

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 13

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 90 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет не меньше 55 раз, а q – вероятность того, что орёл выпадет меньше 35 раз. Найдите $p - q$.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 8x}{\cos 3x + \sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x - \sin 3x} = \sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $27\sqrt{\log_3 x} - 11 \cdot 3\sqrt{4\log_3 x} + 40 \cdot x\sqrt{\log_x 3} \leq 48$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 5, $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 36$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2, \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E , а также вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 2. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 2$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 90 + x - 6^{90}, \\ y \leq \log_6 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 3

$$27^{\sqrt{\log_3 x}} - 11 \cdot 3^{\sqrt{4 \log_3 x}} + 40 \cdot x^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 48$$

ОДЗ:

$$x > 0; x \neq 1$$

$$1) 27^{\sqrt{\log_3 x}} = (3^{\sqrt{\log_3 x}})^3 \quad 2) 3^{\sqrt{4 \log_3 x}} = (3^{\sqrt{\log_3 x}})^2 \cdot 1$$

$$3) x^{\sqrt{\log_3 x}} = x^{\frac{\log_3 x}{\sqrt{\log_3 x}}} = (x^{\log_3 x})^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} = (3^{\log_3 x})^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} = 3^{\sqrt{\log_3 x}}$$

Замечаем: $t = 3^{\sqrt{\log_3 x}} \geq 1$

$$t^3 - 11t^2 + 40t - 48 \leq 0$$

Заметим, что при $t=3$: $27 - 99 + 120 - 48 = 0$

$$t^3 - 11t^2 + 40t - 48 = (t-3) \frac{(t^3 - 11t^2 + 40t - 48)}{(t-3)} = (t-3)(t^2 - 8t + 16)$$

$$= (t-3)(t-4)^2 \leq 0 \quad \text{нули: } t=3 \text{ и } t=4$$

— — — — — + — — — — —
3 4
 $t \in (-\infty; 3] \cup \{4\}$ — удовл.

Так как $t \geq 1$, то $t \in [1; 3] \cup \{4\}$

Обратная замена:

1) $t=4$: $3^{\sqrt{\log_3 x}} = 4$ Прологарифмируем обе части по осн. 3

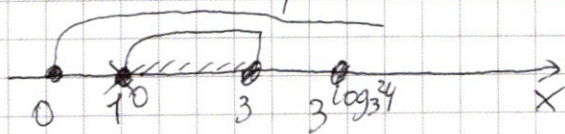
$\log_3 3^{\sqrt{\log_3 x}} = \log_3 4 \quad \sqrt{\log_3 x} = \log_3 4$, т.к. обе части положи-

тельны, возведем в квадрат $\log_3 x = \log_3^2 4$
 $x = 3^{\log_3^2 4}$

2) $1 \leq t \leq 3$

$1 \leq 3^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 3$; $\log_3 1 \leq \sqrt{\log_3 x} \leq \log_3 3$; $0 \leq \sqrt{\log_3 x} \leq 1$;

Все ~~обе~~ ^{ни одна из} части неотрицательны: $0 \leq \log_3 x \leq 1$. ~~1~~ $1 \leq x \leq 3$



Ответ: $x \in [1; 3] \cup \{3^{\log_3^2 4}\}$

~1

Всего вариантов выпадения: 2^{90} .

$$p = \frac{C_{90}^{55} + C_{90}^{56} + C_{90}^{57} + \dots + C_{90}^{90}}{2^{90}}; \quad q = \frac{C_{90}^{34} + C_{90}^{33} + C_{90}^{32} + \dots + C_{90}^0}{2^{90}}$$

Так как $C_n^m = C_n^{n-m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$, то $C_{90}^{34} = C_{90}^{56}$; $C_{90}^{33} = C_{90}^{57}$; ...;
 $C_{90}^0 = C_{90}^{90}$.

$$p - q = \frac{C_{90}^{55} + C_{90}^{56} + C_{90}^{57} + \dots + C_{90}^{90} - C_{90}^{56} - C_{90}^{57} - \dots - C_{90}^{90}}{2^{90}} = \frac{C_{90}^{55}}{2^{90}}$$

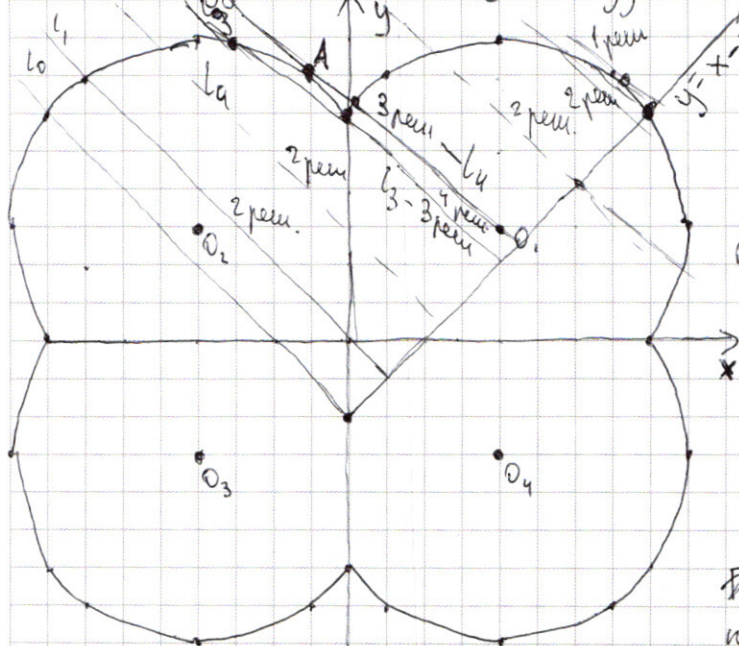
Ответ: $\frac{C_{90}^{55}}{2^{90}}$

~5

$$\begin{cases} y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2 & (1) \\ (|x| - 4)^2 + (|y| - 3)^2 = 25 & (2) \end{cases} \quad a - ? \quad 3 \text{ реш.}$$

Построим второе уравнение на координатной плоскости

Оно будет состоять из 4-х дуг окружностей с центрами $(\pm 4; \pm 3)$ и радиусом $R = 5$



Заметим, что $a \geq 0$.

~~Второе~~ Первое ур-ие, при $x \geq \sqrt{a}$ будет представлять собой прямую

(лучи) $y = x - 2$, а при $x < \sqrt{a}$:

$y = -x + 2\sqrt{a} - 2$ - тоже луч.

Каждый луч будет касаться окружности $y = x - 2$, $x \geq 0$

При $a = 0$: 10 2 реш.

При $a = 1$: 1, 2 реш.

При $a > 1$: 1, 2 реш.

При $a > 1$ когда прямая l_a будет дважды пересекать дугу окружности O_2 появится 3 решения.

Это происходит впервые при пересечении прямой l_0 точки $(0; 6)$

и до касания прямой l_a окружности O_2 в точке A. При этом прямая l_a касалась окружности O_1 (появится 4 реш.)

Тогда ровно 3 решения будут иметь прямые l_3 (через $(0; 6)$ - касаясь O_1 и O_2) и l_4 (касаясь O_2 и O_3) после этого прямая будет пересекать график в 2 точки, а касаясь в 1 и в 0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найдем такие a , при которых будет L_3 или L_4 .

$$L_3: y = -x + 2\sqrt{a} - 2; y = 6; x = 0: 6 = 2\sqrt{a} - 2 \quad \sqrt{a} = \frac{8}{2} = 4; \underline{a = 16}$$

$$L_4: P(O_2; L_4) = R = 5 \quad L_4: y + x - 2\sqrt{a} + 2 = 0 \quad O_2(-3; 4)$$

$$P(O_2; L_4) = \frac{|-3 + 4 - 2\sqrt{a} + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 5; |3 - 2\sqrt{a}| = 5\sqrt{2}$$

$$a = \frac{(5\sqrt{2} + 3)^2}{4} = \frac{50 + 9 + 30\sqrt{2}}{4} = \frac{59 + 30\sqrt{2}}{4}$$

$$3 - 2\sqrt{a} = \pm 5\sqrt{2}$$

$$1) -2\sqrt{a} = 5\sqrt{2} - 3$$

$$\sqrt{a} = \frac{3 - 5\sqrt{2}}{2}$$

нет. реш.

$$2) -2\sqrt{a} = 5\sqrt{2} + 3$$

$$\sqrt{a} = \frac{5\sqrt{2} + 3}{2}$$

$$a = \frac{(5\sqrt{2} + 3)^2}{4}$$

$$\text{Ответ: } a = \left\{ 16; \frac{59 + 30\sqrt{2}}{4} \right\}$$

№2

$$\frac{\cos 8x}{\cos 3x + \sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x - \sin 3x} = \sqrt{2}; \frac{\cos 8x(\cos 3x - \sin 3x) + \sin 8x(\cos 3x + \sin 3x)}{\cos^2 3x - \sin^2 3x} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 8x \cdot \cos 3x - \cos 8x \cdot \sin 3x + \sin 8x \cdot \cos 3x + \sin 8x \cdot \sin 3x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

$$\cos 8x \cdot \cos 3x = \frac{1}{2}(\cos 5x + \cos 11x); -\sin 3x \cdot \cos 8x = \frac{1}{2}(\sin 5x - \sin 11x)$$

$$\sin 8x \cdot \cos 3x = \frac{1}{2}(\sin 5x + \sin 11x); \sin 8x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}(\cos 5x - \cos 11x)$$

$$\frac{\frac{1}{2}\cos 5x + \frac{1}{2}\cos 11x + \frac{1}{2}\sin 5x - \frac{1}{2}\sin 11x + \frac{1}{2}\sin 5x + \frac{1}{2}\sin 11x + \frac{1}{2}\cos 5x - \frac{1}{2}\cos 11x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 5x + \sin 5x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 6x$$

$$(\cos 5x + \sin 5x)^2 = 2 \cos^2 6x; 1 + 2 \cos 5x \sin 5x = 2 \cos^2 6x$$

$$\sin 10x = \cos 12x$$

$$\text{ОДЗ: } \cos 6x \neq 0 \quad 6x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6}, k \in \mathbb{Z} \\ \cos 6x > 0$$

$$\cos 12x - \sin 10x = 0; \quad \cos 12x + \cos(10x + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$2 \cos(x - \frac{\pi}{4}) \cos(11x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

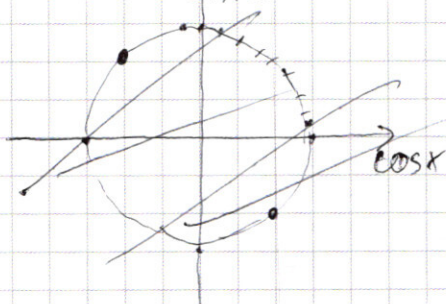
$$\cos(x - \frac{\pi}{4}) = 0 \quad \cos(11x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$11x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{44} + \frac{\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z}$$



Проверка:

$$\frac{3\pi}{4} + \pi k \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}; k, n \in \mathbb{Z}$$

$$9 + 12k \neq 1 + 2n$$

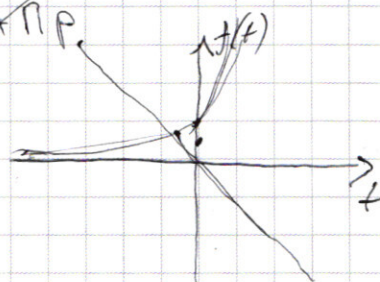
$$n \neq 4 + 6k$$

Ответ: $x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$x = \frac{\pi}{44} + \frac{\pi k}{11}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{4\pi}{6} + \pi p, p \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi p$$



~7

$$\begin{cases} y \geq 90 + \pi - 6^{90} & (1) \\ y \leq \log_6 x & (2) \end{cases}$$

из (2) $\log_6 x \geq y$

$$x \geq 6^y$$

из (1) $x \leq 6^{y-90} + 6^{90}$

$$6^y \leq x \leq 6^{y-90} + 6^{90}$$

$$6^y - y \leq 6^{90} - 90$$

Пусть $f(t) = 6^t - t$

Пусть $f(t) = 6^t - t$. $f(y) \leq f(90) \Rightarrow y \leq 90$

При $t \rightarrow -6^{90}$ $f(t) \rightarrow 6^{90}$

При $t \rightarrow -6^{90}$ $f(t) \rightarrow 6^{90}$ $f(-6^{90}) < 6^{90} - 90$

Количество решений: $6^{90} + 90$

Ответ: $6^{90} + 90$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$\frac{\cos 8x}{\cos 3x + \sin 3x} + \frac{\sin 8x}{\cos 3x - \sin 3x} = \sqrt{2}$$

$$(\cos 8x (\cos 3x - \sin 3x) + \sin 8x (\cos 3x + \sin 3x)) = \sqrt{2} (\cos^2 3x - \sin^2 3x)$$

$$\cos 8x \cos 3x - \cos 8x \sin 3x + \sin 8x \cos 3x + \sin 8x \sin 3x$$

$$\log_6 x \geq y \geq 90 - x - 6^{90}$$

$$x \geq 6^y \quad \log_6 x \geq 90 + x \cdot 6^{90}$$

$$x \geq 6^{90+x \cdot 6^{90}}$$

$$= \sqrt{x} \cdot \sqrt{\log_3 3} = \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}$$

$$27 \sqrt{\log_3 x} - 11 \cdot 3^{\sqrt{4 \log_3 x}} + 40 x^{\sqrt{\log_3 x}}$$

$$x^{\sqrt{\log_3 x}} = x^{((\log_3 x)^{\frac{1}{2}})^2}^{\frac{1}{2}}$$

$$x^a = x^{a^{\frac{1}{2}}}$$

$$\sqrt{\log_3 x} = \sqrt{\frac{\log_3 x}{\log_3 3}}$$

$$\sqrt{\log_3 x} = \sqrt{\frac{\log_3 3}{\log_3 x}} = \frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}$$

$$\log_3 x = \frac{\log_3 3}{\log_3 x} = \frac{1}{\log_3 x}$$

$$x^{\log_3 x^{-\frac{1}{2}}}$$

$$\sqrt{\log_3 x}$$

$$3^{\sqrt{\log_3 x}} \quad 3^{\log_3^2 x} \quad 3^{\log_3 x \cdot \log_3 x} = x^{\log_3 x}$$

$$\sqrt{\log_3 x} = \frac{\log_3 x}{\sqrt{\log_3 x}}$$

$$(x^{\log_3 x})^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} = \frac{1}{3^{\sqrt{\log_3 x}}}$$

$$8 - 44 + 80 - 48$$
~~88-88~~

$$90 - \gamma - (90 - \alpha) = \alpha - \gamma$$
 ~~$\cos 82 = \cos 44$~~

~~$12 - 21 + 40 - 48$~~

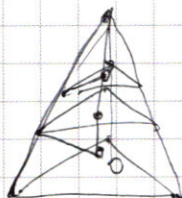
$$180 - 2(\alpha + 2\gamma)$$

$$27 - 99 + 120 - 48$$

$$147 - 147 = 0$$

$$\frac{\cos 5x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} t^3 - 11t^2 + 40t - 48 \quad | \quad t-3 \\ -t^3 + 3t^2 \\ \hline -8t^2 + 40t - 48 \\ -8t^2 + 24t \\ \hline 16t - 48 \\ -16t + 48 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$\frac{\cos 5x}{\cos 6x} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}}$$

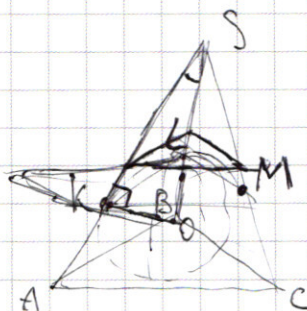
$$\cos 5x = \sqrt{2} \cos 6x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 5x = \cos 6x$$

$$\frac{abc}{4R} = 5$$

$$\cos \frac{\pi}{4} \cos 5x = \cos 6x$$

$$\frac{DF}{DS} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$



$$(t-3)(t-4)^2$$

O_2 - центр окруж. p.r.

$$\frac{KO}{SO} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

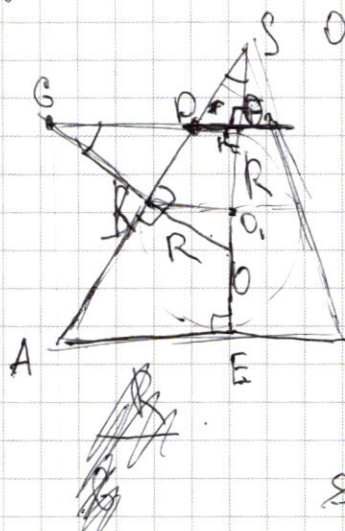
$$KO = SO \frac{\sqrt{21}}{5} = R$$

$$x = \sqrt{2} \cos x - \sqrt{2} \tan 5x \cdot \sin x$$

$$\frac{\cos 5x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

~~$\cos 5x = \sqrt{2} \cos 6x$~~

~~$\frac{\cos 6x}{\cos 5x} = \sqrt{2}$~~



~~cos~~

$$\cos 6x = \cos 5x \cos x - \sin 5x \sin x$$

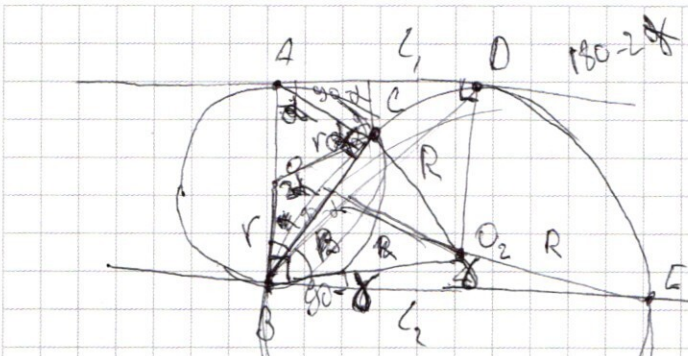
$$1 = \sqrt{2} (\cos x - \tan 5x \cdot \sin x)$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2$$

$$\frac{0, B_2 C}{0, B E} = 2 \quad \frac{R}{r} = ?$$

$$x \geq \sqrt{a}:$$

$$\frac{abc}{4R}$$

$$\frac{R}{\sin \theta} = 2R$$

$$y = x - 2$$

$$\frac{1}{2} r^2 \sin 2\alpha + \frac{1}{2} R^2 \sin(-2\alpha - 2\gamma)$$

$$90^\circ - 90^\circ + x - 90^\circ + 2$$

$$\frac{1}{2} R^2 \sin(2\gamma) - 2\alpha - 2\gamma$$

$$2. \quad \alpha + \chi - 90$$

$$2x + 2y - 180$$

$$g = -x + 2\sqrt{a} - 2$$

$$y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2$$

~~11/25a = 8~~

$$(x-4)^2 + (4-3)^2 = 25$$

$$\sqrt{a} = 4$$
$$a = 16$$

$$Q = 16$$

2)

$x > 0$

$y \geq 0$

$x < 0$

450

$$(x+4)^2 + (y+3)^2 = 25$$

3) $x > 0$

450

$$(x-4)^2 + (y+3)^2$$

$$a \geq 0$$

$$y = |x - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 2$$

$$y = X - \sqrt{a} + \sqrt{a} - 2$$

$$X - \sqrt{a} \leq 0$$

$$x \geq \sqrt{a} \geq 0 \Rightarrow x \geq a^2$$

$$y = 2\sqrt{a} - x - 2$$

$$x = \sqrt{a} \geq 0$$

$$y = x - 2$$

$$y = -x + 2\sqrt{a} - 2$$

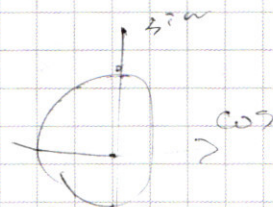
$$C_n^m = C_n^{n-m} = \frac{n!}{(n-m)!(n-n+m)!} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!} = C_n^m$$

$$C_{90}^{34} = C$$

$$p = \frac{C_{90}^{55} + C_{90}^{56} + \dots + C_{90}^{90}}{C_{90}^0 + C_{90}^1 + C_{90}^2 + \dots + C_{90}^{90}}$$

$$q = \frac{C_{90}^{34} + C_{90}^{33} + \dots + C_{90}^0}{C_{90}^0 + C_{90}^1 + C_{90}^2 + \dots + C_{90}^{90}}$$

$$p - q = \frac{C_{90}^{55}}{C_{90}^0 + C_{90}^1 + \dots + C_{90}^{90}}$$



~~90!~~ ~~90!~~
~~55! 35!~~

$$C_2^0 + C_2^1 + C_2^2$$

$$6 \times \frac{\pi n}{2}$$

$$x = \frac{\pi n}{6} + \frac{\pi}{12}$$

$$C_{36}^{36} = 1 - q - 35 \text{ u some}$$

$$\frac{2!}{2!} \cdot \frac{2!}{1!} = 2$$

$$-1 = C_{90}^{90} - C$$

$$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \quad 8 \quad 2^3$$

$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \quad 16 \quad 2^4$$

$$C_{90}^0 + C_{90}^1 + \dots + C_{90}^{90} =$$

$$2^{90}$$

$$6 \times$$

$$C_{90}^{55} = \frac{90!}{2^{90} \cdot 35! \cdot 55!}$$

$$\frac{90!}{2^{90} \cdot 35! \cdot 55!} \cdot \frac{56 \cdot 57 \cdot 58 \dots 90}{2^{90} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}$$

$$\cos 8x \cos 3x = \frac{1}{2} (\cos(5x) + \cos(11x))$$

$$\sin 8x \cos 3x = \frac{1}{2} (\sin 5x + \sin 11x)$$

$$-\sin 3x \cos 8x = \frac{1}{2} (\sin(5x) - \sin(11x))$$

$$\sin 8x \sin 3x = \frac{1}{2} (\cos 5x - \cos 11x)$$

$$\cos 5x - \sqrt{2} \cos 6x = 0$$

$$\cos 5x - \sqrt{2} (\cos 5x \cdot \cos x - \sin 5x \cdot \sin x)$$

$$\cos(5x+x) = \cos 5x \cdot \cos x - \sin 5x \cdot \sin x$$

$$\frac{\cos 5x}{\cos^2 3x - \sin^2 3x} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 5x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos \frac{\pi}{4} \cos 6x = \frac{1}{2} \left(\cos \left(6x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(6x + \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$\frac{\cos 5x + \sin 5x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

$$2 \cos 5x = \cos \left(\right)$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 6x$$

~~160~~

$$\log_6 x \geq 90 + x - 60 \quad 90$$

$$\log_6 x \geq 6 \quad 90 + x - 60$$

$$\cos 6x = \cos(5x + x) = \cos 5x \cos x - \sin 5x \sin x$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \cos(6x - x) + \sin(6x - x)$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 6x$$

$$\cos 5x (1 - \sqrt{2} \cos x) + \sin 5x (1 + \sqrt{2} \sin x) = 0$$

$$1 + 2 \cos 5x \sin 5x = 2 \cos^2 6x$$

$$\sin 10x = \cos 12x$$

$$\sin 10x = \cos 12x$$

$$\sin 10x = \cos 12x$$

$$\cos \left(11x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\frac{\cos 5x + \sin 5x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

$$\cos 5x + \sin 5x = \sqrt{2} \cos 6x$$

$$\cos 6x = \cos 5x \cos x + \sin 5x \sin x$$

$$\cos 5x (1 - \sqrt{2} \cos x) + \sin 5x (1 + \sqrt{2} \sin x) = 0$$

$$\cos 12x - \sin 10x = 0$$

$$\cos 12x + \cos \left(10x + \frac{\pi}{2} \right) = 0$$

$$\cos \left(11x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$2 \cos \left(\frac{12x - 10x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{12x + 10x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) = 0$$

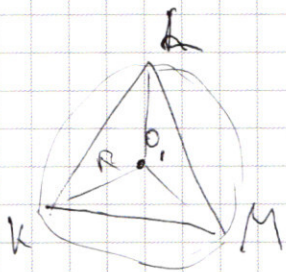
$$\frac{r^2 \sin 2\alpha + R^2 \sin(-2\alpha - 2\gamma)}{R^2 \sin 2\gamma} = 2$$

$$r^2 \sin 2\alpha - R^2 \sin(2\alpha + 2\gamma) = 2R^2 \sin 2\gamma$$

$$\sin(2\alpha + 2\gamma) = \sin 2\alpha \cdot \cos 2\gamma + \cos 2\alpha \sin 2\gamma$$

$$r^2 \sin 2\alpha - R^2 (\sin 2\alpha \cdot \cos 2\gamma + \cos 2\alpha \cdot \sin 2\gamma) = R^2 \sin 2\gamma$$

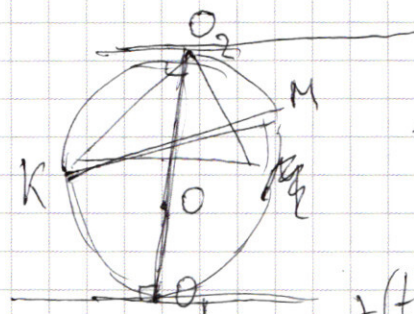
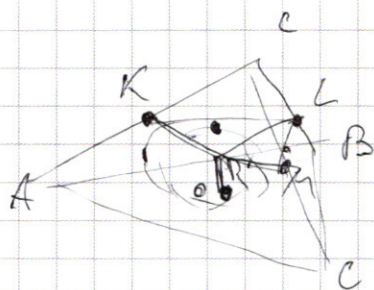
$$\sin 2\alpha (r^2 - R^2 \cos 2\gamma) / R^2 \sin 2\gamma (1 + \cos 2\alpha)$$



$$S_{KLM} = \frac{abc}{4R}$$

$$\frac{R}{SA} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$SK = \frac{2}{5} SA$$



$$f(y) \leq f(90)$$

$$f(t) = (6^t - t)$$

$$x > 0$$

$$x \geq 6^y$$

$$x \leq y + 6^{90} - 90$$

$$6^y \leq y + 6^{90} - 90$$

$$6^y - y \leq 6^{90} - 90$$

$$\cancel{6^y} - \cancel{6^y} \leq \cancel{6^y} - \cancel{6^y}$$