

Рег. №: М 11-НО-0001

Класс участия: 11

Место проведения: Новосибирск

Дата проведения: 22 февраля 2020 г.

Время начала (местное): 10:00

ШК
(заполняется секретарём)

Олимпиада школы

по математике

Название предмета

Заключительный этап 2020 г.

Анкета участника

Данная анкета предъявляется участником вместе с документом, удостоверяющим личность, при входе на олимпиаду. По окончании написания олимпиады анкета обязательно вкладывается в работу. Работа без предоставления анкеты недействительна и не проверяется. Анкета без подписей недействительна.

Панков	Тригорин	Винников	15.06.2002	17
Фамилия	Имя	Отчество	Дата рождения	Возраст
Россия	Новосибирская обл.	г. Новосибирск		
Страна	Регион	Населенный пункт		
Паспорт гражданина РФ	0816	379128	20.06.2016	270-001
Документ, удостоверяющий личность	Серия	Номер	Дата выдачи	Код подразделения
Россия	Новосибирская обл.	г. Новосибирск		
Страна школы	Регион школы	Населенный пункт школы		
11	Специализированный учебный научный центр ИИХ			
Класс обучения	Полное название образовательного учреждения			
896267609169	89622200747	steamtestaccount@mail.ru		
Мобильный телефон	Доп. телефон	E-mail		

Согласие на обработку персональных данных

Я согласен(-на) на сбор, хранение, использование, распространение (передачу) и публикацию своих персональных данных, а также олимпиадных работ, в том числе в сети "Интернет". Я согласен(-на), что мои персональные данные будут ограничено доступны организаторам олимпиады для решения административных и иных рабочих задач. Я проинформирован(а), что под обработкой персональных данных понимаются действия (операции) с персональными данными в рамках выполнения Федерального закона №152 от 27 июля 2006 г., конфиденциальность персональных данных соблюдается в рамках исполнения Операторами законодательства Российской Федерации. Я согласен(-на) на получение информационных писем от организаторов олимпиады на E-mail, указанный при регистрации.

Я подтверждаю, что все указанные мной данные верны и в указанном виде будут использованы при печати дипломов олимпиад в случае их получения. Я согласен(-на) на передачу данных в государственный информационный ресурс о детях, проявивших выдающиеся способности, созданный во исполнение Постановления Правительства Российской Федерации № 1239 от 17 ноября 2015 г.

Я подтверждаю, что ознакомлен с Положением и Регламентом проведения олимпиады школьников «Физтех», а также с правилами оформления и условиями проверки работы.

«22» февраля 2020 г.

Подпись участника олимпиады

Панков Владимир Владимирович

ФИО законного представителя

отец

Степень родства

ТДВ

Подпись законного представителя

Анкета без подписи недействительна.

Анкета обязательно должна быть вложена в работу!

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 90 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет не меньше 55 раз, а q – вероятность того, что орёл выпадет меньше 35 раз. Найдите $p - q$.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 8x}{\cos 3x + \sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x - \sin 3x} = \sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $27\sqrt{\log_3 x} - 11 \cdot 3\sqrt{4\log_3 x} + 40 \cdot x\sqrt{\log_x 3} \leq 48$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 5, $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 36$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E , а также вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 2. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 2$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 90 + x - 6^{90}, \\ y \leq \log_6 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① P - вер. ^{орел} ≥ 55 раз $\Rightarrow$ это P $\text{мн} (90 \text{ раз} + 89 \text{ раз} + 88 + \dots + 55 \text{ раз})$
 q - вер. ^{орел} < 55 раз $\Rightarrow$ это P $\text{мн} (1 \text{ раз} + 0 \text{ раз} + 1 \text{ раз} + \dots + 34 \text{ раз})$
 но может это то же самое что и решено (решено?)
~~вер. ≥ 55 выпадет~~ $(90 \text{ раз} + 89 \text{ раз} + \dots + 56 \text{ раз})$ м.н. если
 не падает орел, то падает решено.
 пусть $P(\text{выпадет орел } x \text{ раз}) = P(\text{выпадет решено } 90-x \text{ раз})$
 тогда при выпадении всё сократится. останется лишь
 вероятность выпадения орла 55 раз, т.е. из 90
 можно выбрать 55 разным способом, а это есть
 C_{90}^{55} - ~~разных~~ ~~вып~~ раз-во выпадений, ~~при которых~~ $\in 55$ орлам.
 а всего ~~разных~~ выпадений: 2^{90} (каждый раз ~~либо~~
 орел, либо решено, т.е. $2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 2 = 2^{90}$) ~~тогда~~
 вероятность выпадения 55 орлов это $\frac{C_{90}^{55}}{2^{90}}$

Ответ: $\frac{C_{90}^{55}}{2^{90}}$

③ $27^{\sqrt{\log_3 x}} - 11 \cdot 3^{\sqrt{\log_3 x}} + 40x^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 48$ УЗ: $x > 0, x \neq 1$
 $\log_3(x) \geq 0$
 $\Rightarrow x \geq 1$

преобразуем:

$$3^{3\sqrt{\log_3 x}} - 11 \cdot 3^{2\sqrt{\log_3 x}} + 40x^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 48$$

$$x^{\sqrt{\log_3 x}} = x^{\frac{\log_3 x \cdot \log_3 x}{\log_3 x}} = x^{\frac{\log_3 x}{1}} = x^{\log_3 x} = 3^{\log_3(x) \cdot \log_3 x}$$

$$= 3^{\sqrt{\log_3 x}}$$

$$3^{3\sqrt{\log_3 x}} - 11 \cdot 3^{2\sqrt{\log_3 x}} + 40 \cdot 3^{\sqrt{\log_3 x}} - 48 \leq 0$$

$$\sqrt[3]{\log_3 x} = y$$

$$y^3 - 11y^2 + 40y - 48 \leq 0 \text{ найдем н.м.}$$

подбором: $y = 3 \Rightarrow$ поделим на $y - 3$:
(б. неравенство процесс подбора zero)

$$\begin{array}{r} y^3 - 11y^2 + 40y - 48 \mid y - 3 \\ - y^3 + 3y^2 \\ \hline -8y^2 + 40y - 48 \\ - (-8y^2 + 24y) \\ \hline 16y - 48 \\ - 16y + 48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\Rightarrow$

$$(y - 3)(y^2 - 8y + 16) \leq 0$$

$$(y - 3)(y - 4)^2 \leq 0 \Rightarrow$$

$$1) y = 4$$

$$\sqrt[3]{\log_3 x} = 4$$

$$\sqrt[3]{\log_3 x} = \log_3(4)$$

$$\log_3 x = \log_3^2(4)$$

$$\Downarrow$$

$$x = 3^{\log_3^2(4)} = 3^{\log_3(4) \log_3(4)} = 4^{\log_3(4)} > 4 \Rightarrow \in \text{OD } 3$$

$$2) y - 3 \leq 0 \Rightarrow y \leq 3$$

$\Downarrow$

$$\sqrt[3]{\log_3 x} \leq 3 \Rightarrow \sqrt[3]{\log_3 x} \leq 1 \text{ т.к. } 3 > 1$$

$$\log_3(x) \leq \log_3(3) \Rightarrow \text{т.к. } 3 > 1 \text{ то}$$

$$x \leq 3 \in \text{OD } 3: x \in (1; 3]$$

$$\text{Ответ: } x \in (1; 3] \cup \{4^{\log_3(4)}\}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2 & (1) \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25 & (2) \end{cases} 3 \text{ решения.}$$

построим схематично 2 графика: (уже на странице 3)
это дуги окружностей, каждая из которых имеет
центр в одной из 4 точек $\begin{pmatrix} \pm 4 \\ \pm 3 \end{pmatrix}$ и с радиусом
 $(\pm 4; \pm 3)$ и $R = 5(\sqrt{25})$

(1) - "палочка" правая часть которой $\in$ прямой $y = x - 2$
а левая $\in$ прямой $y = 2\sqrt{a} - 2 - x$ тогда 3 решения
будут в: (1), (2), (3), (4)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x \geq 6^y; y \leq 90.$$

$$y = 90: x = 6^{90}$$

$$y = 1:$$

$$\text{при } y = 90: x = 6^{90}$$

$$y = 89:$$

$$-1 \geq 6^{89} - 6^{90} (\checkmark)$$

$$22y = 88:$$

$$-2 \geq 6^{88} - 6^{90}$$

$$-2 \geq 6^{89} - 6^{90} (\checkmark)$$

$$-3 \geq 6^{87} - 6^{90}$$

$$6^{88} - 6^{90} \quad 3$$

$$y = 1:$$

$$-89 \geq 6 - 6^{90} (\checkmark) \quad 89 \text{ реш.}$$

$$y = 0: -90 \geq -6^{90} (\checkmark)$$

$$-90 \geq -6 - 6^{90} \quad (90 \text{ реш.})$$

$$y = -1: -91 \geq -1 - 6^{90} \quad (91 \text{ реш.})$$

$$-1 \leq \log_6(x)$$

$$x = 6^{90}$$

$$y = -6^{90}$$

$$6^{90} \leq \log_6(x)$$

$$0 \geq 90 + x \Rightarrow -x \leq 90.$$

$$\frac{1}{2} \pi$$

$$c_{11} + c_5 - 5$$

$$90 \leq \log_6(x) \Rightarrow$$

$$\log_6(x) \geq 90 \Rightarrow$$

$$6^{90} \leq x \Rightarrow x \geq 6^{90}$$

$$x = 6^{91}$$

$$y \leq \log_6(6^{91}) \Rightarrow y \leq 91.$$

$$y = 91:$$

$$91 \geq 90 + 6^{91} - 6^{90} \quad \text{не выполняется}$$

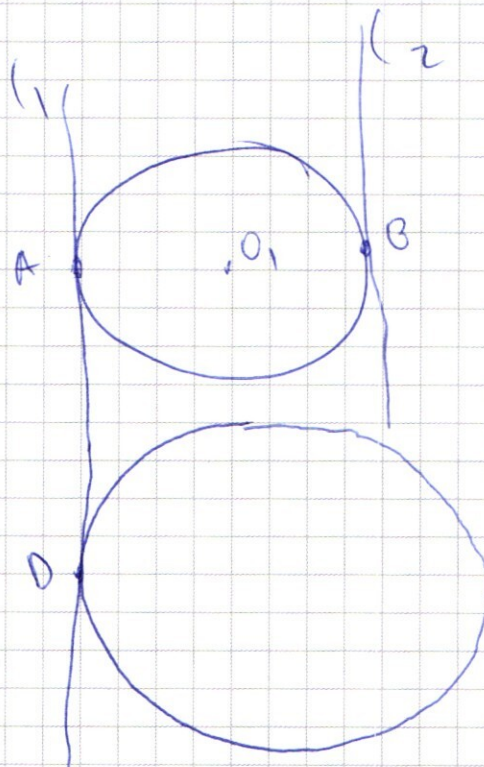
$$90 \geq 90 + x - 6^{90}$$

$$x \leq 6^{90}$$

$$\frac{\pi}{20};$$

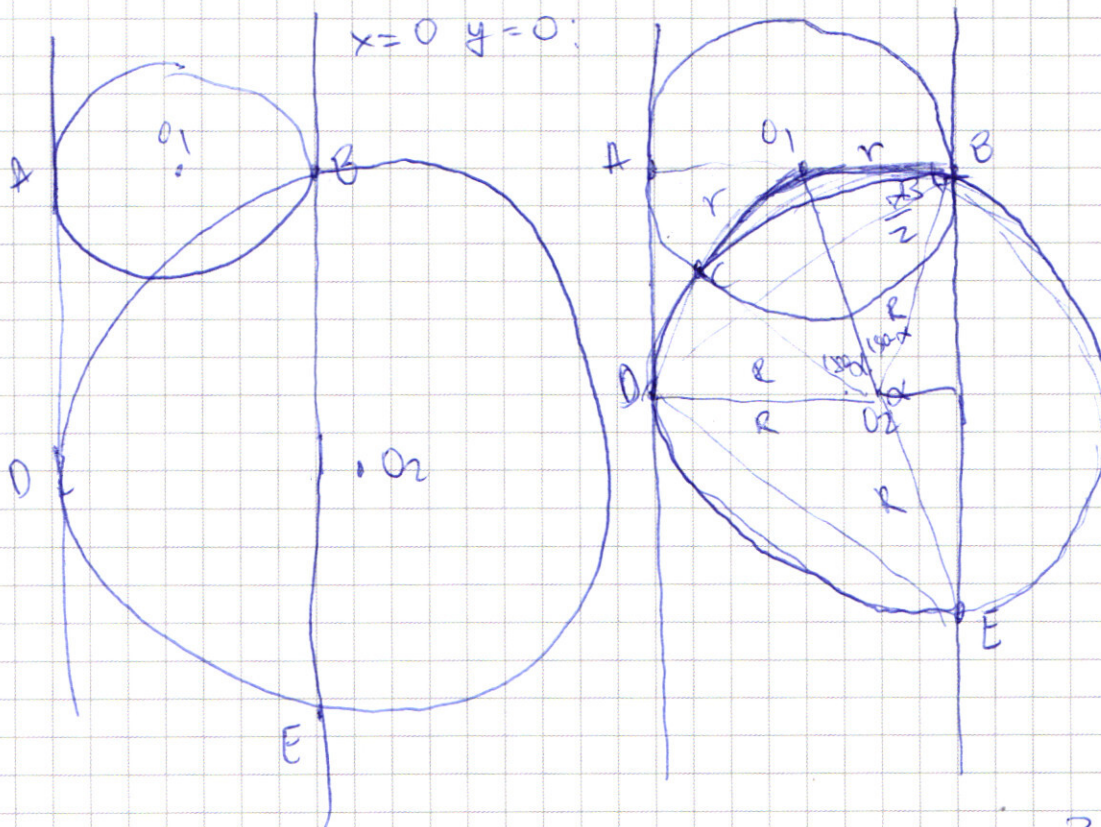
$$27 - 99 + 120 - 48 =$$

$$\frac{22}{18}$$



$$\frac{\pi}{20} + \frac{4\pi n_1}{20} = \frac{4\pi n_1 + \pi}{20}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$



$$BO_2E = \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha = S \Rightarrow BO_1O_2 = R^2 \sin \alpha$$

$$\angle O_2EB = \frac{180-\alpha}{2} = 90 - \frac{\alpha}{2} \quad \Rightarrow \quad \angle O_1BO_2 = \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \angle BO_1O_2 = 180 - \frac{\alpha}{2} - 180 + \alpha = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow O_1O_2 = R$$

$$BD = ?$$

$$\frac{R}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{\sin \alpha} \quad \frac{\cos 8x}{\cos 3x + \sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x - \sin 3x} = \sqrt{2}$$

$$\cos 8x \cos 3x - \cos$$

$$\cos 8x \cos 3x + \cos 8x \sin 3x + \sin 8x \cos 3x + \sin 8x \sin 3x = \sqrt{2}$$

$$\cos \frac{11+\pi}{2} \cos \frac{11-\pi}{2} - \cos \frac{11+\pi}{2} \sin \frac{11-\pi}{2} + \sin \frac{11+\pi}{2} \cos \frac{11-\pi}{2} + \sin \frac{11+\pi}{2} \sin \frac{11-\pi}{2} = \sqrt{2}$$

$$2\cos 11 + 2\cos 5 - 2(\sin 11 - \cos 5) + 2(\sin 11 + \cos 5) + 2(\cos 11 - \cos 5) = \sqrt{2}$$

$$2\cos 11 + 2\cos 5 - 2\sin 11 + 2\cos 5 + 2\sin 11 + 2\cos 5 + 2\cos 11 - 2\cos 5 = \sqrt{2}$$

$$2\cos 11 + 2\cos 5 - 2\sin 11 - 2\cos 5 + 2\sin 11 + 2\cos 5 + 2\cos 11 - 2\cos 5 = \sqrt{2}$$

$$4\cos 11 = \sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. $y \leq 3$ тогда $3 \sqrt{\log_3(x)} \leq 3 \Rightarrow$

$\sqrt{\log_3(x)} \leq 1 \Rightarrow \log_3(x) \leq 1 \Rightarrow \log_3(x) \leq \log_3(3) \Rightarrow$

н.п. осн. $\Rightarrow x \leq 3$ $x \geq 1$ (так как $\log \dots \geq 0 \Rightarrow$

$x \in [1; 3]; x = 4^{\log_3(4)}$

$x - \sqrt{a} \leq 0$
 $a \geq 0$

6) $y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2$ — прямая

$a = 4$:

$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$ — окружность (минимальное значение)

при $x \geq 0$ и $y \geq 0$ — прямая

$y = |x - 2| + 2 - 2 = |x - 2|$

$a = 9$:

$y = |x - 3| + 1$

$a = 16$:

$y = |x - 4| + 2$

$a = 1$:

$y = |x - 1| - 1$

$a = 0$:

$y = |x| - 2$

$x = 0$: $16 + (y - 3)^2 = 25$

$(y - 3)^2 = 9$

$|y - 3| = 3 \Rightarrow y = 6$

$|y - 3| = -3 \Rightarrow y = 0$

где точки пересечения $y = x - 2$ и окружности:

$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$

$(x - 4)^2 + (x - 5)^2 = 25$ $x = 8$: $y = 6$

$(-x - 4)^2 + (-y - 3)^2 = 25$

$(x + 4)^2 + (-x - 1)^2 = 25$

$(x + 4)^2 + (x + 1)^2 = 25$

$x^2 + 8x + 16 + x^2 + 2x + 1 = 25$

$y = x - 2$

$0 = 9 + 16 = 25$

$x \pm 2 = \frac{3 \pm 5}{2}$

$2x^2 - 6x - 8 = 0$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$x = 4$ (-1)

$x^2 + 5x - 4 = 0$

$0 = 25 + 16$

при $x < 0, y < 0$:

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$(-x-4)^2 + (-y-3)^2 = 25$$

$$x = \frac{\pi}{2} \quad y = \pi$$

$$(x+4)^2 + (y+3)^2 = 25 \quad y = x-2 \quad -1 = 2 \cos \frac{3\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$(x+4)^2 + (x+1)^2 = 25$$

$$x^2 + 8x + 16 + x^2 + 2x + 1 = 25$$

$$2x^2 + 10x + 17 = 25$$

$$x^2 + 5x - 4 = 0$$

$$D = 25 + 16 = 41$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{2} \quad y = \frac{-5 - \sqrt{41}}{2} - 2 = \frac{-5 - \sqrt{41} - 4}{2} = \frac{-9 - \sqrt{41}}{2}$$

при $x < 0, y > 0$:

$$(-x-4)^2 + (y-3)^2 = 25 \quad y = -x + c \quad \text{переносим} \Rightarrow D = 0$$

$$(x+4)^2 + (-x-3+c)^2 = 25$$

$$x^2 + 8x + 16 + (-x-3)^2 + 2c(-x-3) + c^2 = 25$$

$$x^2 + 8x + 16 + (x^2 + 6x + 9) + 2cx - 6c + c^2 = 25$$

$$x^2 + 8x + 16 + x^2 + 6x + 9 + 2cx - 6c + c^2 = 25$$

$$2x^2 + x(14 - 2c) + c^2 - 6c = 0$$

$$D = 0 \Rightarrow (14 - 2c)^2 - 8(c^2 - 6c) = 0$$

$$196 - 96c + 4c^2 - 8c^2 + 48c = 0$$

$$-4c^2 - 48c + 196 = 0$$

$$c^2 + 12c - 49 = 0 \quad D = 144 + 196 = 340$$

при $x \geq 0, y \geq 0$:

$$71. y \geq 90 + x - 6^{90} \quad x, y - \text{целые} \quad y = 80: x = 6^{90}$$

$$y \in \log_6(x)$$

$$\log_6(y^{6^y}) \leq \log_6(x) \Rightarrow 6^y \leq x \Rightarrow x \geq 6^y \quad y = 1: x = 6$$

$$y \geq 90 + 6^y - 6^{90}$$

$$y - 6^y \geq 90 - 6^{90} \Rightarrow y \leq 90$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) 90 mg

p -größ $s_5, s_6, s_7, \dots, 90$

q - open remove 35.

p-menge nur 90-0, 89-1, 88-2, ..., 55-35

q - wenn wir 0-90, 99-
1-8

= 100% bei 55 Grad und 35 Grad. ~~2000~~

из 50 рассмотренных 85-грамм

но не хронометр часовного времени?

$\binom{90}{55}$ a bcsu me 2^{90} (pozor bymohl)

$$\begin{array}{r} 90 \\ C55 \\ \hline 290 \end{array}$$

$$\sin(3x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = 2 \sin(3x) \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin 3x \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2) \frac{\cos(8x)}{\cos 3x + \sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x - \sin 3x} = \sqrt{2}$$

DP 3: $\frac{\cos 8x}{\sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x} = 2$.

$$\frac{\cos(8x)(\cos 3x - \sin 3x) + \sin 8x(\cos 3x + \sin 3x)}{\cos^2(3x) - \sin^2(3x)} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos(8x) \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) - \sin(3x) \right) + \sin(8x) \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) + \sin(3x) \right)}{\cos(6x)} = \sqrt{2}$$

$$\cos(8x) \left(2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 3x - 3x}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 3x + 3x}{2}\right) \right) + 5 \cdot \cos x \left(2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 3x + 3x}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 3x - 3x}{2}\right) \right) = \sqrt{2}$$

$$2 \cos(8x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + 2 \sin(8x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \sqrt{2} \cos(6x)$$

$$\frac{\cos 8x}{\cos 3x + \sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x - \sin 3x} = \sqrt{2}$$

$$3 \cdot 27^2 = 3^6$$

$$\frac{10}{27} \cdot \frac{27}{27} = \frac{10}{27}$$

$$3^6 = 27 \cdot 27$$

$$\cos 8x = \cos(4x + 4x) = \cos^2(4x) - \sin^2(4x)$$

$$x > 0, x \neq 1$$

$$\log_x(3) \geq 0$$

$$(3) \quad 27^{\sqrt{\log_3(x)}} - 11 \cdot 3^{\sqrt{\log_3(x)}} + 40x^{\sqrt{\log_3(x)}} \leq 48$$

$$-2 \sin \sin$$

$$(3) \quad 3^{\sqrt{\log_3(x)}} - 11 \cdot 3^{\sqrt{\log_3(x)}} + 40x^{\sqrt{\log_3(x)}} \leq 48$$

$$= x^{\log_x(3) \sqrt{\log_3(x)}} = 3^{\sqrt{\log_3(x)}} \cdot x^{\log_x(3) \sqrt{\log_3(x)}} \leq 48$$

$$3^{\sqrt{\log_3(x)}} - 11 \cdot 3^{\sqrt{\log_3(x)}} + 40 \cdot 3^{\sqrt{\log_3(x)}} \leq 48$$

$$3^{\sqrt{\log_3(x)}} = y, y > 0$$

$$y^3 - 11y^2 + 40y \leq 48$$

$$y=1: 1 - 11 + 40 \leq 48 \text{ (верно)}$$

$$y=2: 8 - 44 + 80 \leq 48 \text{ (верно)}$$

$$y=3: 27 - 99 + 120 \leq 48 \text{ (верно)}$$

попробуем на $y=3$:

$$64 - 88 + 160 - 48 \leq 0$$

$$y^3 - 11y^2 + 40y - 48 \quad (y-3)$$

$$\begin{array}{r} y^3 - 11y^2 + 40y - 48 \\ - (y^3 - 3y^2) \\ \hline -8y^2 + 40y - 48 \\ - (-8y^2 + 24y) \\ \hline 16y - 48 \\ - (16y - 48) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(y-3)(y^2 - 8y + 16) \leq 0$$

$$(y-3)(y-4)^2 \leq 0$$

Верно при: $y=4$

$$y-3 \leq 0 \Rightarrow y \leq 3 \quad \text{и} \quad y > 0$$

$$y=4; y \in (0; 3]$$

$$y=4 \Rightarrow 3^{\sqrt{\log_3(x)}} = 4; \sqrt{\log_3(x)} = \log_3(4)$$

$$\log_3(x) = \log_3^2(4) \Rightarrow 3^{\log_3(4) \log_3(4)} = x \Rightarrow x = 4^{\log_3(4)}$$

$$3 \neq 3 = 4^{\log_3(4)}$$

$$1 \neq 4^{\log_3(4)}$$

$$\log_4(x) = \log_3(u) = 4^{\log_3(4) \log_3(4)} \cdot \log_3(u)$$

$$\log_4\left(\frac{1}{3}\right) \neq \log_3(4)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑦ $\begin{cases} y \geq 90 + x - 6^{90} & (1) \\ y \leq \log_6(x) \Rightarrow x \geq 6^y & (2) \end{cases}$ — граница ∂_1 ;

$$y - 6^y \geq 90 - 6^{90} \Rightarrow y \leq 90.$$

из (1): $6^{90} + y - 90 \geq x \Rightarrow x \leq 6^{90} + y - 90 \Rightarrow x \leq 6^{90}$

при $y = 90$: 1 решение ($x = 6^{90}$)

$y = 89$: 1 решение ($x = 6^{89}$)

$y = 88$: 2 решения ($x = 6^{88}, 6^{89}$)

$y \geq 1$: ~~89 решений ($x = 6^1, 6^2, \dots, 6^{89}$)~~ $y = 1$: 89 решений ($x = 6^1, 6^2, \dots, 6^{89}$)

$y \in \mathbb{Q}$: $y = 0$: 90 решений ($x = 1, 6^1, \dots, 6^{89}$)

$y \geq 1$: при $y < 0$: $x - x \geq 6^y \Rightarrow x > 0$ (т.е. задано при (2))

при $y = -1$: ~~$-1 \geq 90 + x - 6^{90}$
 $-91 - x \geq -6^{90} \Rightarrow 91 + x \geq 6^{90}$~~

$y - x - 90 \geq -6^{90} \Leftrightarrow 90 + x - y \leq 6^{90}$ решений просто базисов...

$y = -1$: $x \leq 6^{90} - 91$ $x = 0 \dots 6^{90} - 91$ всего $6^{90} - 90$ п.

$y = -2$: $x \leq 6^{90} - 92$ $x = 0 \dots 6^{90} - 92$ $6^{90} - 91$ п.

$y = -3$: $x = 0 \dots 6^{90} - 93$ с каждой разой на 1

$y =$ решение меньше...

$y = -6^{90} + 90$: $x = 0$

тогда их всего: $1 + \sum 1 + 2 + \dots + 90 + \sum 6^{90} - 90 + 6^{90} - 91 + \dots + 1$

$$\sum_{i=1}^{90} : d=x, r=1, n=90$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = (1 + 90) \cdot 45 = 91 \cdot 45 =$$

$$\sum_{i=1}^{90} (6^{90} - 90) = \frac{(1 + 6^{90} - 90)}{2} \cdot (6^{90} - 90) = \frac{6^{90} - 90}{2} + \frac{(6^{90} - 90)^2}{2}$$

матрица бсена:

$$4051 + \frac{6^{90}}{2} + \frac{(6^{90} - 90)^2}{2} = 4051 + \frac{6^{90}}{2} + \frac{(6^{90})^2}{2} - \frac{180 \cdot 6^{90}}{2} - \frac{8100}{2} =$$

$$1 + \frac{(6^{90})^2}{2} - \frac{(79 \cdot 6^{90})}{2} \quad 3 \text{ слова максимум} \dots$$

(2) $\frac{\cos(8x)}{\cos(3x) + \sin(3x)} + \frac{\sin(8x)}{\cos(3x) - \sin(3x)} = \sqrt{2}$

ОДЗ: $\cos(3x) \neq -\sin(3x)$
 $\cos(3x) \neq \sin(3x)$

$$\sin(3x) + \cos(3x) = \sin(3x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = 2\sin\left(\frac{3x + \frac{\pi}{2} - 3x}{2}\right) \cos\left(\frac{3x + 3x - \frac{\pi}{2}}{2}\right)$$

$$= 2\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \quad \oplus$$

$$\cos(8x) \cos(3x) - \cos(8x) \sin(3x) + \sin(8x) \cos(3x) + \sin(8x) \sin(3x) = \sqrt{2}$$

$$\cos\left(\frac{11x+5x}{2}\right) \cos\left(\frac{11x-5x}{2}\right) - \cos\left(\frac{11x+5x}{2}\right) \sin\left(\frac{11x-5x}{2}\right) + \sin\left(\frac{11x+5x}{2}\right) \cos\left(\frac{11x-5x}{2}\right) + \sin\left(\frac{11x-5x}{2}\right) \sin\left(\frac{11x+5x}{2}\right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot (\cos 11x + \cos 5x) - \frac{1}{2} (\sin 11x - \sin 5x) + \frac{1}{2} (\sin 11x + \sin 5x) - \frac{1}{2} (\cos 11x - \cos 5x) = \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2} \cos(5x) + \frac{1}{2} \cos(5x) = \sqrt{2} \Rightarrow \cos(5x) = \sqrt{2};$$

$$5x = \arccos(\sqrt{2}) + \dots$$

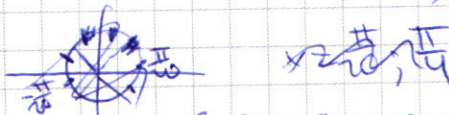
$$\frac{1}{2} \cos(5x) + \frac{1}{2} \cos(5x) + \frac{1}{2} \sin(5x) + \frac{1}{2} \sin(5x) = \sqrt{2}$$

$$\sin(5x) + \cos(5x) = \sqrt{2}; \quad \wedge 2, \quad \sin(5x) + \cos(5x) \geq 0$$

$$1 + 2 \sin(5x) \cos(5x) = 2 \Rightarrow \sin(10x) = 1$$

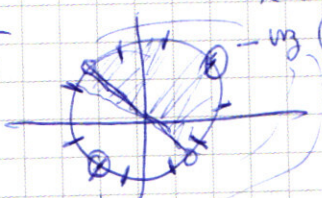
$$10x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{5} n, n \in \mathbb{Z}$$

ОДЗ не выполняется



6 периодов:

$$x = \frac{\pi}{20}; \frac{9\pi}{20}; \frac{13\pi}{20}; \frac{17\pi}{20}; \frac{21\pi}{20}; \frac{25\pi}{20}; \frac{29\pi}{20}; \frac{33\pi}{20}$$



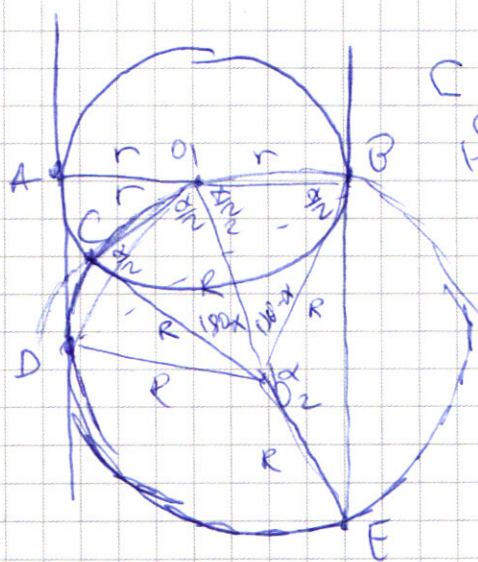
итого найдем: $\frac{\pi}{20}, \frac{9\pi}{20}, \frac{13\pi}{20}, \frac{17\pi}{20}, \frac{21\pi}{20}, \frac{25\pi}{20}, \frac{29\pi}{20}, \frac{33\pi}{20}$

Ответ: $x = \frac{\pi}{20} + 2\pi n, n_1 \in \mathbb{Z}; \frac{9\pi}{20} + 2\pi n_2, n_2 \in \mathbb{Z}; \frac{13\pi}{20} + 2\pi n_3, n_3 \in \mathbb{Z}; \frac{17\pi}{20} + 2\pi n_4, n_4 \in \mathbb{Z}; \frac{21\pi}{20} + 2\pi n_5, n_5 \in \mathbb{Z}; \frac{25\pi}{20} + 2\pi n_6, n_6 \in \mathbb{Z}; \frac{29\pi}{20} + 2\pi n_7, n_7 \in \mathbb{Z}; \frac{33\pi}{20} + 2\pi n_8, n_8 \in \mathbb{Z}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~for $a(3, 16)$...~~
~~и не было. Если a будет не~~
~~в центре окружности, то~~
 тогда
 (1) - параллельная к
 окружности.
 тогда соединим точку (H)
 и центр $(-4, 3)$ (O)
 $R=5$ угол между OH и
 $OX=45^\circ \Rightarrow$ проведем
 O_1L до пересечения с
 $y = 2\sqrt{a} - 2 - x$ в м. (L)
 $\angle HLO_1 = 45^\circ \Rightarrow$ м.м $OH \perp HL = 90^\circ$
 (м.м. OH - перпендикуляр) но $OH = HL = 5 \Rightarrow$
 $O_1L = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \Rightarrow 2(-4 + 5\sqrt{2}; 3) \Rightarrow$
 при $3 = 2\sqrt{a} - 2 + 4 - 5\sqrt{2} \Rightarrow 1 + 5\sqrt{2} = 2\sqrt{a}; 1 + 10\sqrt{2} + 50 = 4a \Rightarrow$
 $a = \frac{10\sqrt{2} + 51}{4}$ - в (1). ($\sqrt{a} > x$ - верно)
 (3) проходит через пересечение двух окружностей. тогда
 $x=0 \Rightarrow (y-3)^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow y=6$ тогда
 $6 = 2\sqrt{a} - 2 \Rightarrow 8 = 2\sqrt{a} = 54 = \sqrt{a} \Rightarrow a=16$ ($\sqrt{a} > x$ - верно)
 (2) проходит - ~~верно~~ (минимум).
 (1) и (2) не
 существуют ≥ 0
 (y < -2)
 Ответ: $a = 16; \frac{10\sqrt{2} + 51}{4}$

46



мы имеем $O_2 \in O_1 E$
 $\angle \alpha = \angle B O_2 E \Rightarrow$
 $S_{B O_2 E} = \frac{1}{2} \sin \alpha R^2$, R - радиус w_2
 r - радиус w_1 ,
 тогда $\angle O_1 O_2 B = 180 - \alpha$
 $\angle B O_2 = \angle D O_2 E \Rightarrow$
 $\angle O_2 B E = \angle O_2 E B = \frac{180 - \alpha}{2} = 90 - \frac{\alpha}{2}$
 $\Rightarrow$ м.н. $O_1 B \perp B E$ (м.н. $B E \parallel l$,
 $A B = D(w_1)$) тогда $\angle A B E = 90^\circ \Rightarrow$
 $\angle O_1 B O_2 = 90 - 90 + \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$
 $\angle O_2 O_1 B = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) - \frac{\alpha}{2} =$
 $\alpha - \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \angle O_1 O_2 B = \pi / 2 \Rightarrow$

$O_1 \in w_2$
 $\Rightarrow O_1 O_2 = R = O_2 B \Rightarrow \triangle O_1 O_2 B$ равнобедренный $\pi / 2 \Rightarrow O_1 \in w_2$
 $\triangle O_1 O_2 C$ м.н.

$\angle O_1 O_2 C = \angle O_1 O_2 B$ по трем сторонам (R, R, r) $\Rightarrow$
 получим верное утверждение (об этом можно сказать)

~~$S_{B O_2 C} = 2 S_{B O_2 E} = 2 \cdot \frac{1}{2} \sin \alpha R^2 = \sin \alpha R^2$~~

~~$a) S_{B O_2 E} = \frac{1}{2} \sin \alpha R^2$ мы получили $\Rightarrow \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha$~~

~~$\Rightarrow S_{B O_2 C} = 2 S_{B O_2 E} = 2 \cdot \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha = R^2 \sin \alpha$~~
 б) ~~по трем сторонам~~ ~~мы получили~~
 $\Rightarrow O_1 E \perp O_2 E$ (предположение верно)
 м.н. $S_{B O_2 E} = \frac{1}{2} \sin \alpha R^2 = S_{A B O_2} = S_{A C O_2} = \frac{1}{2} R^2 \sin (180 - \alpha) =$
 $\frac{1}{2} R^2 \sin \alpha$
 ~~$S_{A B O_2} + S_{A C O_2} = R^2 \sin \alpha$~~
 $O_1 B O_2 C = 2 S_{B O_2 E}$

б) $\triangle O_1 B E$: ~~мы получили~~ $\triangle O_1 B E$

~~$B E$ мы получили~~ ~~мы получили~~ $\triangle O_1 B E$

$\triangle O_1 B O_2$: $\frac{r}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \frac{\alpha}{2}}$; $\triangle O_2 B E$: $B E = \sqrt{2 R^2 - 2 R^2 \cos \alpha}$

мы имеем $\triangle O_1 B E$ по м.н. ~~мы получили~~: $r^2 + 4 R^2 - 2 R^2 \cos \alpha = 4 R^2$

$\Rightarrow$ в аксиоме: $\begin{cases} r \sin \frac{\alpha}{2} = R \sin \alpha \\ r^2 - 2 R^2 \cos \alpha = 2 R^2 \end{cases}$ можно решить одновременно
 $\frac{r}{R}$ (у меня в ответе нет, осталась 2 минуты)

б) $A D^2$ - искомого, $A D^2 + r^2 = B D^2 = 4$