

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 70 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет больше 42 раз, а q – вероятность того, что орёл выпадет не больше 28 раз. Найдите $p - q$.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 4x}{\cos 3x - \sin 3x} + \frac{\sin 4x}{\cos 3x + \sin 3x} = \sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $8\sqrt{\log_2 x} - 7 \cdot 2^{1+\sqrt{4\log_2 x}} + 60 \cdot x\sqrt{\log_x 2} \leq 72$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 2, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 9$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x = |y - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 4, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = 100 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E , а также вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 3. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 3$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 80 + x - 7^{80}, \\ y \leq \log_7 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.

Вероятность выпадения орла больше 42 раз = вероятности

выпадения орла меньше $70 - 42 = 28$ раз * (т.е. p)

(т.к. это означает что решка выпадет более 42 раз
а ~~их~~ ~~вероятно~~ вероятности для решки и орла идентичны)

q - это вероятность выпадения не больше 28 раз.

т.е. ~~$p = q$ (вероятность 28 раз) = p~~

$p + (\text{вероятность 28 раз}) = q$.

$$p - q = - \text{вероятность 28 раз} = - \frac{C_{70}^{28}}{2^{70}}$$

Ответ: $p - q = - \frac{C_{70}^{28}}{2^{70}}$ по определению вероятности для бросков.

Задача №2

$$\frac{\cos 4x}{\cos 3x - \sin 3x} + \frac{\sin 4x}{\cos 3x + \sin 3x} = \sqrt{2} \quad \left(\begin{array}{l} \cos 3x - \sin 3x \neq 0 \\ \cos 3x + \sin 3x \neq 0 \end{array} \right)$$

Допносим на общий знаменатель.

$$\frac{\cos 4x \cdot \cos 3x + \cos 4x \cdot \sin 3x + \sin 4x \cdot \cos 3x - \sin 3x \cdot \sin 4x}{\cos 3x - \sin 3x + \cos 3x + \sin 3x} = \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} \cdot (\cos^2 3x - \sin^2 3x)$$

Используя формулы тригонометрии.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 7x + \sin 7x) = \cos(2 \cdot 3x) = \cos 6x$$

известная формула $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 6x$$

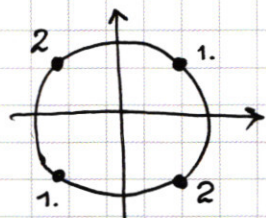
формула $\cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
используя доп. угол $\left(\frac{\pi}{4}\right)$
 $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\begin{cases} 7x - \frac{\pi}{4} = 6x + 2\pi k \\ 7x - \frac{\pi}{4} = -6x + 2\pi m \end{cases}, k, m \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

Вторая серия решений включает первую.

Задача 2 (Продолжение)



$$\begin{cases} \cos \varphi = \sin \varphi & (1) \\ \cos \varphi = -\sin \varphi & (2) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{т.е. } 3x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$$

Исключим точки образующие знаменатель в 0.

$$\text{т.е. } \frac{\pi}{4 \cdot 13} + \frac{2\pi}{13} m \neq \frac{\pi}{4 \cdot 3} + \frac{\pi}{2 \cdot 3} n$$

$$\pi \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}$$

$$3\pi + 24\pi m \neq 13\pi + 26\pi n$$

$$24m - 26n \neq 10$$

$$5 \neq 12m - 13n$$

$$n \neq \frac{12m - 5}{13} \equiv n \neq \frac{-m - 5}{13}$$

$$m \neq \frac{-5}{13} \pmod{13}$$

$$m \neq 8 \pmod{13}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{\pi}{4 \cdot 13} + \frac{2\pi}{13} m$$

$$(29 \leq m \in \mathbb{Z} \text{ и } m \not\equiv 8 \pmod{13})$$

Задача 3

$$8^{\sqrt{\log_2 x}} - 7 \cdot 2^{1 + \sqrt{4 \cdot \log_2 x}} + 60 \cdot \pi^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 72$$

$$\begin{cases} \log_2 x > 0 \\ \log_x 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\begin{cases} 8^{\sqrt{\log_2 x}} = 2^{3\sqrt{\log_2 x}} \\ 2^{1 + \sqrt{4 \cdot \log_2 x}} = 2 \cdot 2^{2\sqrt{\log_2 x}} \end{cases}$$

$$\text{Пусть } 2^{\sqrt{\log_2 x}} = t, t > 0$$

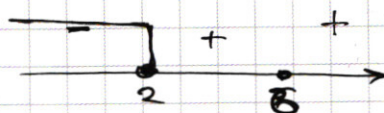
$$\pi^{\sqrt{\log_2 x}} = \frac{\log_x 2}{\pi^{\sqrt{\log_2 x}}} = 2^{\frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}} = 2^{\sqrt{\log_2 x}} = t$$

Тогда исходное неравенство равносильно

$$t^3 - 7 \cdot 2 \cdot t^2 + 60t - 72 \leq 0$$

$$(t-2)(t-6) \leq 0$$

$$t \in (-\infty, 2] \cup \{6\}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №3 (Продолжение)

П.е.
$$\begin{cases} t > 0 \\ t \in (-\infty; 2] \cup \{6\} \end{cases} \Leftrightarrow t \in (0; 2] \cup \{6\}.$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} \in (0; 2] \cup \{6\} \Leftrightarrow \sqrt{\log_2 x} \in (-\infty; 1] \cup \{\log_2 6\}$$

с учетом ~~$\sqrt{\log_2 x} \geq 0$~~ $\sqrt{\log_2 x} \geq 0$

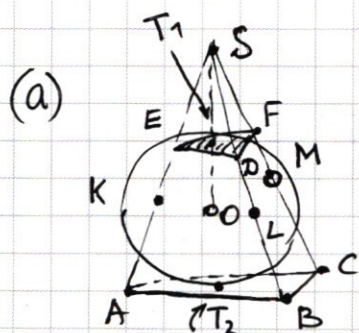
Получаем $\sqrt{\log_2 x} \in [0; 1] \cup \{\log_2 6\}$

$$\log_2 x \in [0; 1] \cup \{\log_2^2 6\}.$$

ОДЗ: $x \in [1; 2] \cup \{2^{\log_2^2 6}\}.$

Ответ: $x \in [1; 2] \cup \{2^{\log_2^2 6}\}.$

Задача №4



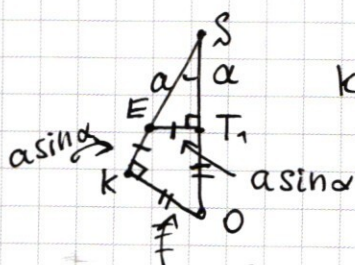
Пусть плоскость из условия пересекает
SA, SB, и SC в E, D, F соотв.

$$\triangle EDF \sim \triangle KLM$$

(П.к. $ED \parallel KL$, $DF \parallel LM$ и $EF \parallel KM$)
следует из равенства ES, FS, DS .
и равенства SK, SL, SM

Получа $\frac{S_{KLM}}{S_{EDF}} = k^2$

$$LKSO = \alpha$$



$KO = T_1O = R$ окр сфера
 $\angle ST_1E = \angle SKO = 90^\circ \Rightarrow ET_1 = EK$

Получа $k = \frac{SK}{SE} = \frac{a + a \sin \alpha}{a} = 1 + \sin \alpha = \frac{7}{4}.$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{9}}{4} = \frac{3}{4}$

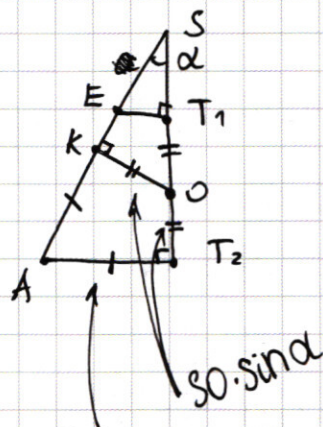
Задача №4 (Продолжение)

$$S_{KLM} = k^2 \cdot S_{EDF} = 2 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{8} \quad \text{Ответ: пункт (а)}$$

$$(5) \quad (KLM) \parallel (EDF) \text{ и } (KLM) \parallel (ABC) \Rightarrow KEDF \parallel ABC \Leftrightarrow$$

S, T_1 и T_2 ∈ одной прямой.

$$ST_2 \perp (EDF) \Rightarrow ST_2 - \text{высота } SABC$$



$$SO = (a + a \sin \alpha) \operatorname{tg} \alpha = 9$$

($AK = AT_2$ как отрезки касательных.)

$$\begin{aligned} \text{Высота} = ST_2 &= SO + SO \sin \alpha = \\ &= 9 \left(1 + \frac{3}{4}\right) = \frac{63}{4} \end{aligned}$$

$$(SO \sin \alpha + SO) \operatorname{tg} \alpha$$

По аналогии с пунктом (а)

$$\frac{S_{ABC}}{S_{KML}} = k^2 \quad (\text{то же } k)$$

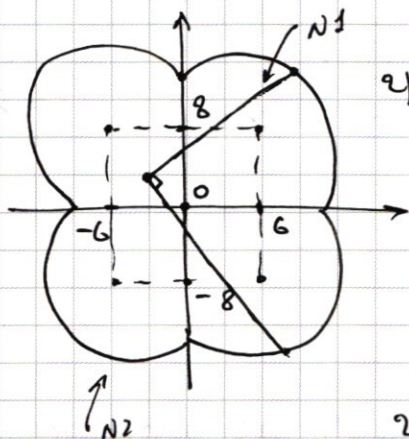
$$S_{ABC} = S_{KML} \cdot k^2 = 2 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^4$$

$$\text{Поэтому } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \left(9 \cdot \frac{7}{4}\right) \cdot 2 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^4 = 6 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^5 \quad \text{Ответ: пункт (б)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5.

$$\begin{cases} x = |y - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 4 \\ (x-6)^2 + (y-8)^2 = 10^2 \end{cases}$$

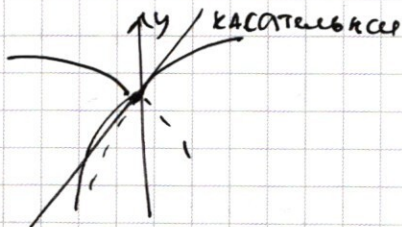


графиком второй зависимости является
4 дуги окружностей
с центрами $(6, 8)$
 $(-6, 8)$ и $R = 10$.
 $(6, -8)$
 $(-6, -8)$

график первой зависимости
это уголок
с вершиной $(\sqrt{a} - 4; \sqrt{a})$

Если его
вершина не лежит на кривой №2, то

каждая его «ветвь» пересекает №2 не более 1 точки
Т.е. достаточно проверить крайние случаи
когда ветви проходят через $(6, 0)$ $(0, 8)$
 $(-6, 0)$ $(0, -8)$



Значит вершина уголка лежит на кривой №2.

т.е. $(|\sqrt{a} - 4| - 6)^2 + (\sqrt{a} - 8)^2 = 10^2$

(1) $\sqrt{a} \geq 4$, $(\sqrt{a} - 4 - 6)^2 + (\sqrt{a} - 8)^2 = 10^2$

$$a - 20\sqrt{a} + 100 + a - 16\sqrt{a} + 64 = 100$$

$\sqrt{a} = t \geq 0$ $2t^2 - 36t + 64 = 0$

~~$2t^2 - 36t + 64 = 0$~~
 ~~$t = \frac{36 \pm \sqrt{36^2 - 4 \cdot 2 \cdot 64}}{2 \cdot 2}$~~
 ~~$t = \frac{36 \pm \sqrt{1296 - 512}}{4}$~~
 ~~$t = \frac{36 \pm \sqrt{784}}{4}$~~
 ~~$t = \frac{36 \pm 28}{4}$~~
 ~~$t = \frac{64}{4} = 16$~~
 ~~$t = \frac{8}{4} = 2$~~
 $a = (4 + 28)^2$

$\frac{16-4}{4} = \frac{\sqrt{160}}{4} = \frac{\sqrt{16 \cdot 10}}{4} = \frac{4\sqrt{10}}{4} = \sqrt{10}$
 $\frac{14-4}{4} = \frac{\sqrt{360}}{4} = \frac{\sqrt{36 \cdot 10}}{4} = \frac{6\sqrt{10}}{4} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$
 $\sqrt{10}$

Задача №5 (Продолжение)

(2) $\sqrt{a} < 4$.

$$(\sqrt{a} + 2)^2 + (\sqrt{a} - 8)^2 = 10^2$$

$t = \sqrt{a} \geq 0$

$$a + 4\sqrt{a} + 4 + a - 16\sqrt{a} + 64 = 100$$

$$2t^2 - 12t - 32 = 0$$

$$t^2 - 6t - 16 = 0$$

$$t = 3 \pm \sqrt{9 + 16} = 3 \pm 5 \begin{matrix} 8 \\ -2 \end{matrix}$$

не подходит.

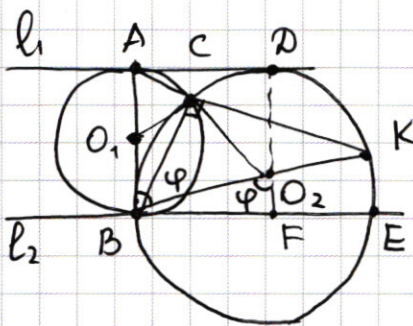
(1) Допущено

$$t^2 - 18t + 32 = 0$$

$$t = 9 \pm \sqrt{81 - 32} = 9 \pm 7 \begin{matrix} 16 - (га!) \\ 2 \end{matrix} \quad \sqrt{a} = 16, a = 16^2 = 256$$

Ответ: $a = 16^2 = 256$

Задача №6.



(1) Продлим BO_2 до пересечения с l_1 , получим К

Потому

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$\angle BCK = 90^\circ \Rightarrow A, C, K \in$$

одной прямой

(т.к. они опираются на диаметр)

(2) $S_{BO_1CO_2} = 2 \cdot S_{BO_1O_2}$ (т.к. BO_1CO_2 - параллелограмм)

$$BO_1 = O_1C \text{ и } BO_2 = CO_2$$

" R_1 "

" R_2 "

$$BO_2 \cap BE = F$$

$$\angle BO_2F = \angle O_1BO_2 = \varphi.$$

$$S_{BO_2E} = 2 S_{BO_2F}$$

$$S_{BO_2F} = R_2 \sin \varphi \cdot O_2F \cdot \frac{1}{2}$$

$$S_{O_1BO_2} = \frac{1}{2} R_1 R_2 \sin \varphi$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{S_{BO_2E}}{S_{BO_1CO_2}} = \frac{S_{BO_2F}}{S_{O_1BO_2}} = \frac{O_2F}{R_1}$$

Значит

$$R_1 = 3 O_2F, \quad O_2F = R_1/3$$

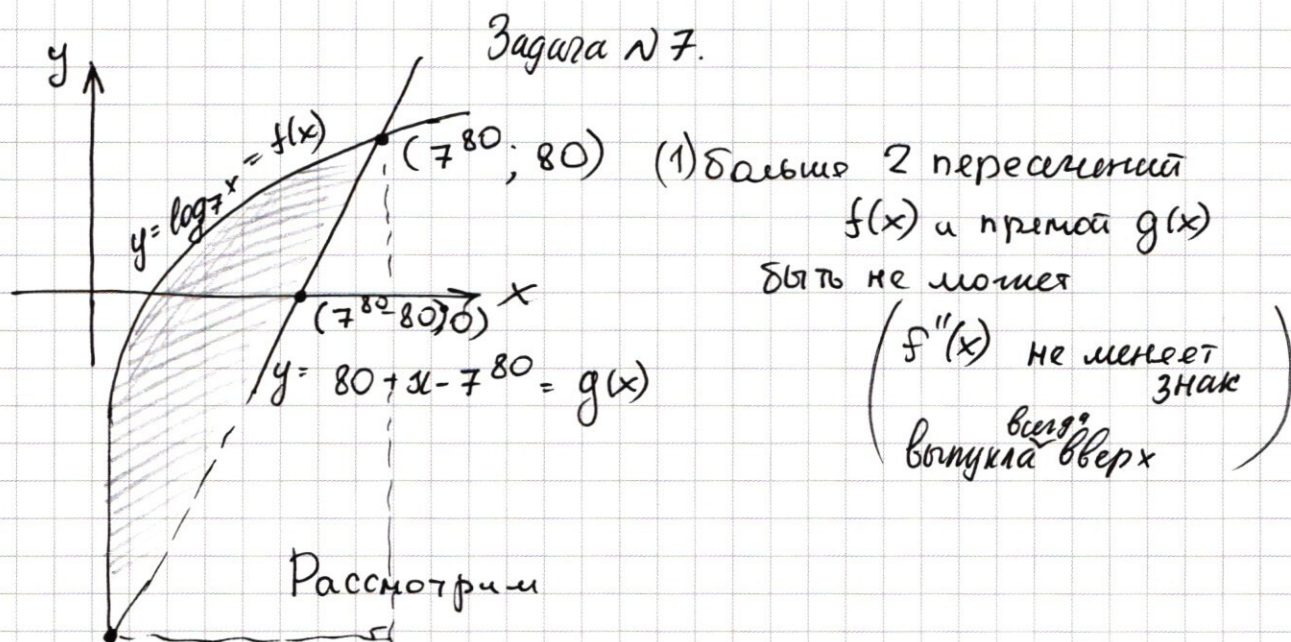
$$AB = DF$$

При этом

$$R_2 - R_1 = R_1 - O_2F \quad (\text{т.к. } 2R_1 = O_2F + R_2)$$

$$R_2 = 2R_1 - O_2F = (2 - \frac{1}{3})R_1 = \frac{5}{3}R_1$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Задача № 6 (Продолжение)

~~Ответ: 11/3~~

Ответ: пункт (а) $\frac{R_2}{R_1} = \frac{5}{3}$

~~(8) BD = 3 =~~

$$\frac{O_2 F}{R_2} = \frac{1}{5} = \cos \varphi, \quad \sin \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

Поэтому $BF^2 + OF^2 = BD^2 = 3^2 = 9$

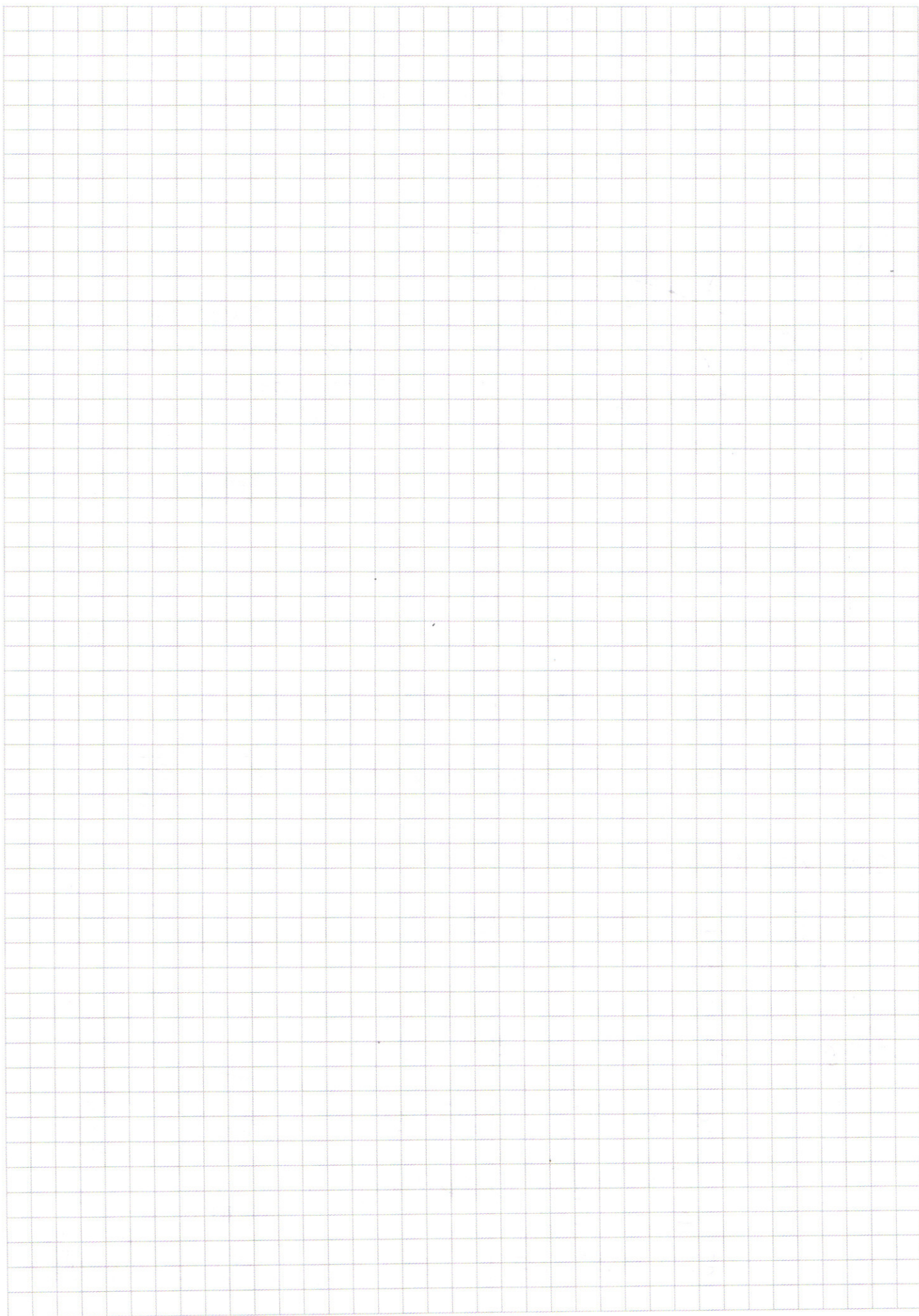
$$(R_2 \sin \varphi)^2 + (2R_1)^2 = 9$$

$$\left(\frac{5}{3} R_1 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5}\right)^2 + (2R_1)^2 = 9$$

$$8R_1^2 + 4R_1^2 = 9, \quad 12R_1^2 = 9, \quad R_1^2 = \frac{3}{4}$$

Ответ: $R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $R_2 = \frac{5\sqrt{3}}{6}$
 пункт (б)

$R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$q = \text{орел} \leq 28$$

$$p = \text{орел} > 42 =$$

$$\begin{aligned} & \boxed{70 \dots 43} \Rightarrow \boxed{27 \dots 0} \\ & \text{орел} < 28 \quad 70 - 43 = 28 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y \geq 80 + x - 70 \\ y \leq \log_7 x \end{cases} \quad \begin{aligned} & 70 - 43 = 28 \\ & 80 - 70 + 7y \end{aligned}$$

Вероятность 28

$$\frac{C_{70}^{28}}{2^{70}}$$

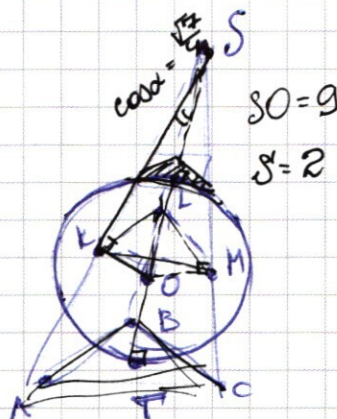
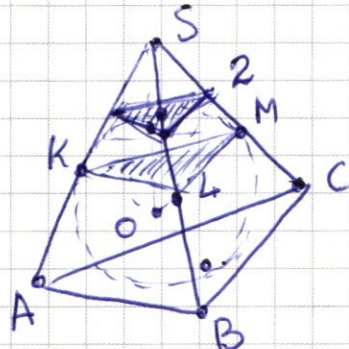
$$\begin{aligned} & 12-5 \\ & 24-5 \end{aligned}$$

$$-m-5$$

$$[0 \dots 28] = [70 \dots 42]$$

$$\begin{aligned} & \cdot 6 \\ & - 70 \\ & \hline & 92 \end{aligned}$$

$$\cos(\angle KSO) = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

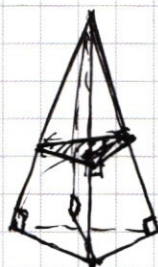
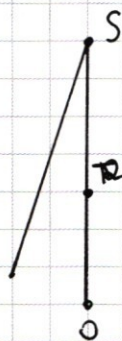


$$SO = 9$$

$$S = 2$$

$$p! \equiv -1$$

$$V(SABC) = S(ABC) \cdot H_{ABC}$$



$$SR$$

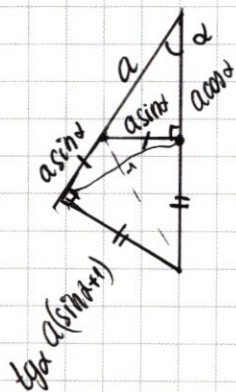


$$\frac{\sqrt{7}}{4} = \cos \alpha$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{7}{16}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{149}{16}$$

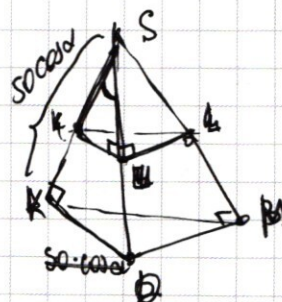
$$\sin \alpha = 3/4$$



$$\left(\frac{2}{S_{KLM}}\right) = k^2$$

$$\frac{KS}{SO} = k$$

$$\frac{SR}{SO}$$



$$\frac{2}{(4/7)^5} = \frac{2 \cdot 49}{10} = \boxed{\frac{49}{8}}$$

$$k = \frac{a}{a + a \sin \alpha} = \frac{1}{1 + \sin \alpha} = \frac{KS}{SB} = \frac{1}{1 + 3/4} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{3\sqrt{\log_2 x}}{2^{\frac{3}{2}}} \rightarrow 7 \cdot 2 \cdot 2^{\frac{2\sqrt{\log_2 x}}{2}} + 60 \cdot \sqrt{\log_2 x} \leq 72$$

$$t^3 - 14t^2 + 60t - 72 \leq 0 = f(t)$$

$$[3t^2 - 28t + 60 \leftarrow f'(t)]$$

$$1 - 14 + 60 - 72 = 61 - 86 = -25$$

$$8 - 56 + 120 - 72 = 128 - 128 = 0$$

$$t^3 - 14t^2$$

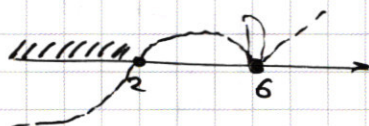
$$t^3 - 14t^2 + 12t + 60t - 72$$

1	-14	60	-72
2	1	-12	36

$$\frac{-60}{36}$$

$$[x^2 - 12x + 36] \cdot (x - 2) = x^3 - 12x^2 + 36x - 2x^2 + 24x - 72 = x^3 - 14x^2 + 60x - 72$$

$$(x - 6)^2 \cdot (x - 2) \leq 0$$



$$x \in (-\infty; 2] \cup \{6\}$$

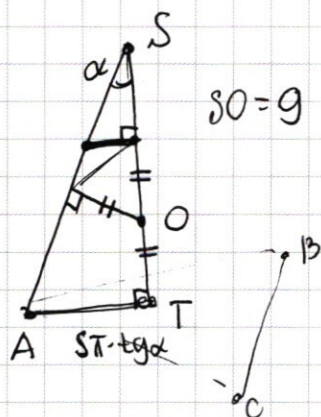
$$2^{\sqrt{\log_2 x}} \in (-\infty; 2] \cup \{6\}$$

$$\sqrt{\log_2 x} \in (-\infty; 1] \cup \{\log_2 6\}$$

$$\log_2 x \in (0; 1] \cup \{\log_2^2 6\}$$

$$x \in (1; 2] \cup \{6^{\log_2 6}\}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

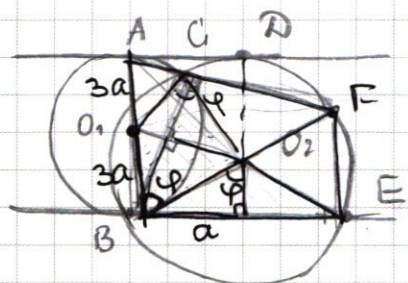


$$\frac{a + a \sin \alpha}{\cos \alpha} = SO$$

$$\cancel{ST} + S$$

$$ST + a \cos \alpha = 2SO$$

$$a = \frac{SO \cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = SO$$



$$ST = 2 \cdot g - \frac{SO \cdot \frac{16}{16}}{1 + \frac{3}{4}} = 18 - \frac{9 \cdot \frac{4}{4}}{1 + \frac{3}{4}} =$$

$$\frac{S_1 = 3}{S_1}$$

$$= 9 \left(2 - \frac{1}{4} \right) =$$

$$= 9 \cdot \frac{8}{4} =$$

$$= \frac{68}{4}$$

$$SO_1 \cos \alpha = \frac{1}{2} \cancel{SABE} SAE$$

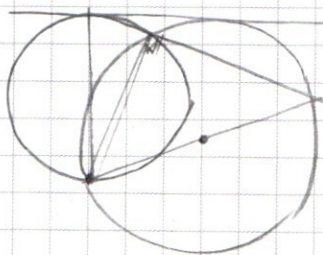
$$(2R_1) \cdot (2R_2) \cdot \frac{1}{2} \sin \varphi = \frac{1}{2} S_1$$

$$(4) R_1 R_2 \cdot \frac{1}{2} \sin \varphi$$

$$\sin \varphi \cdot \cos \varphi (2R_1) (2R_2) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} S_2$$

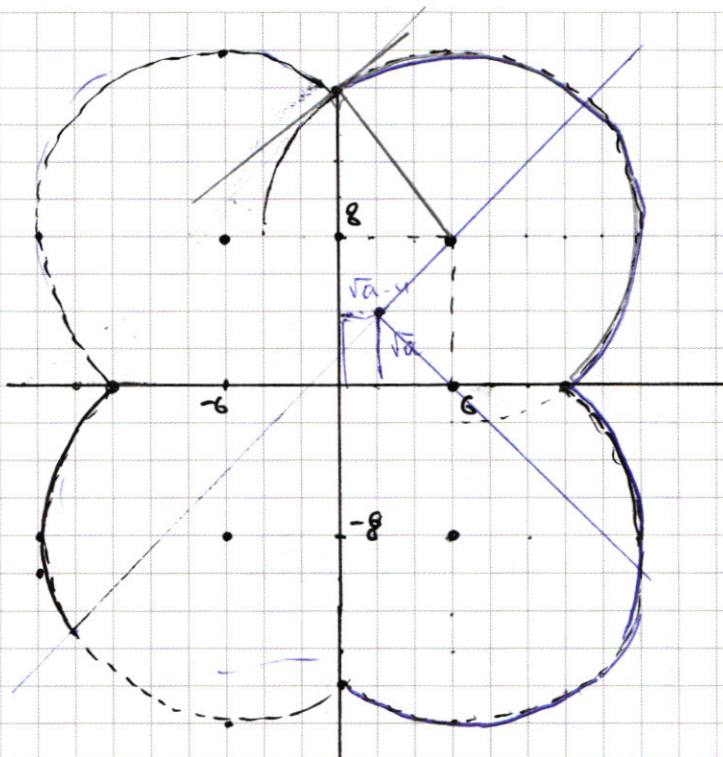
$$\cancel{R_2} \cdot \cancel{R_2} \cos \varphi$$

$$R_2^2 \sin \varphi \cos \varphi \cdot \frac{1}{2}$$



$$(R_1 \cdot \cancel{R_2} \cdot \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}) = 3 \cdot (\cancel{R_2} \cdot \cancel{\sin \varphi} \cdot a \cdot \frac{1}{2})$$

$$R_1 = 3a$$



36

4 32

9

$$t^2 - 18t + 32 = 0$$

$$t = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{1}$$

$$9 \pm \sqrt{49} =$$

$\sqrt{a}-y$
 $\sqrt{a}-4-x$

$$9 \pm 7 = \frac{16}{2}$$

$$(\sqrt{a}-4-6)^2 + (\sqrt{a}-8)^2 = 100$$

$$(\sqrt{a}-10)^2 + (\sqrt{a}-8)^2 = 100$$

$$(\sqrt{a}-4)^2 - 2(\sqrt{a}-4) + a - 2 \cdot 8 \cdot \sqrt{a} = 0$$

$$\begin{array}{r} \times 14 \\ 14 \\ \hline 56 \\ + 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$18 - 4 = 14^2 =$$

36

289

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 18 \ 6 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 324 \\ \times 6 \\ \hline 1944 \\ + 1944 \\ \hline 3888 \end{array}$$

$$18^2 + 64 =$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 18 \ 6 \\ \hline 144 \\ + 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 324 \\ 64 \\ \hline - 280 = \end{array}$$

$$20^2 - 2 \cdot 2 \cdot 24 + 4 =$$

$$400 + 4 - 80$$

$$= 324$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1) $p = \text{орел} > 42$
 $\text{орел} < 28 = q \Leftrightarrow \text{решетка} > 70 - 28 = 42 = p.$

(2) $\frac{\cos 4x}{\cos 3x - \sin 3x} + \frac{\sin 4x}{\cos 3x + \sin 3x} = \sqrt{2}$

$$\frac{\cos 4x \cdot \cos 3x + \cos 4x \cdot \sin 3x + \sin 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \sin 3x}{\cos^2 3x - \sin^2 3x} = \sqrt{2}$$

$$\cos 7x + \sin 7x = \sqrt{2} \cos 6x$$

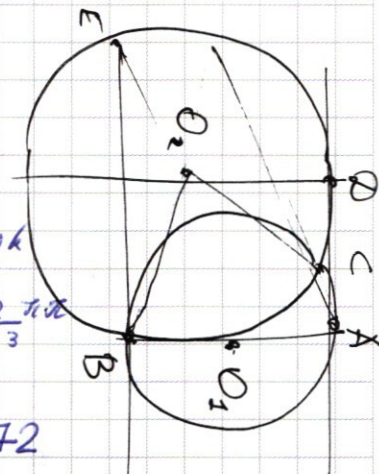
$$\cos\left(7x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos 6x$$

$$\begin{cases} 7x - \frac{\pi}{4} = 6x + 2\pi k \\ 7x - \frac{\pi}{4} = -6x + 2\pi k \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k = \frac{13\pi}{13 \cdot 4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{13 \cdot 4} + \frac{2\pi k}{13}$$

$$\frac{\pi}{13 \cdot 4} + \frac{2\pi k}{13}$$



$$8^{\sqrt{\log_2 x}} - 7 \cdot 2^{1 + \sqrt{4 \log_2 x}} + 60 \cdot x^{\sqrt{\log_2 2}} \leq 72$$

$$2^{3t} - 7 \cdot 2 \cdot 2^{2t} + 60 \cdot \frac{1}{2^t} \leq 72$$

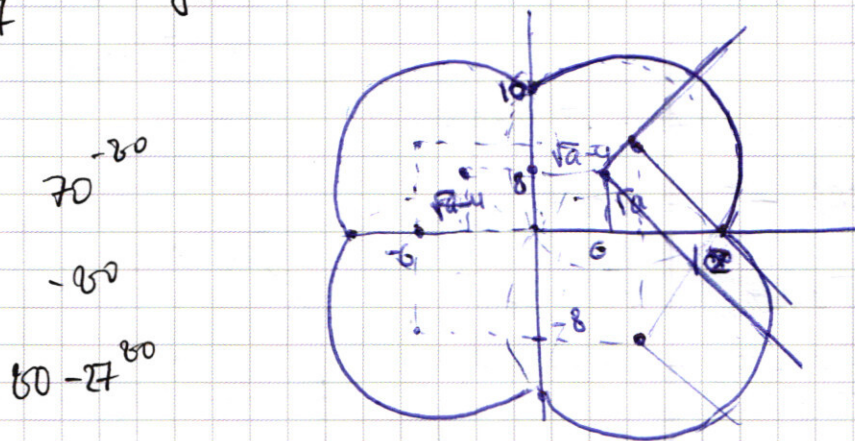
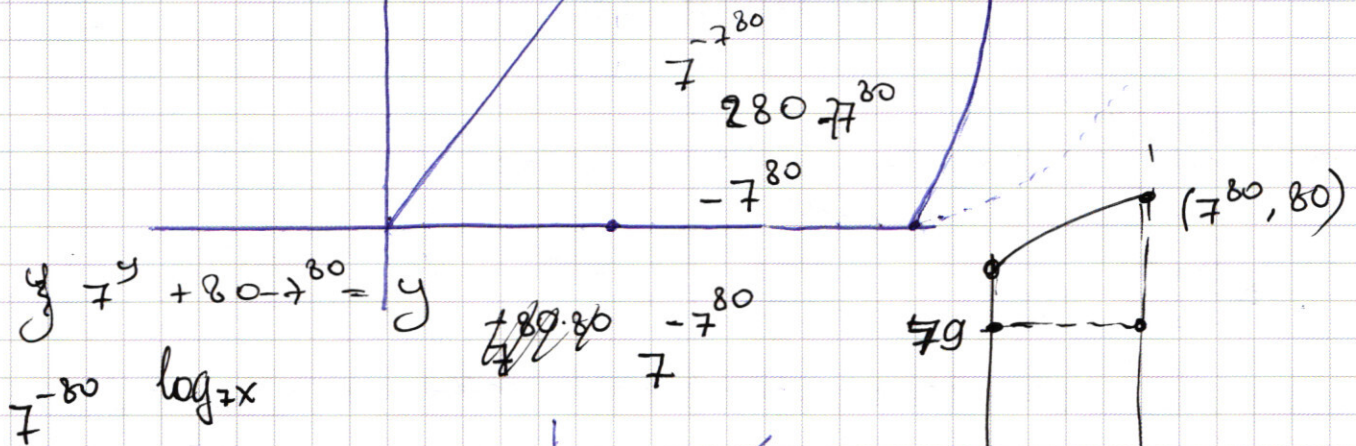
$$\varphi^3 - 14\varphi^2 + 60\varphi \leq 70$$

$$\varphi^3 - 14\varphi^2 + 60\varphi - 70 \leq 0$$

$$x^{\frac{\sqrt{\log_2 2} \cdot \sqrt{\log_2 2}}{\sqrt{\log_2 2}}} = 2^{\frac{1}{\sqrt{\log_2 2}}} = 2^{\sqrt{\log_2 x}}$$

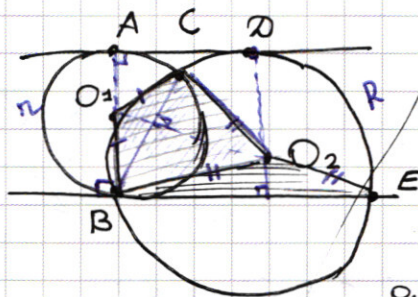
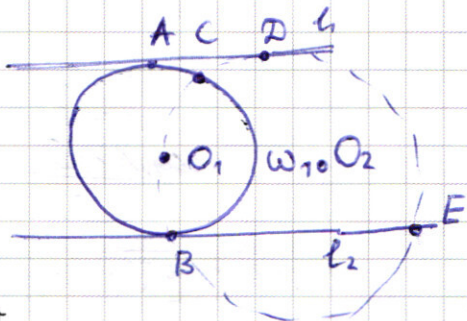
$$\begin{aligned} x &> 0 \\ x &\neq 1 \\ \log_2 x &> 0 \\ \boxed{x > 1} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_c = |y - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 4 \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = 100 = 10^2 \end{cases}$$



$$7 - y = 80 \quad \text{für } |y - \sqrt{a}| = \sqrt{a} - 4$$

$$7^y - y = 7^{80} - 80,$$



$$\frac{O_1 C O_2 D}{O_2 E B} = 3$$

