 0 = 2d - 2d^3 + 16d^2 - 8d$$~~
~~$$d^2 + 1 - 2d = 0$$~~

$$3d^2 + 2d - 5 = 0$$

$$d = \frac{-2 + \sqrt{4 + 60}}{6} = 1$$

$$\frac{40}{8} \sqrt{\frac{9}{25} + \frac{64}{289} - \frac{6 \cdot 8}{5 \cdot 14} \left(\frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 14} - \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{14} \right)} = \sqrt{9 \cdot 289 + 64 \cdot 25 + 48 \cdot 36} =$$

$$= \sqrt{2601 + 1600 + 1728} = \sqrt{5929} = 77 \frac{\text{cm}}{\text{c}}$$

~~$$45 \cdot 121 = 4900 + 980 + 49$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_0 = \sqrt{\frac{325 \text{ W}}{32 \text{ Pa} \cdot d} + V_1^2}$$

$$2. A = \frac{\gamma R T_1}{2} (\alpha^2 - 1) = \frac{\gamma R T_1}{2} (\alpha^2 - 2\alpha + 1)$$

$$Q_H = 2\gamma R T_1 (\alpha^2 - 1)$$

$$\eta = \frac{\alpha^2 - 2\alpha + 1}{4\alpha^2 - 4}$$

$$0 = 8(\alpha - 1)(\alpha^2 + 1) - 8\alpha(\alpha^2 - 2\alpha + 1)$$

$$0 = 8\alpha^3 - 8\alpha^2 - 8\alpha + 8 - 8\alpha^3 + 16\alpha^2 - 8\alpha$$

$$0 = 1 + \alpha^2 - 2\alpha$$

$$\alpha^2 - 2\alpha + 1 = 0 \quad Q_H = \gamma R \left(\frac{3}{2}(\alpha^2 - 1) + \frac{5}{2}(\alpha - 1) \right) T_1 = \frac{\gamma R T_1}{2} (\alpha - 1)(5 + 3\alpha)$$

$$\eta = 1 - \frac{(\alpha - 1)(5 + 3\alpha)}{4\alpha^2 - 4} = 1 - \frac{5\alpha - 5 + 3\alpha^2 - 3\alpha}{4(\alpha^2 - 1)} = 1 - \frac{3\alpha^2 + 2\alpha - 5}{4(\alpha^2 - 1)}$$

$$(6\alpha + 2)(4\alpha^2 - 4) - 8\alpha(3\alpha^2 + 2\alpha - 5) = 0$$

$$24\alpha^3 + 8\alpha^2 - 24\alpha - 8 - 24\alpha^3 - 16\alpha^2 + 40\alpha = 0$$

$$-d^2 + 2d - 1 = 0$$

$$\alpha^2 - 2\alpha + 1 = 0$$

$$f = \frac{dF}{d-f}$$

$$f' = \frac{d'F(d-f) - d'F}{(d-f)^2} = -d' \frac{F^2}{(d-f)^2} = -d' \Gamma^2$$

$$3\alpha^2 + 2\alpha - 5 = 0$$

$$\alpha = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{6} = 1$$

1. 1) Безразмерную проекцию на ось $V \cos \alpha = V_k \cos \beta$,
где V_k — скорость лавы.

$$V_k = \frac{V \cos \alpha}{\cos \beta} = 51 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Ответ: $51 \frac{\text{см}}{\text{с}}$

2) Скорость лавы относительно поверхности лавы
найти по теореме косинусов:

$$V_{\text{отн}}^2 = V^2 + V^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} - 2V^2 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \cos(\alpha + \beta)$$

$$V_{\text{отн}} = \frac{V}{\cos \beta} \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos(\alpha + \beta)} = 77 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Ответ: ~~77~~ $77 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.