

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 16

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 80 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет больше 51 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет не больше 29 раз. Найдите $p - q$
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt{4\log_2 x + 3} + 21 \cdot x\sqrt{\log_x 2} \leq 18$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 4, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 18$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 5. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 5$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 70 + x - 4^{70}, \\ y \leq \log_4 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① 2^{80} — общее кол-во вариантов.

$$p = \frac{\frac{80!}{52!28!} + \frac{80!}{53!27!} + \dots + \frac{80!}{80!0!}}{2^{80}}$$

$$q = \frac{\frac{80!}{29!51!} + \frac{80!}{28!52!} + \dots + \frac{80!}{0!80!}}{2^{80}}$$

Ответ: $p - q = \frac{-\frac{80!}{29!51!}}{2^{80}} = -\frac{80!}{51! \cdot 2^{80} \cdot 29!}$

②

$$\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

~~$$\frac{\cos 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x}{\cos^2 5x - \sin^2 5x} = -\sqrt{2}$$~~

$$\frac{\cos 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x + \sin 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x}{\cos^2 5x - \sin^2 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 9x + \sin 9x}{\cos 10x} = -\sqrt{2}$$

$$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos 10x$$

ОДЗ:
 $\cos 5x \neq \sin 5x$
 $\cos 5x \neq -\sin 5x$
 $x \neq \frac{\pi \pm \frac{\pi}{4}}{5}$

$$\begin{cases} 10x = \left(9x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) + 2\pi k \\ 10x = 2\pi - \left(9x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) + 2\pi k \end{cases}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \frac{3}{4}\pi + 2\pi k \\ x = \frac{5}{4}\pi + 2\pi k \end{cases}$$

③

$$8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt[4]{\log_2 x} + 21x\sqrt{\log_2 x} \leq 18$$

$$\sqrt{\log_2 x} = \frac{1}{\sqrt{\log_2 x}} \log_2 x = \log_2 x^{\frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}} =$$

$$= \log_2 x^{\sqrt{\log_2 x}} \Rightarrow x^{\sqrt{\log_2 x}} = 2^{\sqrt{\log_2 x}} = t \neq 0$$

ОДЗ:

$$x > 0$$

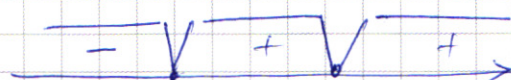
$$x \neq 1$$

$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 \leq 0$$

$$t^3 - 2t^2 - 6t^2 + 12t + 9t - 18 \leq 0$$

$$t^2(t-2) - 6t(t-2) + 9(t-2) \leq 0$$

$$(t-2)(t-3)^2 \leq 0$$



$$t \in (0; 2] \cup [3; +\infty)$$

$$\begin{aligned} 3 &= 2^{\sqrt{\log_2 x}} \\ \log_2 3 &= \sqrt{\log_2 x} \\ \log_2^2 9 &= \log_2 x \\ x &= 2^{\log_2^2 9} \end{aligned}$$

Ответ: $x \in (1; 2] \cup [2^{\log_2^2 9}; +\infty)$

⑤

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a} \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

$$(15 - 8)^2 + (15 - 15)^2 = 289$$

$$\begin{cases} x = 6 - y \\ x = y + 6 - 2\sqrt{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 6 - 2\sqrt{a} \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

$$(15 - 8)^2 + (15 - 15)^2 = 289$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

⑤ Продолжение

а) $y = 6 - x$:

$$\begin{cases} (x-8)^2 + (y-15)^2 = 289 \\ (x+8)^2 + (y-15)^2 = 289 \\ (x-8)^2 + (y+15)^2 = 289 \\ (x+8)^2 + (y+15)^2 = 289 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 16x + 64 + x^2 + 18x + 81 = 289 \\ x^2 + 16x + 64 + x^2 + 18x + 81 = 289 \\ x^2 - 16x + 64 + x^2 - 42x + 441 = 289 \\ x^2 + 16x + 64 + x^2 - 42x + 441 = 289 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x - 72 = 0 \\ x^2 + 17x - 72 = 0 \\ x^2 - 29x + 108 = 0 \\ x^2 - 13x + 108 = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-1 \pm 17}{2} \\ x &= \frac{-17 \pm \sqrt{577}}{2} \\ x &= \frac{29 \pm \sqrt{409}}{2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} 6 \text{ решений при} \\ y > \sqrt{a} \end{array}$$

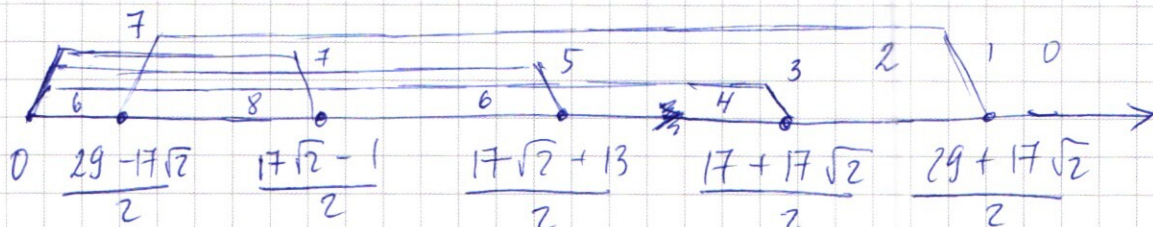
нет решений

б) $y = x - 6 + 2\sqrt{a}$ $y \leq \sqrt{a}$, $\sqrt{a} \geq 0$:

$$\begin{aligned} 1) x^2 - x(29 - 2\sqrt{a}) + 108 + 2a - 42\sqrt{a} &= 0 \quad D = 578 - (13 - 2\sqrt{a})^2 \\ 2) x^2 - x(13 - 2\sqrt{a}) + 108 + 2a - 42\sqrt{a} &= 0 \quad D = 578 - (29 - 2\sqrt{a})^2 \\ 3) x^2 + x(1 + 2\sqrt{a}) - 72 + 2a + 18\sqrt{a} &= 0 \quad D = 578 - (17 - 2\sqrt{a})^2 \\ 4) x^2 + x(17 + 2\sqrt{a}) - 72 + 2a + 18\sqrt{a} &= 0 \quad D = 578 - (1 + 2\sqrt{a})^2 \end{aligned}$$

а) $\sqrt{a}$ а) 1) $\sqrt{a} = \frac{13 + 17\sqrt{2}}{2}$ 2) $\sqrt{a} = \frac{29 - 17\sqrt{2}}{2}$,

$\sqrt{a} = \frac{29 + 17\sqrt{2}}{2}$ 3) $\sqrt{a} = \frac{17(1 + \sqrt{2})}{2}$ 4) $\sqrt{a} = \frac{17\sqrt{2} - 1}{2}$



Ответ: данная система имеет 3 решения при
 $a = \frac{17(1+\sqrt{2})}{2}$

⑦ Графики $y = 70 + x - 4^{70}$ и $y = \log_4 x$ пересекутся в 2-х точках: где-то между 0 и 1 $x_1 \in (0; 1)$ и $x_2 = 4^{70}$. Значит, нас интересует область между этими 2-мя графиками на промежутке $[1; 4^{70}]$.

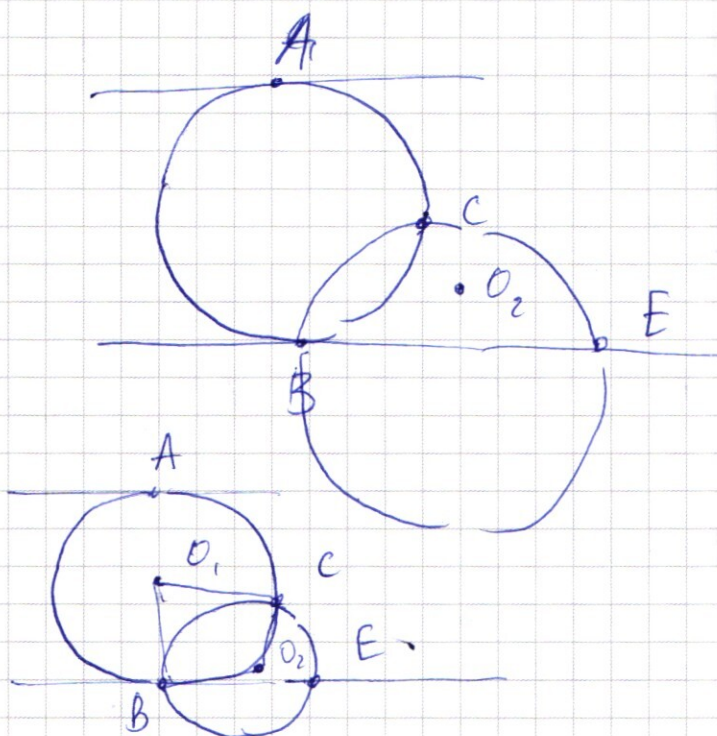
$$S = \frac{4^{70} - 70 + 70}{2} \cdot (4^{70} - 1) - \frac{3 \cdot 4^{69} \left(\left(\frac{5}{4} \right)^{70} - 1 \right)}{\frac{5}{4} - 1} =$$

$$S = \frac{4^{70} \cdot 4^{70}}{2} - 3 \cdot 5^{70} - 3 \cdot 4^{70} - \text{количество точек, соответствующих}$$

$$\begin{cases} y \geq 70 + x - 4^{70} \\ y \leq \log_4 x \end{cases}$$

целых пар $\sqrt{\quad}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



5

$$\begin{cases} x = -(y - \sqrt{a}) + 6 - \sqrt{a} \\ x = -(\sqrt{a} - y) + 6 - \sqrt{a} \end{cases} \quad \begin{cases} x = -y + 6 \\ x = y + 6 - 2\sqrt{a} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-8)^2 + (y-15)^2 = 289 \\ (x+8)^2 + (y-15)^2 = 289 \\ (x-8)^2 + (y+15)^2 = 289 \\ (x+8)^2 + (y+15)^2 = 289 \end{cases} \quad \begin{cases} a=8 \quad b=15 \\ a=-8 \quad b=15 \\ a=8 \quad b=-15 \\ a=-8 \quad b=-15 \end{cases}$$

a) $y = 6 - x$

$$\begin{aligned} & x^2 - 16x + 64 + x^2 + 18x + 81 = 289 \\ & x^2 + 2x + 64 + x^2 + 18x + 81 = 289 \\ & x^2 - 16x + 64 + x^2 - 42x + 441 = 289 \\ & x^2 + 16x + 64 + x^2 - 42x + 441 = 289 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ 64 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 2x - 144 = 0 \\ 2x^2 + 34x - 144 = 0 \\ 2x^2 - 58x + 216 = 0 \\ 2x^2 - 26x + 216 = 0 \end{cases}$$

 $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x^2 + x - 72 = 0 \\ x^2 + 17x - 72 = 0 \\ x^2 - 29x + 108 = 0 \\ x^2 - 13x + 108 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 900 - 59 &= \\ = 841 - 432 &= \\ = 409 &= \\ 289 &+ 288 \\ 577 & \end{aligned}$$

или

$$\begin{cases} x = 8 \\ x = -9 \\ x = \frac{-17 \pm \sqrt{577}}{2} \\ x = \frac{29 \pm \sqrt{409}}{2} \end{cases}$$

нет решений

$\Rightarrow$ 6 решений

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\text{д) } y = x - 6 + 2\sqrt{a}$$

84

42

$$x^2 - 16x + 64 + x^2 + 441 + 4a + 4x\sqrt{a} - 84\sqrt{a} - 12x - 289 = 0$$

$$x^2 + 16x + 64 + x^2 + 441 + 4a + 4x\sqrt{a} - 84\sqrt{a} - 42x - 289 = 0$$

$$x^2 - 16x + 64 + x^2 + 81 + 4a + 4x\sqrt{a} + 36\sqrt{a} + 18x - 289 = 0$$

$$x^2 + 16x + 64 + x^2 + 81 + 4a + 4x\sqrt{a} + 36\sqrt{a} + 18x - 289 = 0$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x(16 - 4\sqrt{a} + 42) + 216 + 4a - 84\sqrt{a} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x(-16 - 4\sqrt{a} + 42) + 216 + 4a - 84\sqrt{a} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x(16 - 4\sqrt{a} - 18) - 144 + 4a + 36\sqrt{a} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - x(-16 - 4\sqrt{a} - 18) - 144 + 4a + 36\sqrt{a} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - x(29 - 2\sqrt{a}) + 108 + 2a - 42\sqrt{a} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - x(13 - 2\sqrt{a}) + 108 + 2a - 42\sqrt{a} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x(1 + 2\sqrt{a}) - 72 + 2a + 18\sqrt{a} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x(17 + 2\sqrt{a}) - 72 + 2a + 18\sqrt{a} = 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t = 2^{\sqrt{\log_2 x}}$$

$$x \geq 0$$

$$t^3 - 8t^2 + 21 \cdot x^{\sqrt{\log_2 2}} - 18 \leq 0$$

$$t^{\sqrt{\log_2 x}} \cdot x^{\sqrt{\log_2 2}}$$

$$8^t - 8 \cdot 2^{2t} + 21 \cdot x^{\sqrt{\frac{1}{t}}} - 18 \leq 0$$

$$8^t - 8 \cdot 4^t + 21$$

$$a^{\sqrt{x}} \cdot a^x$$

$$0 \cdot x \cdot a^x - a^{\sqrt{x}} = a^{\sqrt{x}} (a^{\sqrt{x}} - 1)$$

$$\log_2 x^{\frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}}$$

$$\sqrt{\log_2 2} = \frac{\log_2 2}{\sqrt{\log_2 2}} = \log_2 2^{\frac{1}{\sqrt{\log_2 2}}}$$

$$x^{\log_2 2^{\frac{1}{\sqrt{\log_2 2}}}} = 2^{\frac{1}{\sqrt{\log_2 2}}} = 2^{\sqrt{\log_2 x}}$$

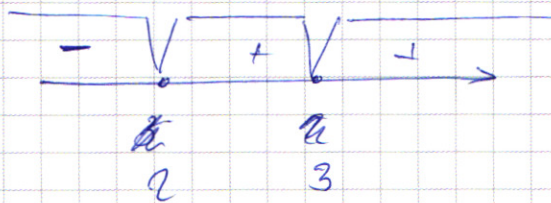
$$t^3 - 8 \cdot t^2 + 21t - 18 \leq 0 \quad 27 - 72 + 63 - 18$$

$$t^3 - 3t^2 - 5t^2 + 15t + 6t - 18 \leq 0$$

$$t^2(t-3) - 5t(t-3) + 6(t-3) \leq 0$$

$$(t-3)(t^2-5t+6) \leq 0 \quad D = 25 - 24 = 1$$

$$(t-3)^2(t-2) \leq 0 \quad \frac{5 \pm 1}{2} = 3 = 2$$



$$t \in (-\infty; 2] \cup \{3\}$$

$$t = 2 \sqrt{\log_2 x}$$

$$\log_2 3 = \sqrt{\log_2 x}$$

$$\log_2^2 9 = \log_2 x$$

$$x \in (1; 2] \cup \{9\}$$

$$x \in (1; 2] \cup \{2^{\log_2^2 9}\}$$

$$9^{\log_2 9} = \log_4 x$$

$$x =$$

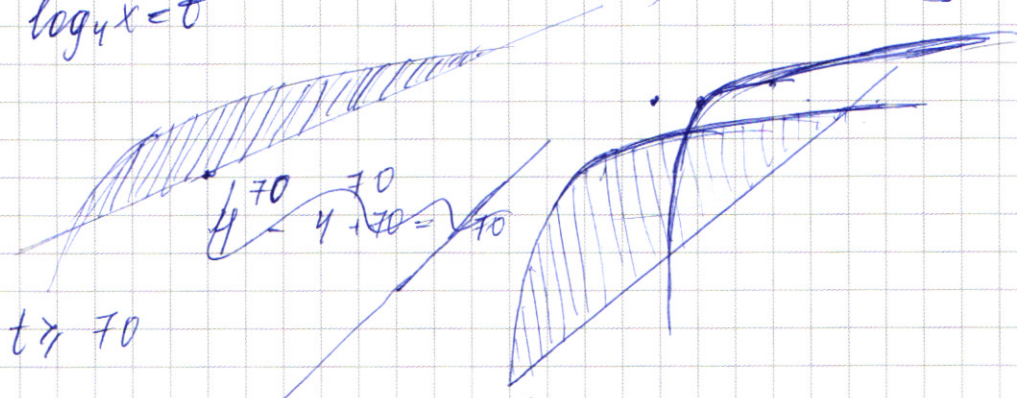
$$\log_4 x \geq 70 + x - 4^{70}$$

$$x \geq 0 \quad x \in \mathbb{Z}$$

$$x \geq 4^{70} \cdot 4^x / 4^{4^{70}}$$

$$0 - (71 - 4^{70}) + 1 = \underline{4^{70} - 70}$$

$$\log_4 x = t$$

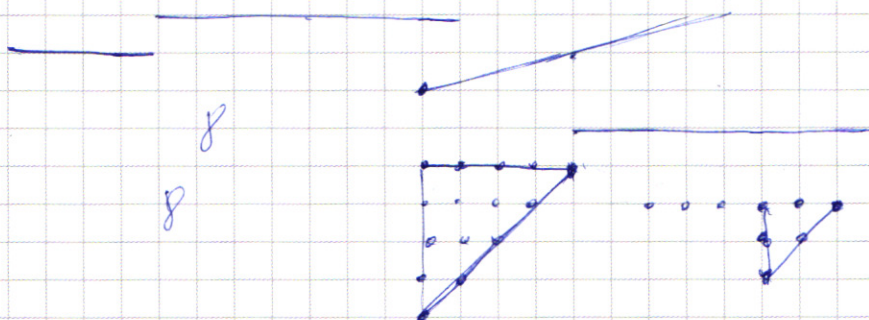


7

$$x_2 = 4^{70}$$

$$x_1 \in (0; 1)$$

$$x \in [1; 4^{70}]$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

2^{80} — общ. кол-во вариантов

~~80k~~
~~80k~~

~~80k~~ ~~80k~~

~~12k~~
~~3!68!~~

~~12k~~
~~9~~
~~2 = 512~~
~~3~~
~~2 = 8~~

$$\begin{aligned} & \frac{120!}{2!} \cdot \frac{52!}{80!18!} + \frac{53!}{80!17!} + \dots + \frac{80!}{80!0!} = \\ & = \frac{1}{80!} \left(\frac{52!}{28!} + \frac{53!}{27!} + \dots + \frac{80!}{0!} \right) = \\ & = \frac{52!}{80!} \left(\frac{1}{28!} + \frac{53}{27!} + \frac{53 \cdot 54}{26!} + \dots + \frac{53 \cdot 54 \cdot \dots \cdot 80}{1} \right) \end{aligned}$$

~~70~~
~~4 +~~

~~53 + 53 \cdot 53~~

$$\begin{aligned} & \frac{1!}{80!} \cdot \frac{1!}{80!79!} + \dots + \frac{3!}{2!1!} + \frac{4!}{3!1!} = \\ & \left(\frac{80!}{52!28!} + \dots + \frac{80!}{80!0!} \right) - \left(\frac{80!}{29!51!} + \frac{80!}{28!52!} + \dots + \frac{80!}{80!0!} \right) = \end{aligned}$$

$$= - \frac{80!}{29!51! \cdot 28!2^{80}}$$

2^{80}

$$0 - 70 - 1 + 4^{70} + 1 = 4^{70}$$

$$70 - 70 - 1 + 4^{70} + 1 = 4^{70}$$

2 ДА3: $\cos 5x \neq \sin 5x$
 $\cos 5x \neq -\sin 5x$

$$\frac{\cos 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x + \sin 4x \cos 5x - \sin 5x \sin 4x}{\cos 10x} =$$

$$= -\sqrt{2}$$

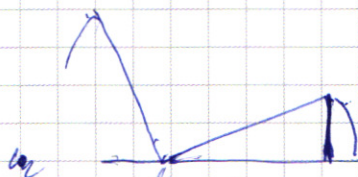
$$\frac{\cos 9x + \sin 9x}{\cos 10x} = -\sqrt{2}$$

$$\sin \cos(9x + \frac{\pi}{4}) = -\cos 10x$$

$$\begin{cases} \cos 5x \neq \sin 5x \\ 5x \neq \pi k + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 5x \neq -\sin 5x \\ 5x \neq \pi k - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq \frac{\pi k - \frac{\pi}{4}}{5} \\ x \neq \frac{\pi k + \frac{\pi}{4}}{5} \end{cases}$$



$$10x = (9x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}) + \pi k$$

$$10x = (9x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}) + 2\pi k$$

$$10x = 9x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$x = \frac{3}{4}\pi + 2\pi k$$

$$9x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{3}{4}\pi + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{3}{4}\pi + 2\pi k$$

$$x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$D = 841 - 116\sqrt{a} + 4a - 432 - 8a + 168\sqrt{a} = 409 + 52\sqrt{a} - 4a$$

$$D = 169 - 52\sqrt{a} + 4a - 432 - 8a + 168\sqrt{a} = -263 + 116\sqrt{a} - 4a$$

$$D = 1 + 4\sqrt{a} + 4a + 288 - 8a - 72\sqrt{a} = 289 - 68\sqrt{a} - 4a$$

$$D = 189 + 68\sqrt{a} + 4a + 289 - 8a - 72\sqrt{a} = 578 - 4\sqrt{a} - 4a$$

$$578 = 17^2 \cdot 2$$

$$841 - 263 = 578$$

$$578 - (1 + 2\sqrt{a})^2$$

$$D = 578 - (13 - 2\sqrt{a})^2 \quad 1) \quad 17\sqrt{2} = 13 - 2\sqrt{a} \quad 17\sqrt{2} = 2\sqrt{a} - 13$$

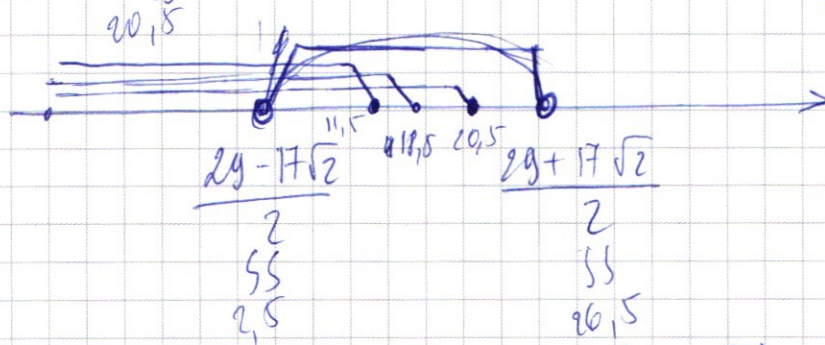
$$D = 578 - (29 - 2\sqrt{a})^2 \quad 2) \quad 17\sqrt{2} = 29 - 2\sqrt{a} \quad 17\sqrt{2} = 2\sqrt{a} - 29$$

$$D = 578 - (17 - 2\sqrt{a})^2 \quad 3) \quad 17\sqrt{2} = 17 - 2\sqrt{a} \quad 17\sqrt{2} = 2\sqrt{a} - 17$$

$$D = 578 - (1 + 2\sqrt{a})^2 \quad 4) \quad 17\sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{a} \quad 17\sqrt{2} = -2\sqrt{a} - 1$$

$$1) \sqrt{a} = \frac{13 + 17\sqrt{2}}{2} \quad 2) \sqrt{a} = \frac{29 - 17\sqrt{2}}{2} \quad \sqrt{a} = \frac{29 + 17\sqrt{2}}{2}$$

$$3) \sqrt{a} = \frac{17 + 17\sqrt{2}}{2} \quad 4) \sqrt{a} = \frac{17\sqrt{2} - 1}{2} \approx 11,5$$



$$17\sqrt{2} \approx 24$$

$$\sqrt{a} = 20,8 \quad \frac{17(1 + \sqrt{2})}{2}$$

$$a = \frac{289(1 + 2\sqrt{2} + 2)}{4} = \frac{289(3 + 2\sqrt{2})}{4}$$

7

$$4^{70} - 4^{69} = 3 \cdot 4^{69}$$

3 2 1 0

$$4^{70} - 4^{69} + 4^{69} - 4^{68} + 4^{68} - 4^{67} + \dots$$

$$3 \cdot 4^{69} - 3 \cdot 4^{68}$$

$$2 + 4 + 8 + 16$$

$$2 + 2 \cdot 2 + 2$$

$$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30$$

$$3 \cdot 4^{69}$$

$$\frac{(2 - 2^4)}{1 - 2}$$

$$\frac{2 \cdot (8 + 2)}{1} = 20$$

$$3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^4$$

$$\frac{2 - 2^4}{1 - 2}$$

$$\frac{8 \cdot 5}{2} = 20$$

$$\frac{3(1 - 3^4)}{1 - 3}$$

$$\frac{2 \cdot (1 - 2^4)}{1 - 2}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$$

$$\frac{2(18 + 2)}{1 - 3}$$

$$\int ax^2 dx = \frac{ax^3}{3}$$

$$n \cdot \frac{(a_0 + a_n)}{2}$$

$$2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot 54 \cdot 162$$

$$\int_0^5 x^5 dx = \frac{x^6}{6} \Big|_0^5$$

$$S = \frac{a_0(q^n - 1)}{q - 1}$$

a^x

$$n \cdot \frac{(a_0 + a_n)}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} - 3 \cdot 4^{69}$$