

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 15

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 110 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет не меньше 61 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет меньше 49 раз. Найдите $p - q$.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 14x}{\cos 5x - \sin 5x} - \frac{\sin 14x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $27\sqrt{\log_3 x} - 13 \cdot 3\sqrt{4\log_3 x} + 55 \cdot x\sqrt{\log_x 3} \leq 75$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 9, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{35}}{6}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 25$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} y = -|x - \sqrt{a}| + 2 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 4. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 4$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 110 + x - 5^{110}, \\ y \leq \log_5 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) заметим, что, если орёл выпадает меньше 49 раз, то решка выпадает $\geq 100 - 49 = 51$ раз, а т.к. вероятности выпад. орла и решки в каждом броске одинак., то $q = p \Rightarrow p - q = 0$

О+В: 0

$$2) \frac{\cos 14x}{\cos 5x - \sin 5x} - \frac{\sin 14x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

ОДЗ: $\cos 5x - \sin 5x \neq 0$

$$\cos 14x (\cos 5x + \sin 5x) - \sin 14x (\cos 5x - \sin 5x) = -\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} (\cos 5x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin 5x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}) \neq 0$$

$$\cos 14x \cos 5x + \cos 14x \sin 5x - \sin 14x \cos 5x + \sin 14x \sin 5x = -\sqrt{2}$$

$$\cos(5x + \frac{\pi}{4}) \neq 0$$

$$\cos(5x - 14x) + \sin(5x - 14x) = -\sqrt{2}$$

$$5x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + \pi R$$

$$\cos(9x) - \sin(9x) = -\sqrt{2}$$

$$5x \neq \frac{\pi}{4} + \pi R, \text{ где } R \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{2} (\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(9x) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(9x)) = -\sqrt{2}$$

$$\cos 5x + \sin 5x \neq 0$$

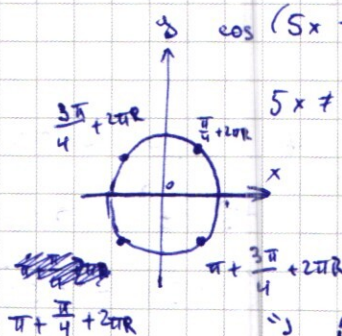
$$\cos(9x + \frac{\pi}{4}) = -1$$

$$\cos(5x - \frac{\pi}{4}) \neq 0$$

$$9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi R, R \in \mathbb{Z}$$

$$5x \neq \frac{3\pi}{4} + \pi R, \text{ где } R \in \mathbb{Z}, \text{ т.е.:}$$

$$x = \frac{3\pi}{36} + \frac{2}{9}\pi R = \frac{3\pi}{36} + \frac{8}{36}\pi R, R \in \mathbb{Z}$$



О+берём корни, погх. ОДЗ:

$$x = \frac{3}{36}\pi + 2\pi R - \text{погх.}$$

$$x = \frac{11}{36}\pi + 2\pi R - \text{погх.}$$

$$x = \frac{19}{36}\pi + 2\pi R - \text{погх.}$$

$$x = \frac{27}{36}\pi + 2\pi R = \frac{3}{4}\pi + 2\pi R \Rightarrow 5x = \frac{15\pi}{4} + 2\pi R \Rightarrow \text{не погх. по ОДЗ}$$

$$x = \frac{35}{36}\pi + 2\pi R - \text{погх.}$$

$$x = \frac{43}{36}\pi + 2\pi R - \text{погх.}$$

$$x = \frac{51}{36}\pi + 2\pi R = \frac{17}{12}\pi + 2\pi R - \text{погх.}$$

$$x = \frac{59}{36} + 2\pi R - \pi \log x.$$

$$x = \frac{67}{36} + 2\pi R - \pi \log x.$$

или

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{9}\pi R_1 + 2\pi R_2, \text{ где } R_1 \in (0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8) \\ R_2 \in \mathbb{Z}$$

$$3 \cdot 27^{\sqrt{\log_3 x}} - 13 \cdot 3^{\sqrt{4 \log_3 x}} + 55 \cdot x^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 75$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0 \\ x \neq 1$$

$$3 \cdot 3^{\sqrt{\log_3 x}} - 13 \cdot 3^{\sqrt{4 \log_3 x}} + 55 \cdot x^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 75$$

$$\sqrt{\log_3 x} \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$\downarrow \\ x > 1$$

$$\text{Докажем, что } x^{\sqrt{\log_3 x}} = 3^{\sqrt{\log_3 x}}$$

$$x^{\sqrt{\frac{\log_3 x}{\log_3 3}}} = x^{\sqrt{\log_3 x}} = 3^{\log_3 x \cdot \sqrt{\log_3 x}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{возведем обе части ур-я в степень} \\ = \sqrt{\log_3 x} \end{array} \right.$$

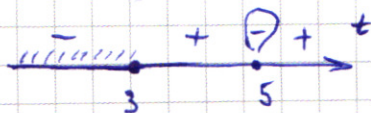
$$x^{\sqrt{\log_3 x}} = 3^{\log_3 x \cdot \sqrt{\log_3 x}} = 3^{\sqrt{\log_3 x}} \\ \text{и.т.д.}$$

$$\text{Пусть } t = 3^{\sqrt{\log_3 x}} \Rightarrow t > 0$$

$$t^3 - 13t^2 + 55t - 75 \leq 0$$

$$(t-3)(t^2 - 10t + 25) \leq 0$$

$$(t-3)(t-5)^2 \leq 0$$



$$\begin{cases} t \leq 3 \\ t = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} 3^{\sqrt{\log_3 x}} &\leq 3 \\ \sqrt{\log_3 x} &\leq 1 \\ \log_3 x &\leq 1 \end{aligned}$$

$$x \leq 3, \text{ но } x > 1 \Rightarrow \text{отрезок}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пров. высоту O_2F в $\triangle O_2O_1B$

$\triangle HO_2FB$ - прямоуго. $\Rightarrow \triangle HO_2B = \triangle O_2FB$

Пусть S_1 - площадь $\triangle HBO_2$, а

S_2 - площадь $\triangle O_2FO_1$

$$\frac{S_1 + S_2}{S_1} = 4$$

$$S_2 = 3S_1$$

$$S_1 = BH \cdot \frac{HO_2}{2}$$

$$S_2 = O_2F \cdot \frac{FO_1}{2} = BH \cdot \frac{FO_1}{2}$$

$$\Rightarrow HO_2 = 3FO_1$$

Заметим, что O_2FAD -
прямоуг.

и $HBAD$ - прямоуго.

$$\begin{aligned} HA &= O_2F \\ BA &= 2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} BA &= HD = 2r_2 \\ O_2D &= FA = r_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} FO_1 &= r_1 - r_2 \\ HO_2 &= 2r_2 - r_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$2r_2 - r_1 = 3r_1 - 3r_2$$

$$5r_2 = 4r_1 \Rightarrow r_1 = \frac{5}{4}r_2$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{4}$$

б) из тр. HBO_2 : $HV^2 = HO_2^2 + BO_2^2 = r_1^2 - (2r_2 - r_1)^2 = AD^2$

и

$$AD^2 + AB^2 = BD^2 = 4^2$$

$$r_1^2 - (2r_2 - r_1)^2 + 4r_2^2 = 4^2$$

$$4r_1r_2 = 4^2 \Rightarrow r_1r_2 = 4 \Rightarrow r_2^2 \cdot \frac{5}{4} = 4$$

$$x = 5 \Rightarrow \sqrt[3]{\log_3 x} = 5 = 3^{\log_3 5}$$

$$\log_3 x = \log_3^2 5$$

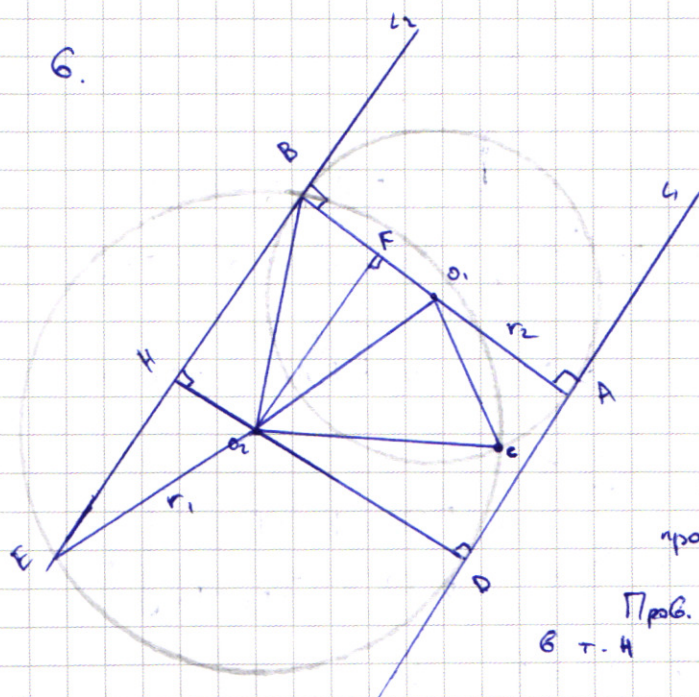
$$X = 3^{\log_3^2 5} = 5^{\log_3 5}$$

т.е. $\log_3 5 > 1$, то $5^{\log_3 5} > 5$

гипокс корень
подх. под ОДЗ

$O_{+B}: 5^{\log_2 5}$

6.



(Пусть $r_1 = O_2D$; $r_2 = O_1A$)

а) Заметим, что B, O , и A лежат на l_1
 $\perp$ прямой (проведем $O, A \Rightarrow O, A \perp l_2 \Rightarrow$
 продолжим O, A до пересеч. с l_2 в точке
 $B' \Rightarrow O, B' \perp l_2$ (т.е. $l_1 \parallel l_2$)

B' и B'' - одна и та же точка, т.е. из 1 точки можно пров. лишь 1 перп.).

Проб. O_2D и прогнм $\frac{ao}{ao}$ го пер. с L_2
в т. 4

$$O_2H \perp L_2$$

$$\Delta EKO_2 = \Delta O_2BH$$

($O_2E = O_2B = r$; O_2H - осн. Δ или прямоуго.)

$$\Delta O_2 B O_1 = \Delta O_1 C O_2$$

$$(O_2 B = O_2 C = r_1; O_1 B = O_1 C = r_2; O_1 O_2 = \cos \alpha)$$

$$\frac{S_{\text{Al}_2\text{O}_3\text{BO}_3}}{S_{\text{Al}_2\text{O}_3\text{H}_2\text{O}}} = \frac{S_{\text{Al}_2\text{BO}_3\text{K}}}{S_{\text{Al}_2\text{O}_3\text{H}_2\text{O}}} = 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$r_2^2 = \frac{4}{5}$$

$$r_2 = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow r_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 4$$

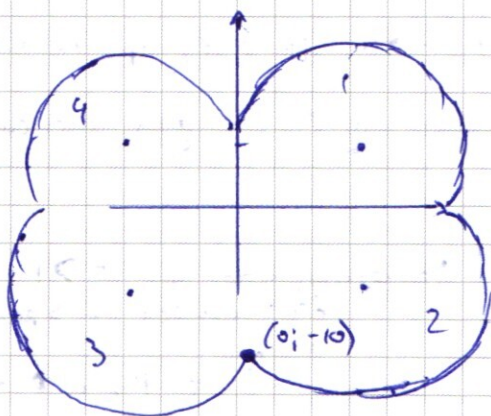
$$r_1 = \sqrt{5}$$

$$\text{Отв: а) } \frac{5}{4} ; \text{ б) } 15 \text{ и } \frac{4}{15}$$

(Заметим, что много распол.
окружн. с больш. рад.
быть не может, т.к.
т. С₁ и D лежат по
одну стор. от BA)

$$5) \begin{cases} y = -|x - 12| + 2 - 19 \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 13^2 \end{cases}$$

Заметим, что 2с гр-е задает такую фигуру:



где часть 1 - это часть
окр. с центром (12; 5), при
 $y, x \geq 0$

2 - часть окр. с центром
(12; -5), при $x \geq 0$
 $y \leq 0$

3 - || - с центр. (-12; -5)
при $x, y \leq 0$

4 - || - с у. (-12; 5) при
 $x \leq 0$
 $y \geq 0$

обозн. $t = \sqrt{a'}$

пер. гр.: $y = -|x - t| + 2 - t$

при $x \geq t$,

$$y = -x + 2$$

при $x \leq t$,

$$y = -x + 2 - 2t$$

$\Rightarrow$ 1с гр-е задает перевернутой модель,
центр которого лежит на т. (t; 2-t)

Заметим, что при $t \in [0; R)$, где R - это зн-е t , при котор. прямая $\perp y = 2 - x$ перес. фигуру ур-я 2 в точке $(0; -10)$, фигура и ур-я 1 перес. фигуру ур. 2 в 2х точках, что как не подходит.

Найдем это R :

$$y = x + R, \perp y = 2 - x$$

$$y = x + R, \text{ прох. через } (0; -10)$$

$$R = -10$$

$$\begin{cases} y = x - 10 \\ y = 2 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 12 \\ x = 6, \text{ т.е.} \end{cases}$$

центр нашего "переверн." модуля должен быть точкой $(6; -1)$
 $t = 6$

Заметим, что при $t \in [6; R_2)$, где R_2 - это зн-е t , при котором прямая $\perp y = 2 - x$ ^{касается} ~~перес.~~ 3х части фигуры ур-я 2; ~~эта~~ система будет иметь 4 реш-я (4 точки пересек.)

Найдем R_2 :

$$y = x + R' \perp y = 2 - x$$

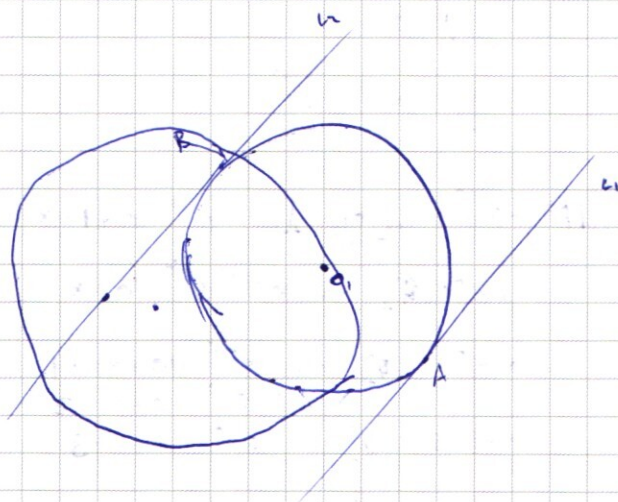
$$\begin{cases} y = x + R' \\ (x + 12)^2 + (y + 5)^2 = 13^2 \end{cases} \text{ должно иметь 1 реш.}$$

$$\begin{aligned} x + 7 - 13R' &= x^2 + 24x + 12^2 - 13^2 + x^2 + 2x(R' + 5) + (R' + 5)^2 = 0 \\ &= 2 - x \\ 2x &= 13R' - 5 \\ x &= \frac{13R' - 5}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Отв: } a &= 36 \text{ и } \left(\frac{13R' - 5}{2}\right)^2 \\ D &= 0 = (17 + R')^2 - 2R'(R' + 10) = 0 \\ R' &= \frac{14 \pm 26\sqrt{2}}{2} = 7 \pm 13\sqrt{2} \Rightarrow \text{огр. } R' = 7 - 13\sqrt{2} \end{aligned}$$

Заметим, что при $t > R_2$, сист. имеет < 3 реш., а при $t = R_2$ и R - 3 реш.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$4r_2^2 + r_1^2 - (2r_2 - r_1)^2 = 4$$

$$4r_2^2 - 4r_1r_2 + r_1^2 = 4$$

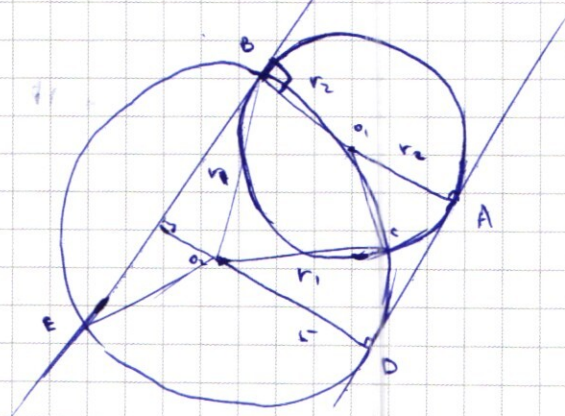
$$r_1r_2 = 1$$

$$k_2^2 \cdot \frac{5}{4} = 1$$

$$r_2 = \frac{4}{5}$$

$$r_1 = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle O_1 O_2 E}}{S_{\triangle O_2 BE}} = 4$$



$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{1}{4}$$

$$4S_1 = S_1 + S_2$$

$$S_2 = 3S_1$$

$$\frac{S_2}{S_1} = 3$$

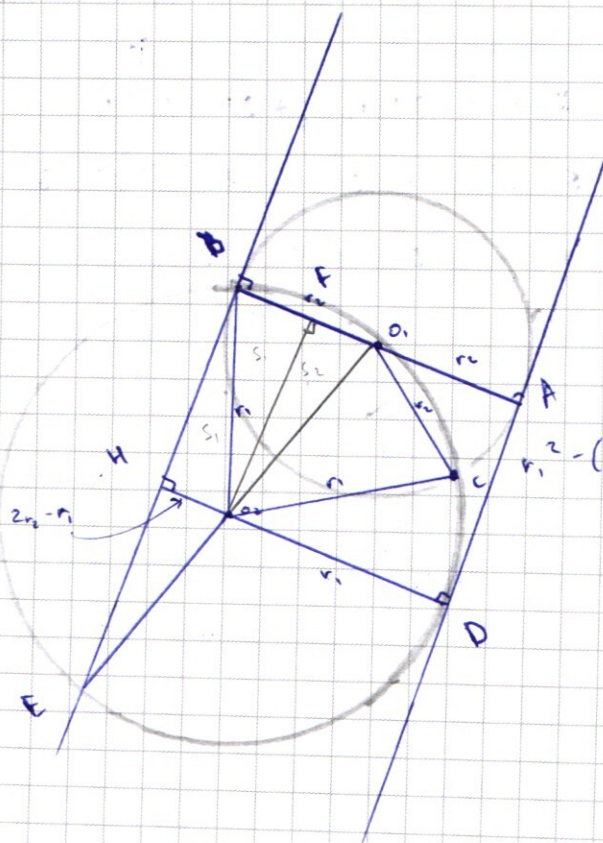
$$\frac{2r_2 - r_1}{r_1 - r_2} = 3$$

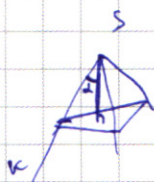
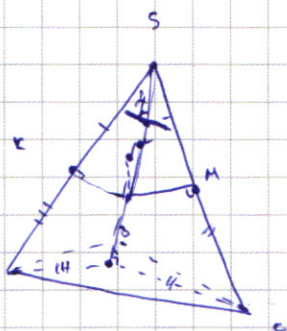
$$2r_2 - r_1 = 3r_1 - 3r_2$$

$$5r_2 = 4r_1$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{4}$$

$$r_1 = \frac{5}{4}r_2$$





$$\begin{cases} y \geq 110 + x - 5^{110} \\ y \leq \log_5 x \end{cases}$$

$$x > 0$$

$$x \geq 1$$

$$y \leq +\infty$$

$$x = 1$$

$$y \leq 0$$

$$y \geq 100 + 1 - 5^{110}$$

$$[1; 4]$$

$$[\dots; 0]$$

$$[110 - 5^{110} + x; \log_5 x] \quad 5^{110} - 110 + 1 - x$$

$$x \in [1; 4] \rightarrow 110 - 5^{110} + x$$

$$x \in [5; 24] \rightarrow 5^{110} - 110 - x + 2$$

$$x \in [25; 124] \rightarrow 5^{110} - 110 - x + 3$$

$$= (5^{110} - 110 - \sum_{i=1}^3 (1 + \dots + 5^{110})) +$$

$$+ 4 \cdot 1 + 2 \cdot (24 - 4) + 3 \cdot (124 - 24)$$

$$4 \cdot 1 + (24 - 4) \cdot 2 + 3 \cdot (124 - 24)$$

$$(5^1 - 5^0) \cdot 1 + (5^2 - 5^1) \cdot 2 + (5^3 - 5^2) \cdot 3$$

$$4 \cdot 1 + 4 \cdot 5 \cdot 2 + 4 \cdot 5^2 \cdot 3 + \dots$$

$$4 \cdot 5^{109} \cdot 110$$

$$(x+12)^2 + (y-5)^2 = 13^2$$

$$y = 2 - x$$

$$x^2 + 24x - 25 + x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$2x^2 + 30x - 16 = 0$$

$$x^2 + 15x - 8 = 0$$

$$D = 225 + 32 = 257$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{257}}{2}$$

$$(x+R-5)$$

$$(x+12)^2$$

$$x^2 + 24x - 25 + x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$2x^2 + 30x - 16 = 0$$

$$\geq 61 \text{ p.}$$

$$\leq 49 \text{ p.}$$

$$\frac{110}{49} \cdot \frac{49}{61}$$

$$y = x + R$$

$$x^2 + 24x + 12^2 + x^2 + 2x(R-5) + (R-5)^2 - 13^2 = 0$$

$$2x^2 + x(24 + 2R - 10) + R(R-10) = 0$$

$$x^2 + x(7 + R) + \frac{R(R-10)}{2} = 0$$

$$D = 49 + 14R + R^2 - 2R^2 + 20R = 0$$

$$-R^2 + 34R + 49 = 0$$

$$R^2 - 34R - 49 = 0$$

$$D = 4 \cdot 17^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-49) = 4 \cdot 10 \cdot 24 = 8^2 \cdot 15$$

$$R = 17 \pm 4\sqrt{15}$$

$$y = x + R = 2 - x$$

$$2x = 2 - 17 - 4\sqrt{15}$$

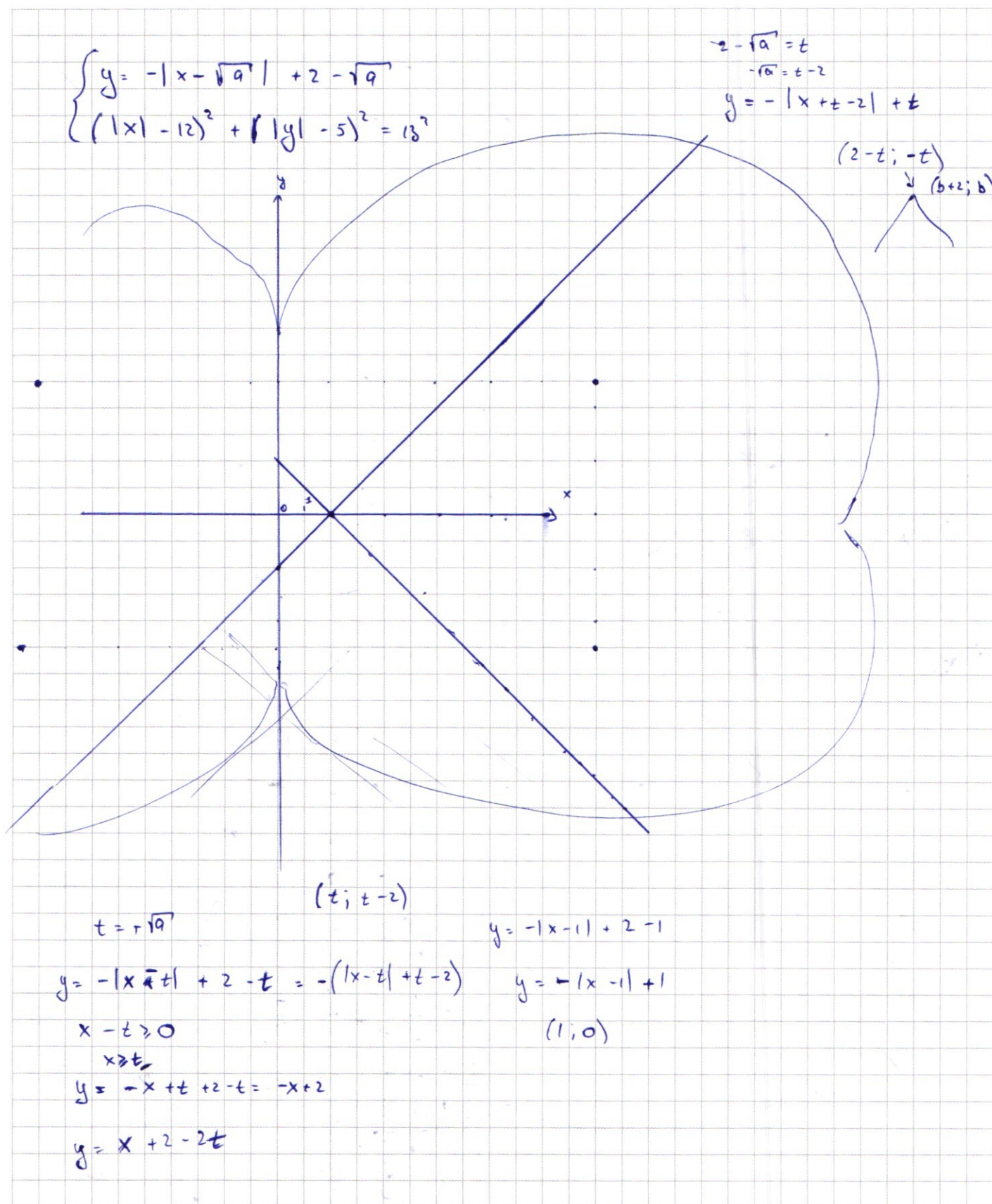
$$x = -\frac{15}{2} - 2\sqrt{15}$$

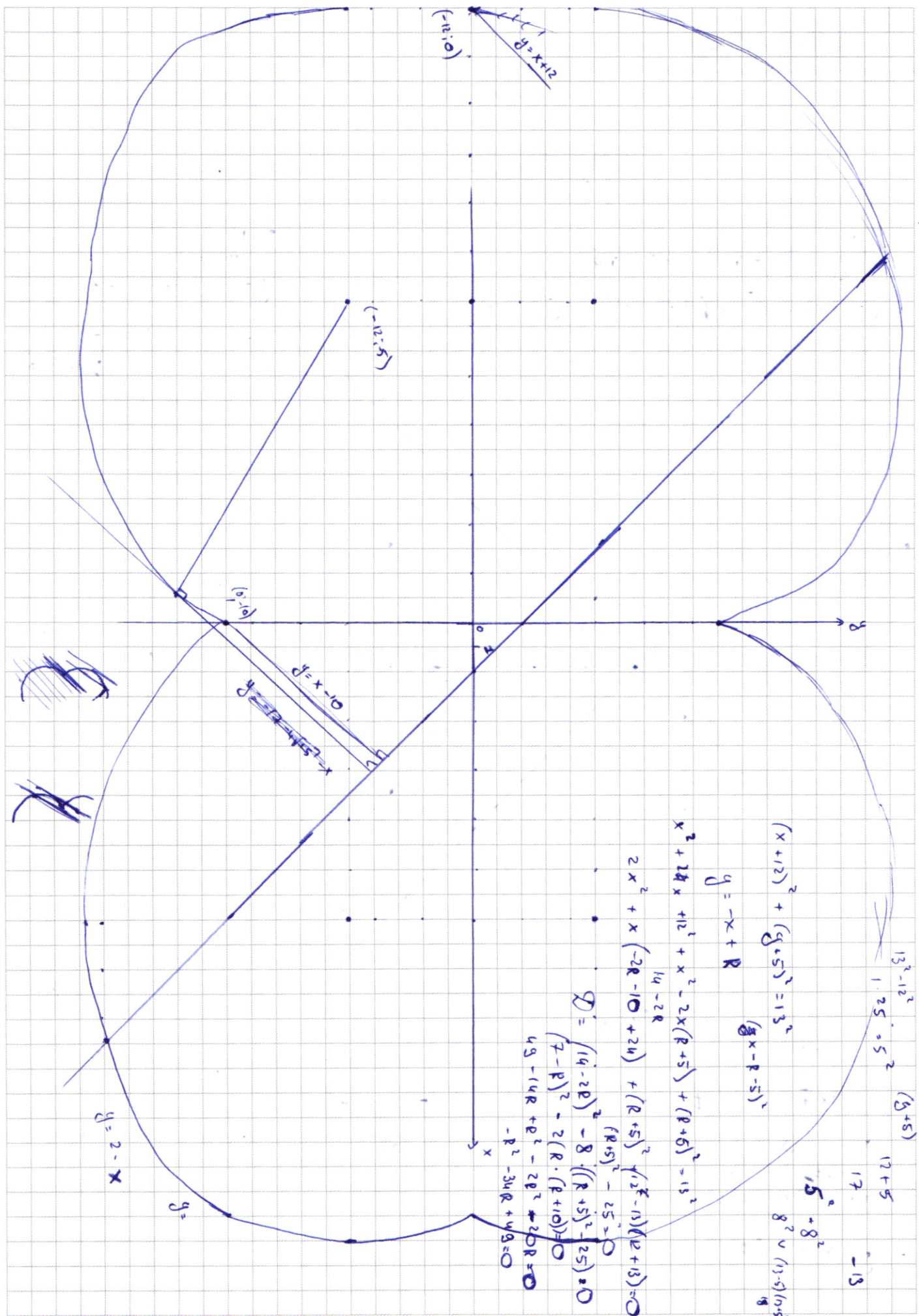
$$\begin{cases} y \geq 110 + x - 5^{110} \\ y \leq \log_5 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^y \leq x \\ y \geq 110 + x - 5^{110} \end{cases}$$

$$5^{110+x-5^{110}} \leq x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2. \frac{\cos 14x}{\cos 5x - \sin 5x} - \frac{\sin 14x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \sin b \cos a$$

$$3\pi - 2\pi = \pi$$

$$\cos 14x (\cos 5x + \sin 5x) - \sin 14x (\cos 5x - \sin 5x) = -\sqrt{2}$$

$$\cos 14x \cos 5x + \sin 14x \sin 5x + \cos 14x \sin 5x - \sin 14x \cos 5x = -\sqrt{2}$$

$$\cos(14x - 5x) + \sin(5x - 14x) = -\sqrt{2}$$

$$\cos 9x - \sin 9x = -\sqrt{2}$$

$$\frac{5}{12}\pi + \frac{10}{9}\pi R = \frac{\pi}{4} + \pi R$$

$$\cos 14x \cos 5x + \sin 14x \sin 5x + \sin 5x \cos 14x - \sin 14x \cos 5x$$

$$\sqrt{2} \left(\cos 9x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \sin 9x \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -\sqrt{2}$$

$$15 + 40R = 9 + 18R, \\ 40R = 18R - 6 = 20R = 3(3R - 1)$$

$$\cos \left(9x + \frac{\pi}{4} \right) = -1$$

$$\cos(14x - 5x) + \sin(5x - 14x)$$

$$9x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi R$$

$$9x = \frac{3}{4}\pi + 2\pi R$$

$$x = \frac{1}{12}\pi + \frac{2}{9}\pi R = \frac{3}{36}\pi + \frac{8}{36}\pi R$$

$$\cos 5x - \sin 5x \neq 0$$

$$\sqrt{2} \cos \left(5x + \frac{\pi}{4} \right) \neq 0$$

$$5x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + \pi R$$

$$5x \neq \frac{\pi}{4} + \pi R$$

$$x \neq \frac{\pi}{20} + \pi R$$

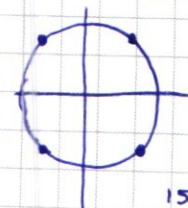
$$\cos 5x + \sin 5x \neq 0$$

$$\cos \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) \neq 0$$

$$5x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + \pi R$$

$$5x \neq \frac{3}{4}\pi + \pi R$$

$$5x \neq \frac{\pi}{4} + \pi R$$



$$\frac{15\pi}{4} = \frac{1}{4} + 2\pi R, \\ 7 = R,$$

$$x = \frac{3\pi}{36} + 2\pi R = \frac{1}{12}\pi$$

$$x = \frac{11}{36}\pi + 2\pi R$$

$$x = \frac{19}{36}\pi + 2\pi R$$

$$x = \frac{27}{36}\pi + 2\pi R = \frac{3}{4}\pi$$

$$x = \frac{35}{36}\pi + 2\pi R$$

$$x = \frac{43}{36}\pi + 2\pi R$$

$$x = \frac{51}{36}\pi = \frac{17}{12}\pi$$

$$x = \frac{59}{36}\pi$$

$$x = \frac{67}{36}\pi$$

$$x = \frac{75}{36}\pi = \frac{25}{12}\pi$$

$$5x = \frac{5}{12}\pi + \frac{10}{9}\pi R = \frac{\pi}{4} + \pi R$$

$$\frac{5}{12}\pi + \frac{10}{9}\pi R = \frac{\pi}{4} + \pi R$$

$$6\pi + 40\pi R = 36\pi R$$

$$3 + 20R = 18R$$

$$20R = 18R - 3$$

$$\frac{5\pi}{12} + \frac{10}{9}\pi R \neq \frac{3\pi}{4} + \pi R$$

$$\frac{5}{12}\pi + \frac{10}{9}\pi R \neq \frac{\pi}{4} + \pi R$$

$$15 + 40R = 9 + 18R$$

$$40R = 18R - 6$$

$$3. \quad 27 \sqrt[3]{\log_3 x} - 13 \cdot 3 \sqrt[3]{\log_3 x} + 55 \cdot x \sqrt[3]{\log_3 x} \leq 75$$

$$\sqrt[3]{\log_3 3} = \sqrt[3]{1} = 1$$

$$3 \sqrt[3]{t} - 13 \cdot 3 \sqrt[3]{t} + 55 \cdot x \sqrt[3]{t}$$

$$x = (\sqrt[3]{x})^3$$

$$\sqrt[3]{\log_3 x} = 9$$

$$t = 3 \sqrt[3]{\log_3 x} = 3 (\log_3 x)^{\frac{1}{3}}$$

$$x = 9$$

$$x \sqrt[3]{\log_3 3} = 3 \sqrt[3]{\log_3 x} = t$$

$$x \sqrt[3]{\log_3 x} = 9 \quad \sqrt[3]{\frac{\log_3 x}{\log_3 x}} = 9$$

$$\sqrt[3]{\log_3 x}$$

$$\sqrt[3]{\frac{\log_3 x}{\log_3 x}}$$

$$t = 3 \sqrt[3]{\log_3 x}$$

$$3 \sqrt[3]{t} - 13 \cdot 3 \sqrt[3]{t} + 55t$$

$$3 \sqrt[3]{\log_3 x} - 13 \cdot 3 \sqrt[3]{\log_3 x} + 55 \cdot x \sqrt[3]{\log_3 x} \leq 75$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 25 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$25 \cdot 3$$

$$5 \cdot 17$$

$$t^3 - 13t^2 + 55t - 75 \leq 0$$

$$125 - 13 \cdot 25 + 25 \cdot 17 - 75 \leq 0$$

$$\begin{array}{r} 3(9 - 39 + 55) \\ -30 + 55 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25(5 - 13 + 25) \\ 25 \cdot 17 \\ \hline (t-5)^2 = t^2 - 10t + 25 \end{array}$$

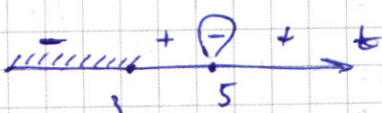
$$27 - 13 \cdot 9 + 3 \cdot 55 - 75 \leq 0$$

$$3(9 - 39 + 55) - 3 \cdot 25$$

$$(t-3)(t^2 - 10t + 25) \leq 0$$

$$(t-3)(t-5)^2 \leq 0$$

$$\begin{array}{r} 55 \\ 30 \\ \hline 25 \end{array}$$



$$\begin{cases} t \leq 3 \Rightarrow 3 \sqrt[3]{\log_3 x} \leq 3 \\ t = 5 \end{cases}$$

$$\sqrt[3]{\log_3 x} \leq 1$$

$$\log_3 x \leq 1 = 3^0$$

$$x \leq 1; x > 0$$

$$\sqrt[3]{\log_3 x} = 5 = 3^{\log_3 5}$$

$$\sqrt[3]{\log_3 x} = \log_3 5$$

$$\log_3 x = \log_3^2 5$$

$$x = 5^{\log_3 5}$$