

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 15

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 110 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет не меньше 61 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет меньше 49 раз. Найдите $p - q$.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 14x}{\cos 5x - \sin 5x} - \frac{\sin 14x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $27\sqrt{\log_3 x} - 13 \cdot 3\sqrt{4\log_3 x} + 55 \cdot x\sqrt{\log_x 3} \leq 75$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 9, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{35}}{6}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 25$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} y = -|x - \sqrt{a}| + 2 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 4. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 4$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 110 + x - 5^{110}, \\ y \leq \log_5 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1 ^{орёл}

$C_{110}^{\sigma_1}$ - кол-во вариантов, что ~~выпадет~~ выпадет ровно σ_1 раз

$C_{110}^{\sigma_2}$ - кол-во вар., что ~~выпадет~~ выпадет ровно σ_2 раз

$$p = \frac{C_{110}^{\sigma_1} + C_{110}^{\sigma_2} + \dots + C_{110}^{110}}{2^{110}}$$

Аналогично $q = \frac{C_{110}^0 + C_{110}^1 + C_{110}^2 + \dots + C_{110}^{98}}{2^{110}}$

Используется формула числа сочетаний, т.к. нам безразлично в каком порядке выпадут орлы.

n - число всех возможных исходов $n = 2^{110}$

$$p - q = \frac{(C_{110}^{\sigma_1} + C_{110}^{\sigma_2} + \dots + C_{110}^{110}) - (C_{110}^0 + C_{110}^1 + \dots + C_{110}^{98})}{2^{110}} =$$

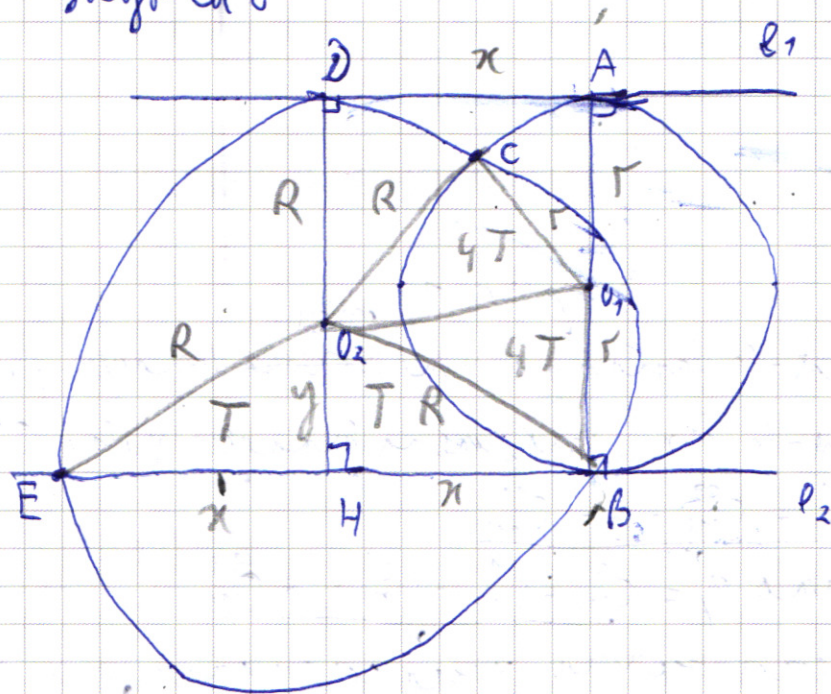
$$= \frac{(C_{110}^{110} - C_{110}^0) + (C_{110}^{109} - C_{110}^1) + \dots + (C_{110}^{\sigma_2} - C_{110}^{98}) + C_{110}^{\sigma_1}}{2^{110}} =$$

$$= \frac{C_{110}^{\sigma_1}}{2^{110}} = \frac{110!}{99! \cdot \sigma_1! \cdot 2^{110}} = \frac{52 \cdot 53 \cdot 54 \cdot \dots \cdot 110}{49 \cdot 48 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 2^{110}} = \frac{2 \cdot 31 \cdot 53 \cdot 2^6 \cdot 55 \cdot 2 \cdot 33 \cdot \dots}{49 \cdot 48 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 2^{110}} =$$

$$= 2^{35} \cdot 31 \cdot 32 \cdot 33 \cdot \dots \cdot 55 \cdot 53 \cdot 55 \cdot \dots \cdot 109$$

Ответ: $p - q = \frac{C_{110}^{\sigma_1}}{2^{110}}$

Задача 5



Решение

1. Пусть $l_1 \parallel l_2$, l_1 и l_2 - касат. к $W_1 \Rightarrow f(l_1; l_2) = 2r$, где r - радиус W_1 . Пусть R - радиус W_2 . Пусть $O_2H \perp l_2$, тогда $H \in O_2$, т.к. пусть $O_2 \cap l_2 = H$, тогда $\angle O_2HB = 90^\circ$, т.к. $l_1 \parallel l_2$. Пусть $x = AD$, $O_2H = y$.

$ABHO$ - прямоугольник $\Rightarrow R + y = 2r$

$$2. S_{O_1O_2HB} = \frac{r+y}{2} \cdot x. S_{O_2HB} = \frac{yx}{2} \Rightarrow S_{O_1O_2B} = S_{O_1O_2HB} - S_{O_2HB} = \frac{x(y+r)}{2} - \frac{yx}{2} = \frac{xy + xr - yx}{2} = \frac{rx}{2}, \text{ т.к. } O_1B \perp O_2B \text{ - диаметр}$$

$$3. \Delta O_2EB: O_2E = O_2B = R \Rightarrow H - \text{середина } BE \Rightarrow S_{EO_2B} = 2S_{O_2HB} = 2T \\ S_{O_2HB} = T$$

$$4. O_2CO_1B: CO_2 = O_2B, O_1B = CO_1, O_1O_2 = O_1O_2 \Rightarrow \Delta CO_2O_1 = \Delta O_1BO_1. \text{ По } \\ \text{формуле Герона } S_{O_2CO_1B} = 4S_{O_2BE} = 4 \cdot 2T = 8T \Rightarrow S_{O_2O_1B} = 4T.$$

$$5. \text{ Итого: } S_{O_1O_2B} = 4T = \frac{rx}{2} \Rightarrow 4 \cdot \frac{yx}{2} = \frac{rx}{2} \Rightarrow 4y = r = 2r = \frac{r}{2}, \\ S_{O_2HB} = \frac{yx}{2} = T$$

$$R + y = 2r \Rightarrow R + \frac{r}{4} = 2r \Rightarrow R = \frac{7r}{4} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{7}{4} : r = \frac{7}{4}$$

$$6. BO = 4 \Rightarrow AO^2 + AB^2 = 4^2 \Rightarrow x^2 + 4r^2 = 16$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

$$\frac{\cos 14\pi \cos 5\pi + \sin 14\pi \sin 5\pi}{\cos 5\pi - \sin 5\pi} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 14\pi (\cos 5\pi + \sin 5\pi) - \sin 14\pi (\cos 5\pi - \sin 5\pi)}{\cos^2 5\pi - \sin^2 5\pi} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 14\pi \cos 5\pi + \cos 14\pi \sin 5\pi - \sin 14\pi \cos 5\pi + \sin 14\pi \sin 5\pi}{\cos 10\pi} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 14\pi \cos 5\pi + \sin 14\pi \sin 5\pi + \sin(5\pi - 14\pi)}{\cos 10\pi} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos(14\pi - 5\pi) + \sin(5\pi - 14\pi)}{\cos 10\pi} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 9\pi + \sin(-9\pi)}{\cos 10\pi} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - 9\pi) - \sin 9\pi}{\cos 10\pi} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{2 \sin(\frac{\frac{\pi}{2} - 9\pi - 9\pi}{2}) \cos(\frac{\frac{\pi}{2} - 9\pi + 9\pi}{2})}{\cos 10\pi} = -\sqrt{2} \quad | :2$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 9\pi) \cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 10\pi \quad \cos 10\pi \neq 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - 9\pi) \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 10\pi$$

$$-\sin(\frac{\pi}{4} - 9\pi) = \cos 10\pi$$

$$\sin(9\pi - \frac{\pi}{4}) = \cos 10\pi$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - 9\pi + \frac{\pi}{4}) = \cos 10\pi$$

$$\cos(\frac{3\pi}{4} - 9\pi) = \cos 10\pi \Rightarrow 10\pi = \frac{3\pi}{4} - 9\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$10\pi = -\frac{3\pi}{4} + 9\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} 10\pi = \frac{3\pi}{4} - 9\pi + 2\sqrt{19}n \Rightarrow 19\pi = \frac{3\pi}{4} + 2\sqrt{19}n \Rightarrow \pi_1 = \frac{3\pi}{76} + \frac{2\sqrt{19}n}{19} \\ 10\pi = -\frac{3\pi}{4} + 9\pi + 2\sqrt{19}n \Rightarrow \pi_2 = -\frac{3\pi}{4} + 2\sqrt{19}n \end{cases}$$

Допустим, что $\cos 10\pi \neq 0$:

$$\cos 10\pi \neq 0 \Rightarrow 10\pi \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \Rightarrow \pi \neq \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{10}, k \in \mathbb{Z}$$

$$a) \frac{3\pi}{76} + \frac{2\sqrt{19}n}{19} = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{10} \quad | \cdot 19$$

$$\frac{3\pi}{4} + 2\sqrt{19}n = \frac{19\pi}{20} + \frac{19\pi k}{10}$$

$$20\left(\frac{3\pi}{4} + 2\sqrt{19}n\right) = 19\pi + 38\pi k \quad | : \pi$$

$$20 + \left(\frac{3}{4} + \frac{2n}{\sqrt{19}}\right) = 19 + 38k$$

$$20 + \frac{11n}{4} = 19 + 38k \quad | \cdot 4$$

$$80 + 11n = 4(19 + 38k)$$

$$11n + 80 = 76 + 4 \cdot 38k$$

$11n - 4 \cdot 38k = -4 \Leftrightarrow 4 - 4 \cdot 38k - 11n = 4$ — графическое уравнение

$$4 - 38k - 11n = 0 \text{ — однородное} \quad n = \frac{4 - 38k}{11} \Rightarrow k = 11a \Rightarrow n = 4 - 38a, a \in \mathbb{Z}$$

$$n = 124, k = 9 \text{ — решение некорректно: } 4 - 38 \cdot 9 - 11 \cdot 124 = 4$$

$$n = 124 + 4 \cdot 38a = 4(31 + 38a)$$

то есть при $n = 4(31 + 38a)$ уравнение не имеет решений

$$b) \pi_2 = -\frac{3\pi}{4} + 2\sqrt{19}t$$

$$\begin{aligned} \cos(10\pi_2) &= \cos\left(10\left(-\frac{3\pi}{4} + 2\sqrt{19}t\right)\right) = \cos\left(-\frac{10 \cdot 3\pi}{4}\right) = \cos\left(-\frac{15\pi}{2}\right) = \\ &= \cos\left(\frac{15\pi}{2}\right) = \cos\left(7\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \text{вс} \end{aligned}$$

решений π_2 не существует.

$$\text{Ответ: } \pi = \frac{3\pi}{76} + \frac{2\sqrt{19}n}{19}, \text{ где } n \neq 4(31 + 38a), a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 8 (продолжение)

$$7. \quad \cancel{4T = \frac{\lambda r}{2} = \frac{r \sqrt{10 - 9r^2}}{2}}$$

~~$$T = \frac{y_1}{2}$$~~

00246: $R^2 = y^2 + x^2 \Rightarrow R^2 = \frac{5^2}{9} + 10 - 4r^2$

~~$$\left(\frac{3r}{4}\right)^2 = \frac{r^2}{4} + 10 - 9r^2$$~~

~~$$\frac{49r^2}{18} - \frac{r^2}{4} = 10 - 4r^2 \Rightarrow \frac{8r^2}{4} = 10 - 4r^2 \Rightarrow 2r^2 = 10 - 4r^2 \Rightarrow 10 = 6r^2 \Rightarrow$$~~

~~$$r^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow R = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}}{3} = \sqrt{6}$$~~

$$F = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

~~Problem: a) $\frac{R}{r} = \frac{7}{4}$ c) $R = 7\sqrt{5}$; $r = \frac{2\sqrt{5}}{3}$~~

~~$$\frac{425^2}{10} = \frac{r^2}{4} + 10 - 4r^2 \Rightarrow \frac{425^2}{10} = 10 - 4r^2 \Rightarrow \frac{425^2}{10} = 10 \Rightarrow$$~~

$$\cancel{r^2 = \frac{15 \cdot 15}{709}}$$

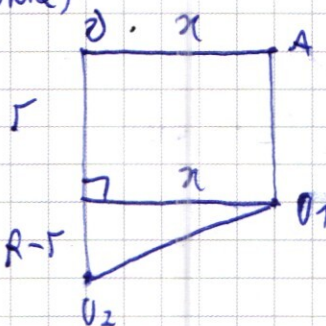
$$\left(\frac{4r}{4}\right)^2 = \frac{r^2}{10} + 10 - 4r^2$$

$$\frac{99r^2}{10} = \frac{r^2}{10} + 10 - 9r^2$$

$$\frac{48r^2}{10} = 10 - 4r^2 \Rightarrow \frac{12r^2}{4} = 10 - 4r^2 \Rightarrow 3r^2 = 10 - 4r^2 \Rightarrow 7r^2 = 10$$

$$r^2 = \frac{10}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow R = \frac{4 \cdot 4}{\sqrt{10} \cdot 4} = \frac{4}{\sqrt{10}}$$

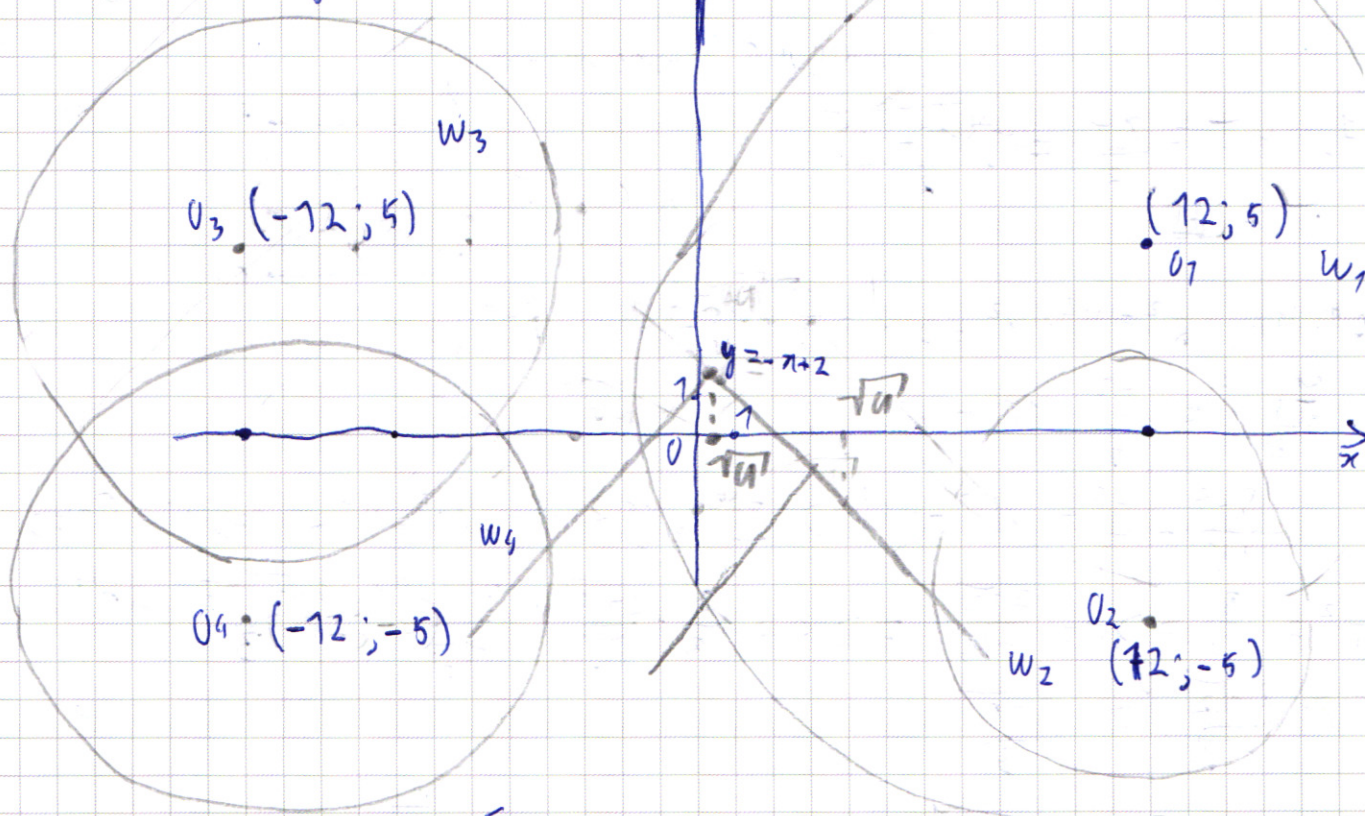
Orbital in) $\frac{B}{r} = \frac{7}{4}$ d) $r = \frac{4}{\sqrt{7}}$ $\dot{r} = \frac{7}{\sqrt{7}}$



Задача 5

$$y = -|x - \sqrt{a}| + 2 - \sqrt{a}$$

$$(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169$$



Решение

График уравнения $(|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169$ представляет собой 4 окружности с центрами $(12; 5)$ $(-12; 5)$ $(12; -5)$ $(-12; -5)$ и радиусом 13.

График уравнения $y = -|x - \sqrt{a}| + 2 - \sqrt{a}$ представляет собой „галочку“ с вершиной в точке $(\sqrt{a}; 2 - \sqrt{a})$ с ветвями вниз. Вершина находится в правой полуплоскости, т.к. $\sqrt{a} \geq 0$. Коэффициент наклона ветви (матрица графа) = 1.

~~Окружности касаются в точке $(\sqrt{a}; 2 - \sqrt{a})$. Если $\sqrt{a} < 0$, то касаются в точке $(-\sqrt{a}; 2 - \sqrt{a})$.~~

~~Решение:~~ $y = -(x - \sqrt{a}) + 2 - \sqrt{a}$

а) $x \geq \sqrt{a}$: $y = -(x - \sqrt{a}) + 2 - \sqrt{a} = -x + \sqrt{a} + 2 - \sqrt{a} = -x + 2$

$x < \sqrt{a}$: $y = x - \sqrt{a} + 2 - \sqrt{a} = x - 2\sqrt{a} + 2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

$$27\sqrt{\log_3 x} - 13 \cdot 3^{\sqrt{\log_3 x}} + 55x^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 75$$

$x > 0$

как криволинейно

$$3^{3\sqrt{\log_3 x}} - 13 \cdot 3^{2\sqrt{\log_3 x}} + 55x^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 75$$

$$3^{3\sqrt{\log_3 x}} - 13 \cdot 3^{2\sqrt{\log_3 x}} + 55x^{\frac{2}{\sqrt{\log_3 x}}} \leq 75$$

пусть $\sqrt{\log_3 x} = t$, тогда $t \geq 0$, $\log_3 x = t^2 \Rightarrow 3^{t^2} = x \Rightarrow$;

$$x \quad \log_3 x = \frac{1}{\log x 3} \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{\log x 3}} \Rightarrow \sqrt{\log x 3} = \frac{1}{t}$$

тогда $x^{\sqrt{\log x 3}} = (3^{t^2})^{\frac{1}{t}} = 3^t$

$$3^{3t} - 13 \cdot 3^{2t} + 55 \cdot 3^t \leq 75$$

пусть $3^t = y$, тогда

$$y^3 - 13y^2 + 55y \leq 75$$

$$y^3 - 13y^2 + 55y - 75 \leq 0$$

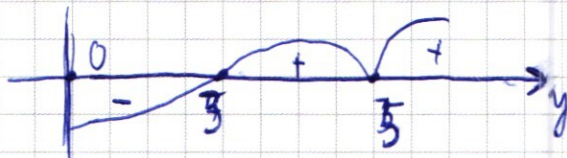
$$(y-5)(y^2-8y+15) \leq 0$$

$$y^2 - 8y + 15 = 0$$

$$D = 64 - 60 = 4 \Rightarrow y_1 = \frac{8+2}{2} = 5; y_2 = \frac{8-2}{2} = 3$$

$$(y-5)^2(y-3) \leq 0$$

$$y \in (0; 3]$$



$$0 < 3^t \leq 3 \Rightarrow t \leq 1 \Rightarrow \sqrt{\log_3 x} \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \log_3 x \leq 1$$

$$\log_3 x \leq 1 \Rightarrow x \leq 3$$

$$\log_3 x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow x \in [1; 3]$$

Ответ: $x \in [1; 3]$.

Задача 5 (приложение)

Путь точки: $-x+2 = x-2\sqrt{a}+2 \Rightarrow -2x = -2\sqrt{a} \Rightarrow x = \sqrt{a} \Rightarrow$

$$y = -\sqrt{a} + 2$$

$$y =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^{\sqrt{\log_n 3}} = 3^t \Rightarrow t = \sqrt{\log_n 3} \Rightarrow t = \log_3 x^{\sqrt{\log_n 3}}$$

$$3^{t^2} = 3^{(t \cdot t)} = (3^t)^t$$

$$a = b^t \Rightarrow t = \log_a b$$

$$\frac{\sqrt{\log_n 3}}{x^{\sqrt{\log_n 3}}} = t \quad t = \log_a b$$

$$\sqrt{t} = t = \sqrt{\log_n 3} \Rightarrow \sqrt{t}^2 = \sqrt{\log_n 3}^2 \Rightarrow 3 = x^{t^2}$$

$$x^{\log_x 3} = 3^1$$

$$x^{\sqrt{\log_n 3}} = t \Rightarrow \sqrt{\log_n 3} = \log_x t \Rightarrow$$

$$\log^2 x 3 = \log_x t \Rightarrow \log_n 3^{\log_n 3} = \log_n t \Rightarrow \log_n 3 = \log_n t \Rightarrow t = 3$$

$$\log_n 3 = \log_n^2 t \Rightarrow \log_n 3 = \log_x t^{\log_n t} \Rightarrow$$

$$3 = t^{\log_n t} = t^{\frac{1}{\log_t n}} = t^{\log_t n}$$

$$\log_x t = \log_t 3 \Rightarrow \log_x t = \frac{\log_n 3}{\log_n t} \Rightarrow \log_n^2 t = \log_n 3 \Rightarrow$$

$$\log_n t = \sqrt{\log_n 3} \Rightarrow t = x^{\sqrt{\log_n 3}}$$

$$x^{\sqrt{\log_n 3}} = 3^{\sqrt{\log_n 3}} \quad ?$$

$$(R+y)^2 + x^2 = 10$$

$$(R + \frac{5}{2})^2 + x^2 = 10$$

$$(R + \frac{5}{2})^2 + (\frac{3}{2}R + \frac{5}{2})^2 + x^2 = 10$$

$$R^2 = y^2 + x^2$$

$$R^2 = \frac{5^2}{4} + x^2$$

$$1 - 13 + 55 - 45 = -20 - 13 + 1$$

$$-1 - 13 - 55 - 45$$

$$\sqrt{\log_n 3} = t \Rightarrow \log_n 3 = t^2 \Rightarrow$$

$$x = x^{t^2} = 3 \Rightarrow$$

$$x = \sqrt[t^2]{3}$$

$$x^{\sqrt{\log_n 3}} = \left(\sqrt[t^2]{3}\right)^t = \left(3^{\frac{1}{t^2}}\right)^t =$$

$$= 3^{\frac{1}{t}}$$

5 1 нмн-гел

51

тогда C_{110}^{51} - точно 51 нмн

C_{110}^{52} - 52 нмн

$$p = C_{110}^{51} + C_{110}^{52} + C_{110}^{53} + \dots + C_{110}^{110}$$

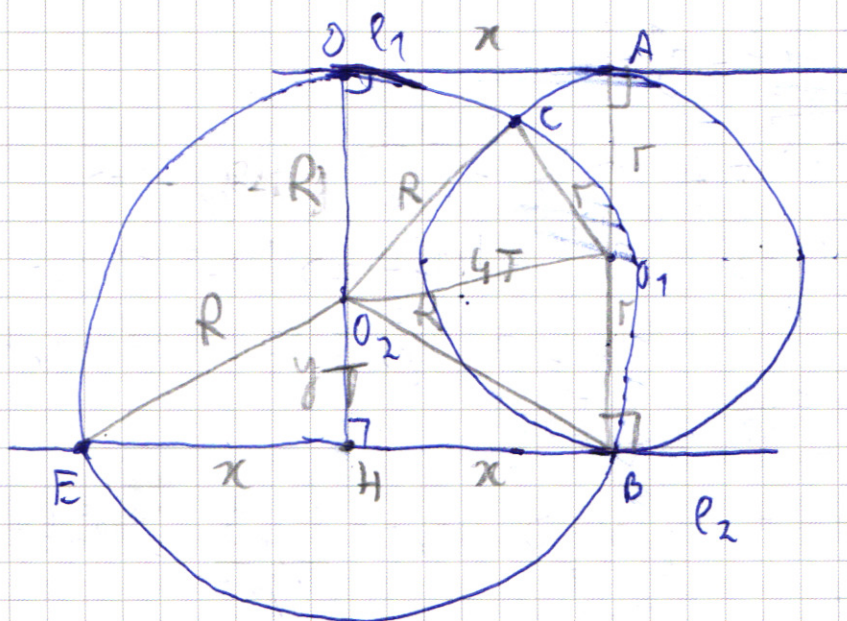
$$110 - 51 = 59$$

Менее 99 орел $\Rightarrow 1, 2, 3, \dots, 98, 0$

$$q = C_{110}^1 + C_{110}^2 + \dots + C_{110}^{98} + C_{110}^0$$

$$p - q = (C_{110}^{110} - C_{110}^0) + (C_{110}^{109} - C_{110}^1) + \dots + (C_{110}^{52} - C_{110}^{98}) =$$

=



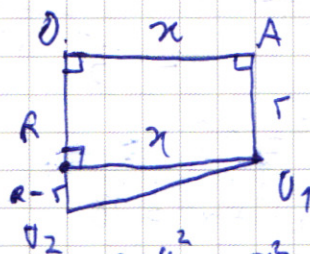
$$S_{CO_2B} + S_{CO_1B} = 45 E_{12} b$$

$$\Delta CO_2O_1 = \Delta O_2BO_1$$

$$2R = y + y \quad R + y = 2r$$

$$S_{EO_2B} = yx$$

$$S_{O_2CO_1} =$$



$$O_2O_1^2 = x^2 + (r - r)^2$$

$$S_{O_2O_1B} = \frac{(O_2H + O_1B) \cdot HB}{2} = \frac{(y + r)x}{2} \Rightarrow S_{O_1O_2B} = \frac{(y + r)x}{2} - yx$$

$$4r = \frac{xr}{2}$$

$$r = yx = \frac{r}{2}x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p: 01, 02, \dots, 110$$

$$q: 0, 1, 2, \dots, 98$$

из 110 букв

$$p: 2^{110} - \text{всего слов}$$

01 - монограф, каталог - индекс

$$110 - 01 = 99$$

2^{99} - комбинации слов

C_{110}^{01} - способ расстановки этих 01 букв

~~C_{110}^{01}~~

Вряд ли так, что выдает 01 разряд - ?

$$9 \cdot 38k - 11n = 4$$

$$9(38k - 1) = 11n$$

$$13 \cdot 9 = 72 \cdot 52$$

$$38 = 3 \cdot 11 + 5$$

$$38 \cdot 3 = 114$$

$$38 \cdot 4 = 152$$

$$143 = 11 \cdot 13$$

$$99; 110; 121; 132; 143; 155; 166; 177; 188;$$

$$9 \cdot (38 - 9 - 1) = 11 \cdot 52$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 11 \\ \hline 228 \\ 380 \\ \hline 418 \end{array}$$

$$13 \equiv 2 \pmod{11}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 38 \\ \times 4 \\ \hline 152 \end{array}$$

$$k=4; n=52$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 11 \\ \hline 572 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 143 \\ \times 4 \\ \hline 572 \end{array}$$

$$k=5: 38 \cdot 5 = 190$$

$$k=6: 38 \cdot 6 = 228$$

$$5k - 1 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 5k \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow k \equiv 9 \pmod{11}$$

$$k \equiv 9 \pmod{11} \Rightarrow k \equiv 9$$

$$\Rightarrow 4$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 11 \\ \hline 572 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ \times 2 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 11 \\ \hline 228 \\ 380 \\ \hline 418 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 38 \\ \hline 392 \end{array}$$

$$4(38k-1) = 11n$$

$$k=9: 4(38 \cdot 9) = 11n$$

$$4 \cdot 342 = 11n$$

$$4 \cdot 342 = 11 \cdot 31 \cdot 4$$

$$n = \frac{4 \cdot 342}{11} = 31 \cdot 4$$

$$h = 31 \cdot 4 = 124$$

$$\begin{array}{r} \times 38 \\ 30 \\ \hline 228 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 744 \\ 1358 \end{array}$$

$$-4 = 1354$$

$$\begin{array}{r} \times 38 \\ 30 \\ \hline 248 \\ 108 \\ \hline 1328 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 124 \\ 11 \\ \hline 1244 \\ 1244 \\ \hline 7354 \end{array}$$

$$38 - 30 = (35 - 1)(35 + 1) = 35^2 - 1$$

$$\log_x 3 \geq 0 \quad x > 0$$

$$\sqrt{\log_x 3} = t \Rightarrow \log_x 3 = \log_x t^2$$

$$\sqrt{\log_x 3} = \log_x 3 \cdot \log_x \frac{3}{\log_x 3}$$

$$\log_x 3 = \log_x^2 t$$

$$\log_x 3 = (\log_x t) \cdot (\log_x t) \Rightarrow \log_x 3 = \log_x t^{\log_x t} \Rightarrow$$

$$3 = \log_x t^{\log_x t} \quad 3 = t^{\log_x t} \Rightarrow$$

$$\log_x t = \frac{\log_a t}{\log_a x}$$

$$t^{\log_x t} = t^{\frac{\log_a t}{\log_a x}} = t^{\frac{1}{\log_a x}} = t^{(\log_t x)^{-1}}$$

$$t^{\log_x t} = 3 \Rightarrow \log_x t = \log_3 t \Rightarrow$$

$$\log_x t = \log_t 3$$

$$\log_x t = \frac{\log_x 3}{\log_x t} \Rightarrow \log_x^2 t = \log_x 3 \Rightarrow$$

$$x^{(\log_x t)^2} =$$

$$x^{\sqrt{\log_x 3}} = \log_x x^{\log_x^2 3}$$

$$x=3: 3^{\log_3^2 3} = 3^{\sqrt{1}} = 3$$

$$x=9: 9^{\log_9^2 3} = 9^{(\frac{2}{3})^2} = 9^{\frac{4}{9}}$$

$$\log_x 3 = \frac{\log_3 3}{\log_3 x} = \frac{1}{\log_3 x}$$

$$\sqrt{\log_x 3} = \sqrt{\log_x 3} = \log_x 3$$

$$a = 6^t$$

$$t = \log_a 6 \Rightarrow \sqrt{t} = \sqrt{\log_a 6}$$

$$\log_x 3 = t^2 \Rightarrow x^{t^2} = 3 \Rightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y^3 - 13y^2 + 55y - 75 \leq 0$$

	1	-13	55	-75
5	1	-8	15	

$$02, 04, \dots, 110$$

$$02, 04, 06, 08$$

$$08 - 02 = 06$$

$$\frac{06}{2} = 3$$

$$3 + 1 = 4$$

$$110 - 02 = 108$$

$$\frac{108}{2} = 54$$

$$54 + 1 = 55$$

$$C_{110}^{110} = \frac{110!}{0! \cdot 110!} = 1$$

$$C_{110}^0 = \frac{110!}{110! \cdot 0!} = 1$$

$$C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{24}{4} = 6$$

$$2^4 = 16$$

$$C_4^1 = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$$

$$C_4^0 = 1$$

$$\frac{4+1+6}{4+6} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{yx}{2} = \frac{y + \gamma}{2} \cdot x - \frac{yx}{2} = \frac{\gamma x}{2}$$

$$\frac{\gamma x}{2} = 4 \cdot \frac{yx}{2} \Rightarrow \gamma = 4y$$

$$2\gamma - \frac{\gamma}{4} = \frac{3\gamma}{4}$$