

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 14

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 70 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет больше 42 раз, а q – вероятность того, что орёл выпадет не больше 28 раз. Найдите $p - q$.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 4x}{\cos 3x - \sin 3x} + \frac{\sin 4x}{\cos 3x + \sin 3x} = \sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $8\sqrt{\log_2 x} - 7 \cdot 2^{1+\sqrt{4\log_2 x}} + 60 \cdot x\sqrt{\log_x 2} \leq 72$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 2, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 9$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x = |y - \sqrt{a}| + \sqrt{a} - 4, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = 100 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E , а также вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 3. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 3$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 80 + x - 7^{80}, \\ y \leq \log_7 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\cos 4x}{\cos 3x - \sin 3x} + \frac{\sin 4x}{\cos 3x + \sin 3x} = \sqrt{2};$$

$$\frac{\cos 4x \cdot \cos 3x + \sin 3x \cdot \cos 4x + \sin 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \cos 3x}{(\cos 3x - \sin 3x)(\cos 3x + \sin 3x)} = \sqrt{2};$$

$$\frac{\cos(4x+3x) + \sin(3x+4x)}{\cos^2 3x - \sin^2 3x} = \sqrt{2};$$

$$\frac{\cos 7x + \sin 7x}{\cos 6x} = \sqrt{2};$$

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 7x}{\cos 6x} = \sqrt{2};$$

$$\frac{\cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 7x + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 7x - \cos 6x}{\cos 6x} = 0;$$

$$\frac{\cos(7x - \frac{\pi}{4}) - \cos 6x}{\cos 6x} = 0$$

$$\begin{cases} \cos(7x - \frac{\pi}{4}) - \cos 6x = 0 \rightarrow \cos(7x - \frac{\pi}{4}) = \cos 6x \\ \cos 6x \neq 0 \rightarrow 6x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x - \frac{\pi}{4} = 6x + 2\pi n; \\ 7x - \frac{\pi}{4} = -6x + 2\pi m; \end{cases}$$

$$x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$13x = \frac{\pi}{4} + 2\pi m;$$

$$x_2 = \frac{\pi}{52} + \frac{2}{13}\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{при } k = 12d, d \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} + 2\pi d = \frac{\pi}{4} + 2\pi d \Rightarrow x_1 - \text{не подг.}$$

$$\text{Теперь проверим } \frac{\pi}{52} + \frac{2\pi m}{13} \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6}$$

$$\text{при } m \neq \frac{10+26k}{24} \text{ это выполняется}$$

$$\text{Согласно теории остатков } k \neq 7+12b, b \in \mathbb{Z}$$

ОДЗ:

$$\cos 3x - \sin 3x \neq 0$$

$$\cos 3x + \sin 3x \neq 0$$

$$(\cos 3x - \sin 3x)(\cos 3x + \sin 3x) \neq 0$$

$$\cos^2 3x - \sin^2 3x \neq 0$$

$$\cos 6x \neq 0$$

$$x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6. Теперь рассмотрим $\sin(\angle O_1 O_2 O_1) = \frac{O_1 N}{O_1 O_2}$ (по опр.).
(из $\triangle NO_2 O_1$)

$$\sin(\angle BO_1 O_2) = \frac{BQ}{BO_1} \Rightarrow \frac{O_1 N}{O_1 O_2} = \frac{BQ}{BO_1}$$

7. $BQ = \frac{1}{2} BC$ (п. 4)

$BO_1 = r$ (усл.)

$O_1 N = BN$ (св-во перпенд. BO_1 к HN ($BO_1 \perp HN$))

$$\begin{cases} O_1 O_2^2 = O_1 N^2 + NO_2^2 & (\text{по т. Пифагора в } \triangle O_1 O_2 N) \\ O_1 N^2 = BN^2 = 4r(R-r) & (\text{п. 3}) \\ NO_2 = R-r & (\text{из геом. сообр.}) \end{cases} \Rightarrow O_1 O_2^2 = 4r(R-r) + (R-r)^2$$

$$O_1 O_2^2 = 4rR - 4r^2 + R^2 - 2Rr + r^2;$$

$$O_1 O_2^2 = (R+r)^2 - 4r^2$$

$$O_1 O_2^2 = (R-r)(R+3r).$$

8. $O_1 N^2 = BN^2$ (п. 7)

$$O_1 O_2^2 = (R-r)(R+3r) \Rightarrow \text{из п. 6: } \left(\frac{BN}{O_1 O_2} \right)^2 = \left(\frac{BQ}{r} \right)^2$$

$BQ; BO_1 = r$

$$BQ^2 = r^2 \cdot \frac{4r(R-r)}{(R-r)(R+3r)}$$

т.к. $R \neq r$.

$$BQ = r \sqrt{\frac{4r}{R+3r}}$$

9. $S(BO, CO_2) = S(BO, O_2) + S(O, O_2) = \frac{1}{2} BQ \cdot O_1 O_2 + \frac{1}{2} CQ \cdot O_1 O_2$

$BQ = CQ$ (п. 4).

$$S(BO, CO_2) = 2 \cdot \frac{1}{2} BQ \cdot O_1 O_2 = BQ \cdot O_1 O_2 = r \cdot \sqrt{\frac{4r}{R+3r}} \cdot \sqrt{(R-r)(R+3r)} =$$

$$= r \sqrt{4r(R-r)}.$$

$$10. S(BOE) = \frac{1}{2} O_2 H \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot O_2 H \cdot \frac{1}{2} BH = \frac{1}{4} \cdot (2R-R) \sqrt{4r(R-r)}$$

$\frac{2R-R}{2} (n.3) \quad \frac{1}{2} \sqrt{4r(R-r)} (n.3)$

$$11. \text{по ун.} \begin{cases} \frac{S_{BO, CO_2}}{S_{BOE}} = 3 \\ S_{BO, CO_2} = r \sqrt{4r(R-r)} \quad (n.9) \\ S_{BOE} = (2r-R) \sqrt{4r(R-r)} \quad (n.10) \end{cases}$$

$$\frac{r \sqrt{4r(R-r)}}{(2r-R) \sqrt{4r(R-r)}} = 3 \Rightarrow r = 6r - 3R$$

$$3R = 5r$$

$\frac{R}{r} = \frac{5}{3}$

$$12. \text{Р-ум } \triangle BDH: \begin{cases} \angle H = 90^\circ \\ BH^2 = 4r(R-r) \\ DH = 2r \end{cases} \Rightarrow \text{По т. Пифагора}$$

$$BD^2 = 4r^2 + 4r(R-r) = 4r(r+R-r) = 4rR$$

$$13. \text{По ун.} \begin{cases} BD = 3 \\ BD^2 = 4rR \quad (n.12) \\ \frac{R}{r} = \frac{5}{3} \quad (n.11) \end{cases} \Rightarrow g = 4 \cdot \frac{3}{5} R \cdot R$$

$$R = \sqrt{\frac{45}{12}} = \sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$r = \frac{3}{5} R = \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} = \frac{3\sqrt{15}}{10}$$

Ответ: $\frac{R}{r} = \frac{R_{w2}}{R_{w1}} = \frac{5}{3}; R_{w2} = \frac{\sqrt{15}}{2}; R_{w1} = \frac{3}{10} \sqrt{15}$

$\sqrt{1}$

1) Всего возможных кол-в выпадения орла среди 70 подбрасываний 71 (0, 1, 2, 3, ..., 70) и вероятность выпадения k орлов равна вероятности выпадения 70-k орлов в силу симметрии с решкой.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решаю 2) Также учтём, что q — это сумма вероятностей выпадения кол-ва орлов от 0 до 28, а p — от 43 до 70 и разность $p - q$ равна:

$$p - q = \underbrace{p(0) + p(20) + p(40) + \dots + p(27) + p(43) + p(28)}_0 = p(28),$$

т.е. $p - q$ — это ^{вероятность} выпадения ровно 28 орлов, а это считается по формуле $\frac{70!}{(70-28)! 28! N_0}$ — кол-во вариантов (28 орлов) всего вариантов

$$p - q = p(28) = \frac{70!}{28! \cdot 42! N_0}$$

$N_0 = 2^{70}$, т.к. 70 подб. с 2 вариантами.

$$p - q = \frac{70!}{28! \cdot 42! \cdot 2^{70}}$$

Ответ: $p - q = \frac{70!}{28! \cdot 42! \cdot 2^{70}}$

$$8 \sqrt[3]{\log_2 x} - 7 \cdot 2^{\sqrt[3]{4 \log_2 x}} + 60 \cdot x^{\sqrt[3]{\log_2 x}} \leq 72$$

Пусть $2^{\sqrt[3]{4 \log_2 x}} = t$, тогда, т.к. $x^{\sqrt[3]{\log_2 x}} = 2^{\sqrt[3]{\log_2 x}}$

$$t^3 - 7 \cdot 2 \cdot t^2 + 60t - 72 \leq 0.$$

По теореме о рациональных корнях многочлена:

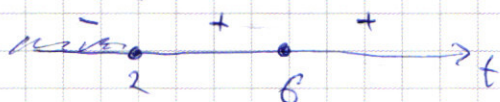
$$p(2) = 8 - 14 \cdot 4 + 60 \cdot 2 - 72 = 0,$$

Теперь получим поделкой $t^3 - 14t^2 + 60t - 72$ на $t - 2$.

$$\begin{array}{r}
 t^3 - 14t^2 + 60t - 72 \quad | \quad t-2 \\
 \underline{t^3 - 2t} \\
 -12t^2 + 60t - 72 \\
 \underline{-12t^2 + 24t} \\
 -36t - 72 \\
 \underline{-36t - 72} \\
 0
 \end{array}$$

$$t^3 - 14t^2 + 60t - 72 = (t-2)(t^2 - 12t + 36) = (t-2)(t-6)^2$$

Методом интервалов:



$$t \in (-\infty; 2] \cup \{6\}$$

переходим обратно к $2^{\sqrt{\log_2 x}} = t$;

$$\begin{cases}
 2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 2 \rightarrow 0 \leq \sqrt{\log_2 x} \leq 1 \Rightarrow x \in [1; 2] \\
 2^{\sqrt{\log_2 x}} = 6 \Rightarrow \log_2 x = \log_2^2 6 \Rightarrow x = (2^{\log_2 6})^{\log_2 6} = 6^{\log_2 6}
 \end{cases}$$

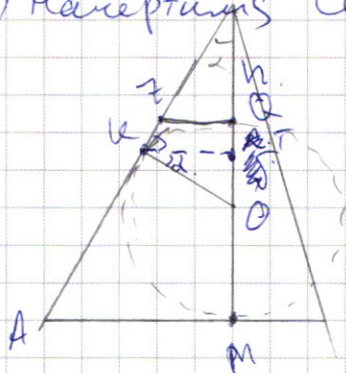
$$\left. \begin{array}{l}
 x > 0 \quad (\text{ОДЗ}) \\
 x \neq 1 \quad (\text{основания}) \\
 \log_2 x \geq 0 \quad - \text{ОДЗ корня} \\
 x \geq 1
 \end{array} \right\} x > 1.$$

$$x \in (1; 2] \cup \{6^{\log_2 6}\}$$

$$\text{Ответ: } x \in (1; 2] \cup \{6^{\log_2 6}\}$$

№ 4.

1) На чертеже сечение через ребро SA и центр сферы:



мниме sind ΔSOR :

$$\sin \alpha = \frac{R}{h+R}$$

$$\text{Теперь в } \Delta SMA: \sin \alpha = \frac{AM}{AS} = \frac{(h+2R) \cdot 3\sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot (h+2R) \cdot 4}$$

$$MS = h+2R \Rightarrow AS = \frac{MS}{\cos \alpha} = \frac{(h+2R) \cdot 4}{\sqrt{7}}$$

$$AM = \sqrt{\frac{(h+2R)^2 \cdot 16}{7} - (h+2R)^2} = \frac{(h+2R) \cdot 3}{\sqrt{7}}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{\cos 4x}{\cos 3x - \sin 3x} + \frac{\sin 4x}{\cos 3x + \sin 3x} = \sqrt{2}$$

$$\frac{(\cos 4x \cdot \cos 3x + \cos 4x \cdot \sin 3x + \sin 4x \cdot \cos 3x - \sin 4x \cdot \sin 3x)}{\cos^2 3x - \sin^2 3x} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 7x + \sin 7x}{\cos^2 3x - \sin^2 3x} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha \right) = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 7x + \sin 7x}{\cos 6x} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} (\cos 7x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \sin 7x \cdot \sin \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos (7x - \frac{\pi}{4})}{\cos 6x} = 1$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \beta \\ 7x - \frac{\pi}{4} &= \alpha = \beta \\ \alpha &= -\beta \end{aligned}$$

$$\cos (7x - \frac{\pi}{4}) = \cos 6x$$

$$7x - \frac{\pi}{4} = 6x + 2\pi k \quad \text{или}$$

$$7x - \frac{\pi}{4} = -6x + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$13x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\cos x = \sin x$$

$$\cos 3x = \sin 3x \Rightarrow \text{не пойдёт по ОДЗ}$$

$$x = \frac{\pi}{52} + \frac{2}{13} \pi k$$

$$\cos 6x \neq 0$$

$$6x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{6}$$

$$8^{\sqrt{\log_2 x}} - 7 \cdot 2^{1 + \sqrt{4 \log_2 x}} + 60 \cdot x^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 72.$$

Замени $\sqrt{\log_2 x} = t$ тогда:

$$8^t - 7 \cdot 2 \cdot 2^{2t} + 60 \cdot (2^{t^2})^t \leq 72.$$

$$60 \cdot (2^{t^2})^t$$

$$\log_2 x = t^2$$

$$x = 2^{t^2}$$

$$a^{\sqrt{b}} = a^{b^{\frac{1}{2}}} = 2^{\sqrt{4}} = 2^2 = \sqrt{2^4}$$

$$\log_a a^b = \log_a b^c$$

$$c^b \wedge b^c$$

$$\left(\frac{1}{t}\right)^t$$

$$\log_2 x = t$$

$$x = 2^t$$

$$2^{3t} - 14 \cdot 2^{2t} + 60 \cdot 2^t - 72 \leq 0.$$

Замени $2^t = y$

$$y^3 - 14y^2 + 60y - 72 \leq 0.$$

$$8 - 14 \cdot 4 + 60 \cdot 2 - 72 = -10.$$

$$64 - 14 \cdot 16 + 60 \cdot 4 - 72 \leq$$

$$-8 - 14 \cdot 4 - 60 \cdot 2.$$

$$216 - 14 \cdot 36 + 60 \cdot 6 - 72 = 0.$$

$$\begin{array}{r} y^3 - 14y^2 + 60y - 72 \\ - y^3 - 6y^2 \\ \hline -8y^2 + 60y - 72 \\ - -8y^2 + 48y \\ \hline -12y - 72 \\ - -12y - 72 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^2 - 8y + 12 \\ \sqrt{y^2 - 8y + 12} \\ 0 = 64 - 4 \cdot 12 + 4^2 \\ y_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{2} = [2, 6] \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ | \quad | \quad | \quad | \quad | \quad | \\ 2 \quad \quad \quad \quad \quad 6 \end{array}$$

$$y \in (-\infty; 2] \cup \{6\}$$

$$2^t \leq 2 \Rightarrow t \leq 1$$

$$2^t = 6 \Rightarrow t = \log_2 6.$$

$$x^{\sqrt{\log_2 x}} =$$

$$= (2^{\log_2 x})^{\sqrt{\log_2 x}}$$

$$\sqrt{\log_2 x} = t \leq 1 \Rightarrow \log_2 x \leq 1$$

$$\sqrt{\log_2 x} = \log_2 6.$$

$$\log_2 x \geq 0.$$

$$\log_2 x = (\log_2 6)^2$$

$$x = (2^{\log_2 6})^{\log_2 6} = 6^{\log_2 6}$$

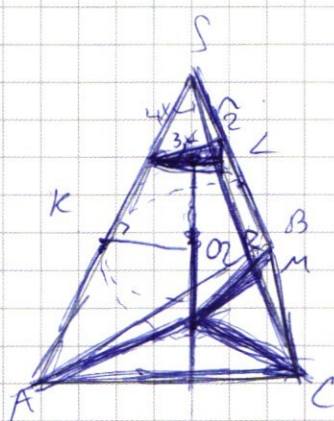
$$\sqrt{\log_2 x} = \log_2 t.$$

$$\log_2 x = \log_2^2 t.$$

$$\log_2 x = \log_2 t \cdot \log_2 t.$$

$$\log_2 x = \log_2 t.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sin \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\frac{R}{h+R} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (h+2R)^2}} = \frac{3}{4}$$

$$R^2$$

$$h^2 + 2Rh + R^2 = R^2 + h^2 + 4Rh + 4R^2$$

$$\frac{R^2}{h+R} = \frac{R^2}{(2R+h)^2}$$

2) Погрешность измерения: $\frac{3}{4} = \frac{R}{h+R} \Rightarrow 3h+3R=4R$

$R=3h$

$\Delta S_{QZ} \sim \Delta S_{MA} (2 \text{ град})$

$k = \frac{2R+h}{h} = \frac{6h+h}{h} = 7 \Rightarrow k^2 = 49$

$\frac{S_{ср.}}{S_{ср.}}$

3). $KT = R \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot R$

4.) $\Delta S_{KT} \sim \Delta S_{ZQ} (2 \text{ град})$

$k = \frac{KT}{ZQ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot R}{h \cdot \tan \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot R \cdot \cos \alpha}{h \cdot \sin \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot R \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}}{h \cdot 3} = \frac{7}{4}$

$\frac{S_{ср.}}{S_{(KLM)}} = \frac{1}{k^2} \Rightarrow S_{(KLM)} = k^2 \cdot S_{ср.} = \frac{7^2}{4^2} \cdot 2 = \boxed{\frac{49}{8}}$

Ответ: $S_{(KLM)} = \frac{49}{8}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$BC^2 = 2r^2 - 2r^2 \cos 2\alpha$
 BC^2
 $R^2 - (2r - R)^2 = BH^2$
 $R^2 - 4r^2 + 4rR - R^2 = BH^2$
 $4r(R - r) = BH^2$
 $BD^2 = 4r(R - r) + 4r^2$
 $BD^2 = 4rR - 4r^2 + 4r^2$
 $BD^2 = 4rR$

α, O_1, O_2, N
 $(R - r)^2 + 4r(R - r) = O_1 O_2^2$
 $R^2 - 2Rr + r^2 + 4rR - 4r^2$
 $(R + r)^2 - 4r^2 = O_1 O_2^2$
 $(R - r)(R + 3r) = O_1 O_2^2$
 $S_{(O_1 O_2 C)} = 2 \sqrt{r \cdot R} \cdot \sqrt{R - r} \cdot \sqrt{R + 3r}$
 $S_{(O_1 O_2 D)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{BC}{2} \cdot O_1 O_2 \cdot 2 = r \sqrt{\frac{4r}{R + 3r}} \cdot \sqrt{(R - r)(R + 3r)} = r \sqrt{4r(R - r)}$
 $S_{(O_1 B E)} = \frac{1}{2} (2r - R) \sqrt{4r(R - r)}$
 $\frac{S_{(O_1 O_2 D)}}{S_{(O_1 B E)}} = \frac{r \sqrt{4r(R - r)}}{(2r - R) \sqrt{4r(R - r)}} = \frac{r}{2r - R} = 3 \rightarrow r = 6r - 3R$
 $3R = 5r$
 $\frac{R}{r} = \frac{5}{3}$
 $g = 4 \cdot R \cdot \frac{3}{5} \cdot R \rightarrow R = \sqrt{\frac{45}{12}} = \sqrt{\frac{15}{4}}$

$$\begin{cases} x = |y - 5a| + \sqrt{a} - 4 \rightarrow \text{если } y > 5a, \text{ то } x = y - 4. \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = 100. \end{cases} \text{ - второе окр.}$$

$$\log_7 x \geq 80 + x - 7^{80}$$

292 раз - это

2⁷⁰ вариантов.

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 28 \\ \hline 42 \end{array}$$

43, 44, ..., 70

0, 1, 2, 3, ..., (28) } 29

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 43 \\ \hline 27 \end{array}$$

28 раз с как. вер-тью?

0 1 2 3 4

0 1 2 3 4 5 6

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 3 \\ \hline 78 \end{array}$$

28 монет.

$$\frac{\pi}{52} + \frac{144\pi}{13} = \frac{57\pi + 24\pi}{52} = \frac{\pi}{52} + \frac{2\pi}{13} \cdot 7 + \frac{2\pi}{13} \cdot 126$$

2 3 2

$$\begin{array}{r} 5 \cdot 4 \\ \hline 2! \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 24 \\ \hline 624 \end{array}$$

$$\frac{70!}{(70-28)! \cdot 28!} = \frac{70!}{42! \cdot 28!} = \frac{70 \cdot 69 \cdot \dots \cdot 43}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 28 \cdot 2^{70}}$$

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{8\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} \cdot 2 = 4$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ - 152 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{12 - 4}{48} \pi = \frac{8}{48} \pi = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\pi}{52} + \frac{2}{13} \pi m = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6}$$

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{52} = \frac{10}{156}$$

или $k = 7 + 12d$

$$\frac{1}{52} + \frac{2m}{13} = \frac{1}{12} + \frac{k}{6} \Rightarrow \frac{2}{13} m - \frac{k}{6} = \frac{10}{156}$$

$$/ \times 13 \cdot 12$$

$$\begin{array}{r} 26k + 10 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$24m - 26k = 10$$

$$m = \frac{10}{24} + \frac{26k}{24}$$