

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 16

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 80 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет больше 51 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет не больше 29 раз. Найдите $p - q$
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt{4\log_2 x + 3} + 21 \cdot x\sqrt{\log_x 2} \leq 18$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 4, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 18$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 5. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 5$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 70 + x - 4^{70}, \\ y \leq \log_4 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

а/

1) $SO = 98$.
KLM, ABC - вып.

$V(SABC)$

$R = SO \cdot \sin \alpha = \frac{9}{2} = 4,5$

$h = SO + R = 22,5$

$S_{ABC} = \frac{SO+R}{SO-R} \cdot 4 = 4 \cdot \left(\frac{22,5}{13,5} \right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{45}{27} \right)^2 = 4 \cdot \frac{25}{9} = \frac{100}{9}$

$S_{KLM} = ?$

$\angle KSO = \arccos \left(\frac{\sqrt{75}}{4} \right)$

$\sqrt{1 - \frac{15}{16}} = \frac{1}{4}$

$\frac{R}{\sin \alpha} = SO$

$\frac{R}{\cos \alpha} \left(\frac{1}{\sin \alpha} - 1 \right)$

$\frac{SK'}{KK'} = \frac{OS}{R}$

$\frac{SK}{SK'} = \frac{R}{OS} + 1$

$SK' \cdot K = SK$

$K = \frac{SK}{SK'} = \frac{R}{OS} + 1 =$

$K = \sin \alpha + 1 =$

$K = \frac{5}{4}$

$S_{KLM} = K^2 \cdot S_{K'L'M'} =$

$= \frac{25}{4}$

$V(SABC) = \frac{Sh}{3} =$

$= \frac{100}{27} \cdot 22,5 =$

$= \frac{100 \cdot 45}{27 \cdot 2} = \frac{50 \cdot 5}{3} = \frac{250}{3}$

15)

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{9}| + 6 - \sqrt{9} \rightarrow \text{уравнение} \\ (x-8)^2 + (y-15)^2 = 289 = 17^2 \rightarrow \text{4 окружности} \end{cases}$$

$$289 = 17^2$$

$$289 = 100a^2 + b^2 + 20ab$$

$$189 = 20b + b^2$$

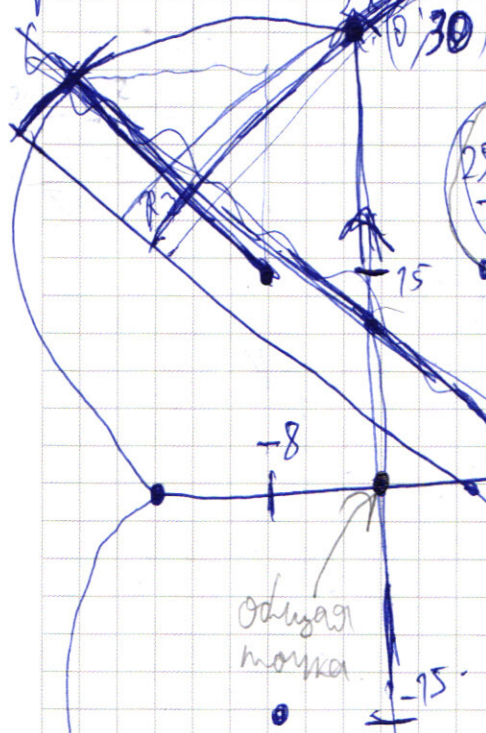
17

440 449

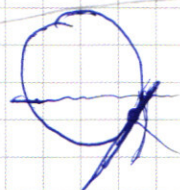
$$\frac{169 + 548 - 2\sqrt{2} \cdot 13 \cdot 17}{4}$$

$$\begin{aligned} 8^2 + 15^2 &< 17^2 \\ \left(-8 - \frac{17}{\sqrt{2}}, 15 + \frac{17}{\sqrt{2}}\right) \\ 64 + 225 &< 289 \end{aligned}$$

рис.



одна из точек



15

$$(x-8)^2 + (y-15)^2 = 17^2$$

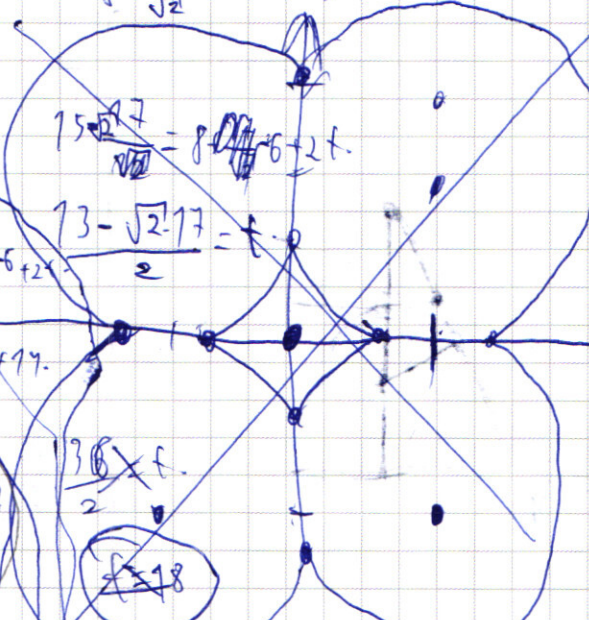
$$y = x - 6 + 2t$$

$$(y-15)^2 + (x+8)^2 = 17^2$$

$$y = 5 - x$$

$$(10+5)^2 = 100 + 20(x+y) + 100$$

$$8 \cdot \frac{17}{\sqrt{2}} < 0$$



$$0 = 2t + 2t$$

$$16 = -6 + 2t$$

$$17 = t$$

$$14 \cdot \frac{17}{\sqrt{2}} \approx 18$$

$$t < 17$$

$$17^2 > 64 \cdot 2$$

$$x = -|y - \sqrt{9}| + 6 - t$$

$$y \geq t$$

$$x = -y + 6$$

$$y = 6 - x$$

$$y < t, \quad x = y - 2t + 6$$

$$y = x - 6 + 2t$$

функции

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

как во второй это сумма

$$\sum_{y=0}^{y=70}$$

$$y + y^{70} - 70 - y^y + 1$$

// это:

$$\sum_{y=0}^{70} y - \sum_{y=0}^{70} y^y$$

арифметическая прогрессия

при $y < 0$

$$x_{\min} = 7$$

$$x_{\max} = y + y^{70} - 70$$

$$y_{\min} = 71 - y^{70} \Rightarrow$$

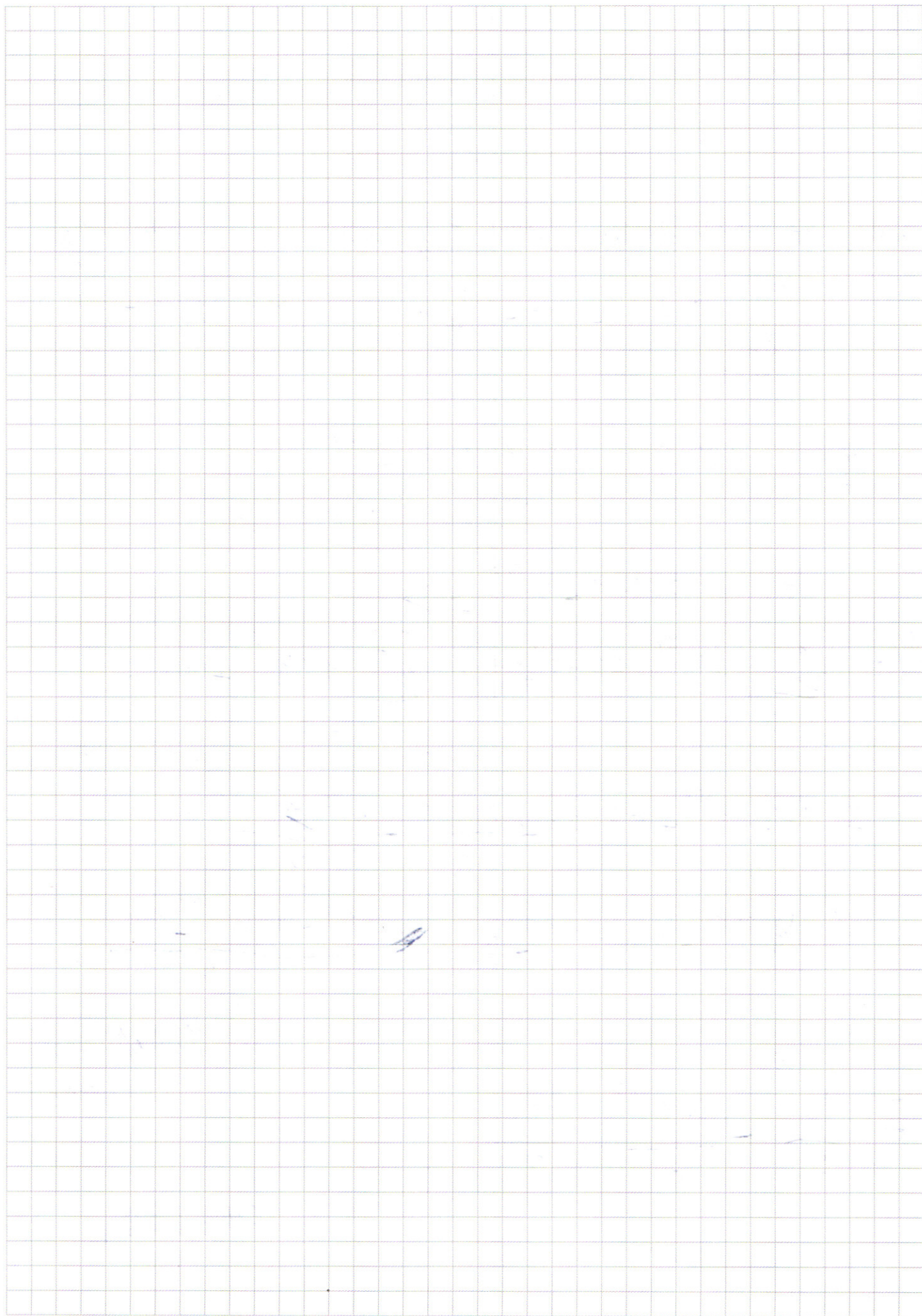
$$N = \sum_{y=0}^{70} y + y^{70} - 70 - y^y + 1 + \sum_{y=71-y^{70}}^{-1} y + y^{70} - 70 =$$

$$= 71 \cdot 70 - 69 \cdot 71 + \frac{70 \cdot 71}{2} - \frac{4 \cdot 71 \cdot 1}{3} +$$

$$+ \frac{(y^{70} - 70)(y^{70} - 71)}{2} =$$

$$= \frac{y^{140}}{2} - \frac{5 \cdot y^{70}}{6} + \frac{274}{3}$$

// это и есть ответ.



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

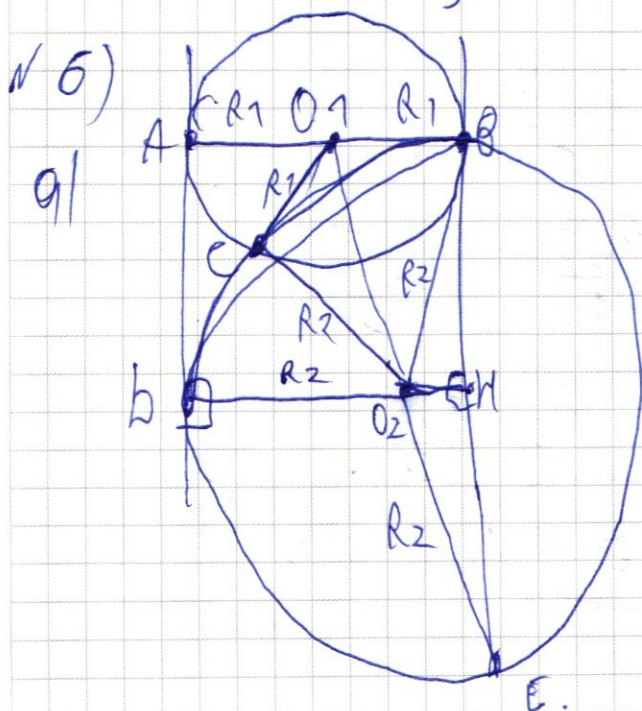
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S_{AOC} = \frac{100}{9}$$

$$V(S_{AOC}) = \frac{S_{AOC} \cdot h}{3} = \frac{250}{3}$$

Ответ: $\frac{250}{3}$



O_2 - радиус до
пересечения с BE , тангенс
 H

$$O_2B = O_2E = R_2 \Rightarrow$$

O_2H - высота и медиана,

$$O_2H = 2R_1 - R_2.$$

$$\begin{aligned} S_{BO_1CO_2} &= 2 S_{BO_1O_2} = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot \sin(90^\circ - 2) = \\ &= R_1 \cdot R_2 \cos(2), \text{ где} \end{aligned}$$

2 - угол O_2BHO_1 .

$$\cos 2 = \frac{BH}{R_2} \Rightarrow$$

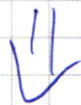
$$S_{BO_1CO_2} = R_1 \cdot BH.$$

$$S_{O_2BHE} = \frac{O_2H}{2} \cdot BE = BH \cdot (2R_1 - R_2)$$

$$R_1 \cdot BH = 5 \cdot BH \cdot (2R_1 - R_2) \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{8}{5}.$$

$$d) 25 = BH^2 = (2R_1)^2 + BH^2.$$

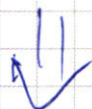
$$\text{из } \triangle O_2HB \rightarrow (2R_1 - R_2)^2 + BH^2 = R_2^2.$$



$$25 = (2R_1)^2 + BH^2 = 4R_1R_2.$$



$$R_1R_2 = \frac{25}{4}.$$



$$R_1 = \frac{5\sqrt{5}}{6}.$$

$$R_2 = \frac{9\sqrt{5}}{6} = \frac{3\sqrt{5}}{2}.$$

Ответ: $R_1 = \frac{5\sqrt{5}}{6}$; $R_2 = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

17) $y \leq \log_4 x \Rightarrow x \geq 1$ $\begin{cases} x > 0 \\ x, \text{ целое} \end{cases}$

$$y' \leq x$$

$$y \geq 70 + x - y^{70}.$$

при $y \geq 70$.

x - единственное.

$$y' \leq x$$

$$y^{70} + 70 \geq 70 + x$$

$$\Downarrow x = y^{70}.$$

при $y > 70$

решений нет.

при y

$$x \in [y^{70}, y + y^{70} - 70] \Rightarrow$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$k \in (1; 2]$$

ведь $k > 1$.

$$(\text{при } k=1; k=1)$$

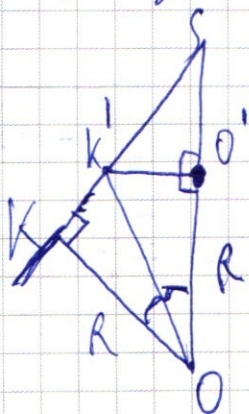
$$(\text{при } k=2; k=2)$$



$$k \in (1; 2]$$

Ответ: $k \in (1; 2]$.

и 9/а) нарисуем сечение OSK .



Пусть O' — ближайшая точка
сферы к S , тогда: S, O', O —
на одной прямой.

Пусть плоскость L (касательная
к сфере в точке O') пересекает.

SK, SL, SM в точках K', L', M' .

$OO' = R = KO$ — радиус сферы.

$K'O' \perp KK'$ как касательные ($OK \perp KS$)
($K'O' \perp OO'$)

тогда $\angle KOK' = \angle K'O'O \Rightarrow K'O$ — биссектриса $\Rightarrow$

K' лежит между K и S .

$$\frac{OS}{K'S} = \frac{OK}{KK'} \text{ по свойствам дугсекториссы.}$$

$$\frac{KK'}{SK'} + 1 = \frac{OK}{OS} + 1$$



$$\frac{SK}{SK'} = \frac{R}{OS} + 1.$$

аналогично: $\frac{SL}{SL'} = \frac{R}{OS} + 1$ и $\frac{SM}{SM'} = \frac{R}{OS} + 1 \Rightarrow$

при расчете с центром в S . и коэффициентом

$$K = \frac{R}{OS} + 1 \quad \Delta K'L'M' \text{ перейдет в } \Delta KLM. \Rightarrow$$

KLM параллельно $K'L'M'$.

$$K = \sin \alpha + 1 = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} + 1 = \sqrt{1 - \frac{15}{16}} + 1 \Rightarrow$$

$$K = \frac{5}{4} ; \quad S_{KLM} = K^2 \cdot S_{K'L'M'} = \frac{25}{4}$$

д) $SO = 18$

~~ОК - высота~~

и точка касания $\Rightarrow$

$$OK = R.$$

h - высота пирамиды $h = SO + R.$

$$R = SO \sin \alpha = 4,5. \Rightarrow h = 22,5.$$

$$ABC \parallel KLM \Rightarrow ABC \parallel K'L'M' \Rightarrow$$

$$S(ABC) = S(K'L'M') \cdot \left(\frac{SO+R}{SO-R}\right)^2 \text{ (из подобия)} \Rightarrow$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

II вариант: $2f + n = 360k$, $k \in \mathbb{Z}$.

$\Downarrow$

$$19x + 45 + 90 = 360k.$$

$\Downarrow$

$$x = \frac{360k - 45 - 90}{19}.$$

может ли быть $5x = 90 \cdot n + 45$? при каких то n и k .

$$\frac{5}{19} (360k - 45 - 90) = 90n + 45.$$

$\Downarrow$

$360k - 45 - 90 : 19$, но остаток при делении на 19.

должен совпадать (и так как 19 и 90 - взаимно просты)

$$\frac{5}{19} (360k - 45 - 90) \equiv \frac{5}{19} (-45) \pmod{90}.$$

$$90n + 45 \equiv 45 \pmod{90}.$$

$$45 \not\equiv \frac{5}{19} (-45) \pmod{90} \Rightarrow$$

$$|f_9(5x)| \neq 1.$$

$\Downarrow$

Ответ: $x = \frac{360k - 45 - 90}{19}$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$13) \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \quad \left(\log_2(x) \right) \quad \left(\log_x(2) \right)$$

$$\sqrt{\log_2(x)} \Rightarrow \log_2(x) \geq 0 \Rightarrow x \geq 1, \text{ но } x \neq 1 \Rightarrow$$

$$\text{ОДЗ: } x > 1$$

$$\text{Пусть: } \sqrt{\log_2(x)} = t \Rightarrow x = 2^{t^2}, \sqrt{\log_x 2} = \sqrt{\frac{1}{\log_2(x)}} = \frac{1}{t}$$

$$8^t - 2^{\sqrt{4}t} \cdot 2^3 + 21 \cdot 2^{t^2} \cdot \frac{1}{t} \leq 98$$

↓

$$2^{3t} - 8 \cdot 2^{2t} + 21 \cdot 2^t - 98 \leq 0$$

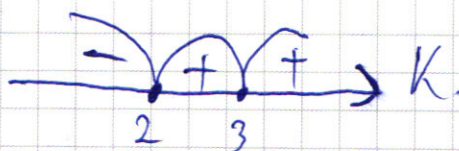
$$\text{Пусть: } k = 2^t = 2^{\sqrt{\log_2(x)}}$$

$$k^3 - 8k^2 + 21k - 98 \leq 0$$

$$k = 2 - \text{корень} \Rightarrow$$

$$(k-2)(k^2 - 6k + 9) \leq 0$$

$$(k-2)(k-3)^2 \leq 0$$



$$k \in (-\infty; 2]$$

$$\sqrt{\log_2(x)} - \text{монотонен} \Rightarrow t(x) - \text{монотонен} \Rightarrow$$

$$k(x) = 2^{t(x)} - \text{монотонен}$$

$$k - \min \text{ это } 2^{\sqrt{\log_2(x)}} - \min \text{ при } \log_2(x) = 0 \Rightarrow k_{\min} = 1$$

$$k \in [1; 2]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1) p - орёл более или равно 5 раз

$$p = p_1 - p_2 \quad \text{где } p_1 - \text{вероятность орла более или равно 51 раз}$$

p_2 - вероятность орла равно 51 раз.

q - орёл ≤ 29 раз, но так как орёл и решка одинаковы:

$q = q'$ - решка выпадает ≤ 29 раз.

каждому способу где решка выпадает ≤ 29 раз соответствует способ где орёл выпадает ≥ 51 раз и наоборот $\Rightarrow p_1 = q' = q$.

$$p - q = p_1 - p_2 - q = p_1 - q' - p_2 = -p_2.$$

$$p_2 = \frac{N_{\text{способов где орёл выпадает равно 51 раз.}}}{2^{80}}, \quad \text{где } 2^{80} - \text{все способы.}$$

$$N = \frac{80!}{51! \cdot 29!} \Rightarrow p_2 = \frac{80!}{51! \cdot 29! \cdot 2^{80}}$$

$$\text{Ответ: } p - q = \frac{-80!}{51! \cdot 29! \cdot 2^{80}}.$$

N2) ~~cos 5x - sin 5x~~. ОДЗ: $|tg(5x)| \neq 1$

$$\sqrt{2} \cos(5x + 45^\circ) = \sqrt{2} (\cos(5x) \cdot \cos(45^\circ) - \sin(5x) \cdot \sin(45^\circ)) =$$
$$= \cos(5x) - \sin(5x)$$

$$\sqrt{2} \sin(5x + 45^\circ) = \sqrt{2} (\sin(5x) \cos(45^\circ) + \sin(45^\circ) \cos(5x)) =$$
$$= \cos(5x) + \sin(5x).$$

$\Downarrow$

$$\frac{\cos(5x)}{\sqrt{2} \cos(5x + 45^\circ)} + \frac{\sin(5x)}{\sqrt{2} \sin(5x + 45^\circ)} = -\sqrt{2}$$

$\Downarrow$

$$\frac{\cos(5x) \cdot \sin(5x + 45^\circ) + \sin(5x) \cdot \cos(5x + 45^\circ)}{2 \cos(5x + 45^\circ) \cdot \sin(5x + 45^\circ)} = -1$$

$\Downarrow$

$$\sin(9x + 45^\circ) = -\sin(2(5x + 45^\circ))$$

$\Downarrow$

$$\sin(9x + 45^\circ) = -\sin(10x + 90^\circ)$$

$$\sin \alpha = -\sin \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 360^\circ \text{ или } \beta = 180^\circ + \alpha + 360^\circ k$$

($k \in \mathbb{Z}$)

если $\beta = 180^\circ + \alpha + 360^\circ k$, то

$$10x + 90^\circ = 180^\circ + 9x + 45^\circ + 360^\circ k$$

$\Downarrow$

$$x = 135^\circ + 360^\circ k$$

$$5x = 90^\circ + 45^\circ + 360^\circ k$$

$$|tg(5x)| = 1$$

противоречит ОДЗ $\Rightarrow$
не подходит.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) 80 раз

$p - \text{орёл} \geq 52 \text{ раз}$

$d - \text{проигрыш} \leq 29 \text{ раз}$

$p - q = ?$

$p = p_1 + p_2$ — равно 51 раз
 $\geq 51 \text{ раз}$

$p_1 = 1$

$p \geq 52$
 $d \leq 29$

≤ 28

$p - q = -p_2$

равно 51 орёл

29 проигрыш

51

$$N = \frac{80!}{51! \cdot 29!}$$

$$\frac{80!}{2^{80} \cdot 51! \cdot 29!}$$

2)

$$\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\cos(5x) \cdot \cos(4x) + \sin(5x) \cdot \cos(4x) + \sin(4x) \cdot \cos(5x) - \sin(4x) \cdot \sin(5x)$$

$$\sin(9x) =$$

$$= \sin 9x (\cos 4x + \sin 4x \cos 5x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 2 \sin^2 5x)$$

$$\frac{\cos(9x) + \sin(9x)}{1 - 2 \sin^2(5x)} = -\sqrt{2}$$

$$\cos(9x) + \sin(9x) = -\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \sin^2(5x)$$

$$5 \cdot (-90 - 45)$$

$$\frac{-90 - 45 - 180}{19} = (90 + 45) \cdot 5 = 180 + 90 + 90 + 45$$

$$\frac{360K - 90 - 45}{19}$$

$$\frac{360(5K - 1) - 180 - 90 - 45}{19} = 90K + 45$$

$$\frac{-135}{19} = -\frac{135}{19} - \frac{180}{19}$$

$$(-90 - 45) \cdot 5$$

$$\frac{-90 - 45 - 180 + 360K \cdot 5}{19}$$

$$\frac{5}{19} (360K - 90 - 45) = 90K + 45$$

$$\frac{5}{19} (-45) = 45$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sin(9x + 45^\circ) = \frac{\cos(9x) + \sin(9x)}{\sqrt{2}} = -1 + 2\sin^2(5x)$$

$|f(9x)| \neq 1$

$9x + 90 = 180 + 9x + 45$
 $x = 135 + 2\pi k$

$$\sin(x) - \cos(y)$$

$$1 = 2\sin^2(5x) - \sin(9x + 45^\circ)$$



$$\sin(x) = 1$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$$

$$5(360k - 90 - 45) = (90k + 45)19$$

$$\sin^2(5x) + 1 - \cos^2(5x)$$

$$\cos - 90 - 180 - 45 = 3 \cdot 90k + 45 \cdot 3 = 3 \cdot 90k + 90 + 45$$

$$\sin(x+y) + \cos(x+y)$$

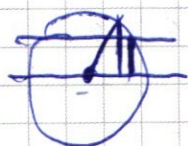
$$0 = \sin^2(5x) - \cos^2(5x) -$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin(5x) + \cos(5x)) = \sqrt{2}\sin(5x + 45^\circ)$$

$$3 \cdot 90k + 90$$

$$19x + 45 + 90 = 2\sqrt{2}k$$

$$x = \frac{360k - 90 - 45}{19}$$



$$\sin(5x)(\sin(5x) - \cos(9x + 45^\circ)) = \cos(5x)(\cos(5x) + \sin(9x + 45^\circ))$$

$$\frac{\sin(4x)}{\sqrt{2}\sin(5x + 45^\circ)}$$

$$+ \frac{\cos(4x)}{\sqrt{2}\cos(5x + 45^\circ)}$$

$$= -\sqrt{2}(\cos(5x) - \sin(5x))$$

$$\cos(5x + 45^\circ) =$$

$$\frac{\sin(4x)\cos(5x + 45^\circ) + \cos(4x)\sin(5x + 45^\circ)}{2\sin(5x + 45^\circ)\cos(5x + 45^\circ)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos(5x) - \sin(5x))$$

$$\sin(9x + 45^\circ) = -\sin(10x + 90^\circ)$$

$$\sin 2 = -\sin 3$$

$$\log_a(b) = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$8 \sqrt{\log_2(x)} - 8 \sqrt{\log_2(x)} + 27 \cdot x^{\sqrt{\log_2(2)}} \leq 78$$

$$8 \sqrt{\log_2(x)} - 8 + 9 \sqrt{\log_2(x)} + 27 \cdot x^{\sqrt{\log_2(x)}} \leq 78$$

$$\frac{1}{\sqrt{\log_2(x)}} = \frac{1}{x} \cdot (\text{circled } x > 0)$$

$$27 \cdot x^{\frac{1}{\sqrt{\log_2(x)}}} \leq 78$$

0.8.3:

(circled $x > 1$)

$$\log_2(x) \geq 0$$

$$\log_2(2) \geq 0$$

$$\sqrt{\log_2(x)} = f$$

$$2 \sqrt{\log_2(x)} = f^2$$

$$8^t - 8 \cdot 4^t + 27 \cdot 2^{\left(\frac{t^2}{t}\right)} \leq 78$$

$$x = 2^{\frac{t^2}{t}}$$

$$x = 2$$

$$\sqrt{\log_2(x)} = f$$

$$2^{3t} - 8 \cdot 2^{2t} + 27 \cdot 2^t \leq 78$$

$$x = \log_2^2 t = (2^{\log_2 t})^2 = t^2$$

$$2^t = k$$

$$\log_2(x) \sqrt{\frac{t}{\log_2(x)}} = (2k - 6)$$

$$2^{\sqrt{\log_2(x)}} = 2$$

$$k^3 - 8k^2 + 27k - 78 \leq 0$$

$$k^2(k-8) \quad 98 - 6 \cdot 3$$

$k=2$ - корень.

$$8 - 32 + 42 - 78 = 0$$

$$k^2 - 6k + 9 = 0$$

$$D = 36 - 36 = 0$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

$$(k-3)^2$$

$$\begin{array}{r} k^3 - 8k^2 + 27k - 78 \\ - k^3 - 2k^2 \\ \hline -6k^2 + 27k - 78 \\ -6k^2 + 12k \\ \hline 15k - 78 \end{array}$$

$$k^2 - 6k + 9$$

$$8 - 32 + 42 - 78 = 0$$

$$(k-2)(k-3)^2$$

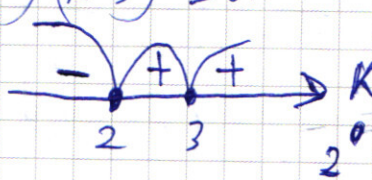
$$(k-2)(k-3)^2 \leq 0$$

$$\log_2(1) = 0$$

$$9k - 78$$

$$9k - 78$$

$$2^{\sqrt{\log_2(x)}} = k \in (-\infty; 2]$$

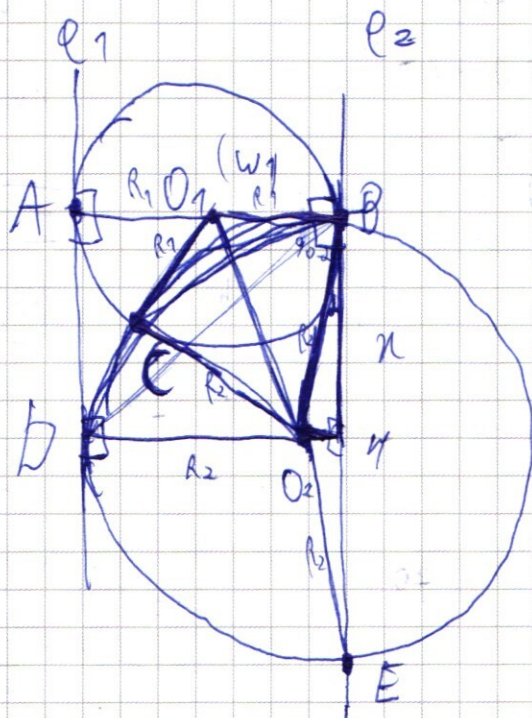


$$\sqrt{\log_2(x)} = 1$$

$$x \in [1; 2]$$

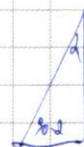
$$k \in (1; 2]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{\int (O_1 \cdot O_2)}{\int (O_2 \cdot BE)} = 5$$

$$\frac{R_2}{R_1}$$



$$S_{\theta_1 \cap \theta_2} = R_1 \cdot R_2 \cdot \sin(90 - 2) = R_1 R_2 \cos 2^\circ$$

$$R = R_1 R_2 \frac{0E/2}{R_2} = R_1 \cdot (0E/2)$$

$$\frac{(2R_1 - R_2) BE}{2} = \int 0.2 BE$$

$$b = -5$$

$$R_1 \frac{R_E}{2} = 5 \cdot \frac{R_E}{2} \cdot (2R_1 - R_2)$$

$$R_1 = 10 R_7 = 5 R_2$$

$$5R_2 = 9R_1$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{9}{5}$$

$$R_2 = \frac{2}{5} R_1$$

$$\sqrt{x^2 + 4y^2} = 5$$

$$n^2 + (2n - R_2)^2 = R_2^2$$

$$r^2 + 4R_1 + R_2 = 4R_1R_2 = R_2^2$$

$$R_2 = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

$$R_2 = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{25}{4} = R_1 R_2 = R_1^2 \frac{9}{5} \Rightarrow R_1 = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4 \cdot \frac{9}{5}}} = \frac{5\sqrt{5}}{6}$$

кан-во наг. элементов (n, y)

$$\begin{cases} y \geq 70 + x - y^{70} \\ y \leq \log_4(x) \end{cases}$$

$$\frac{y^{70}}{2} + \frac{5 \cdot y^{20}}{6} + \frac{21y}{3}$$

$$y + y^{70} \geq 70 + x \geq 71$$

$$y \geq 71 - y^{70}$$

$$\log_4(x) \geq 70 + x - y$$

$\log_4(0)$
 $y=0$

$$x \geq 1$$

$$y \leq x$$

$$y \geq 70 + x - y^{70}$$

$$a \leq b$$

$$y^a \leq y^b$$

$$\frac{y^{140}}{2} + \frac{y^{70}}{2} + \frac{y^{71}}{2}$$

$$\frac{y^{70}}{2}$$

$$\frac{y^{140}}{2} + \frac{y^{70}}{2} + 71$$

2 1 3

$$y + y^{70} \geq 70 + x$$

$$x \geq y^y$$

если $y=70$

$$y \leq 70$$

$$\frac{y^{140}}{2} + \frac{3 \cdot y^{70} - 8 \cdot y^{70}}{6} + \frac{1}{3} + \frac{71}{3}$$

$$y + y^{70} - 70 = x$$

-1
-1 - 2 - 3

x

-x

$$x \geq y^y$$

$$70 + y^{70} \geq 70 + x$$

$$x \geq y^{70}$$

$$(x^y) = (y^{70})^{70}$$

$$\frac{70}{2} \cdot 71$$

x_1, x_2

$$x_2 - x_1 + 1$$

$$y \leq 70$$

$$\text{on } x = y^y$$

$$\text{go } x = y + y^{70} - 70$$

on 1

$$\text{go } y + y^{70} - 70$$

$$71 \cdot y^{70} - 69 \cdot 71 + \frac{70 \cdot 71}{2} - \frac{y^{71} - 1}{3}$$

$$y^0 + y^1 + y^2 + \dots + y^{70} = \frac{y^{71} - 1}{y - 1}$$

$$\sum_{y=0} y + y^{70} - 70 - y^y + 1$$

$$y = -1$$

$$\sum y + y^{70} - 70$$

$$y = 71 - y^{70}$$

$$(y^{70} - 70) \cdot (y^{70} - 71) + (y^{70} - 71) \cdot \frac{(70 - y^{70})}{2} = \frac{(y^{70} - 70)(y^{70} - 71)}{2}$$



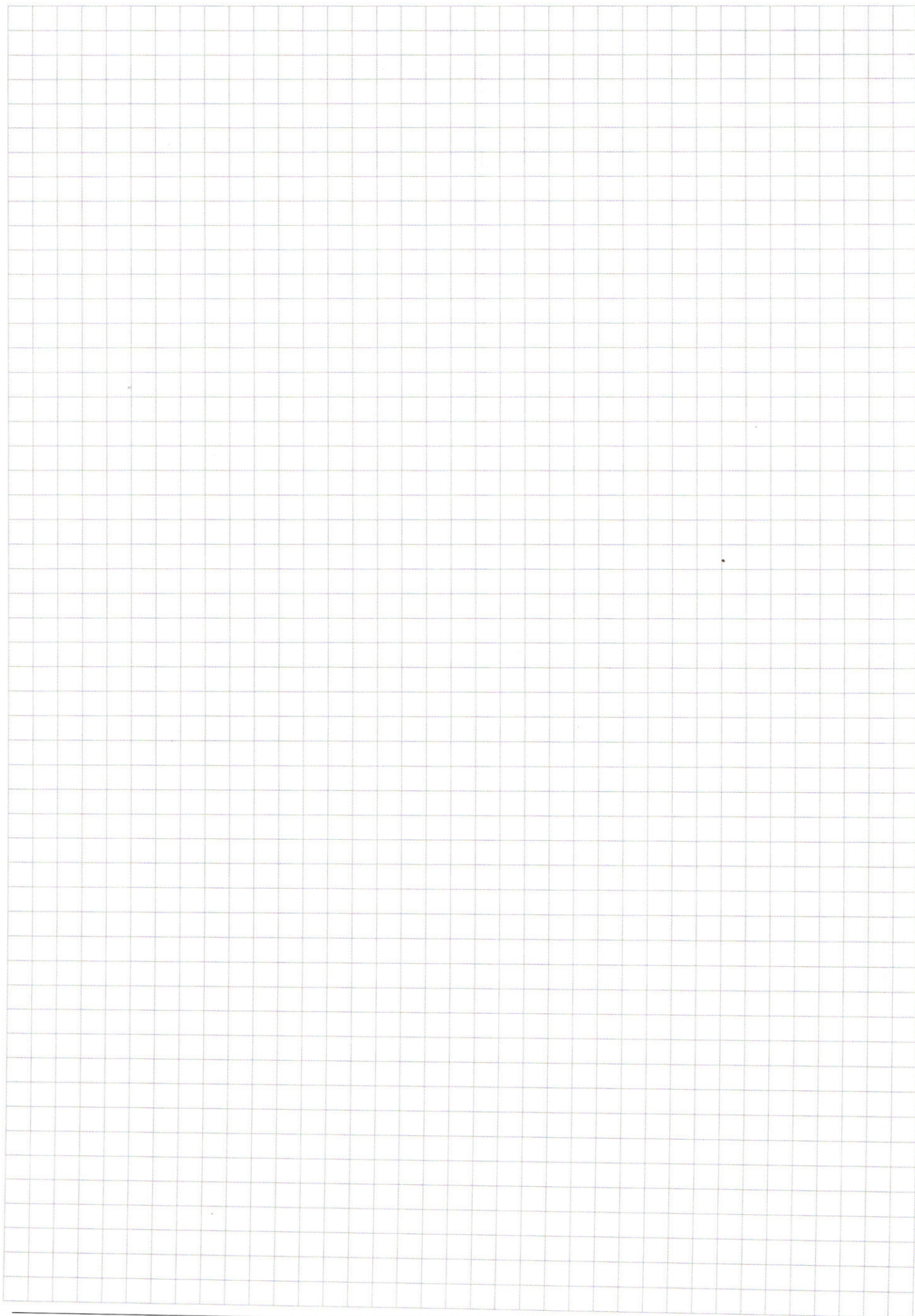
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



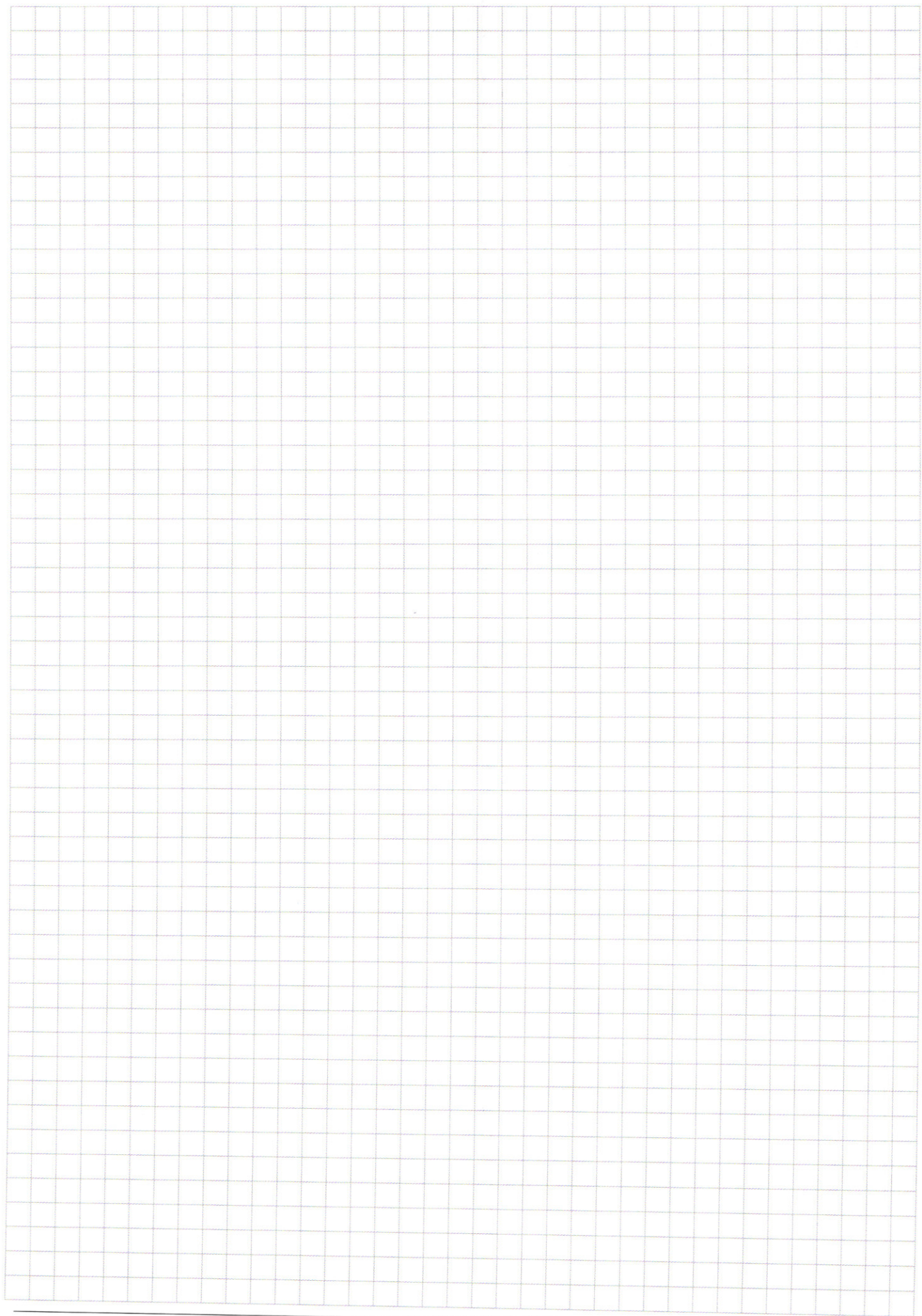
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



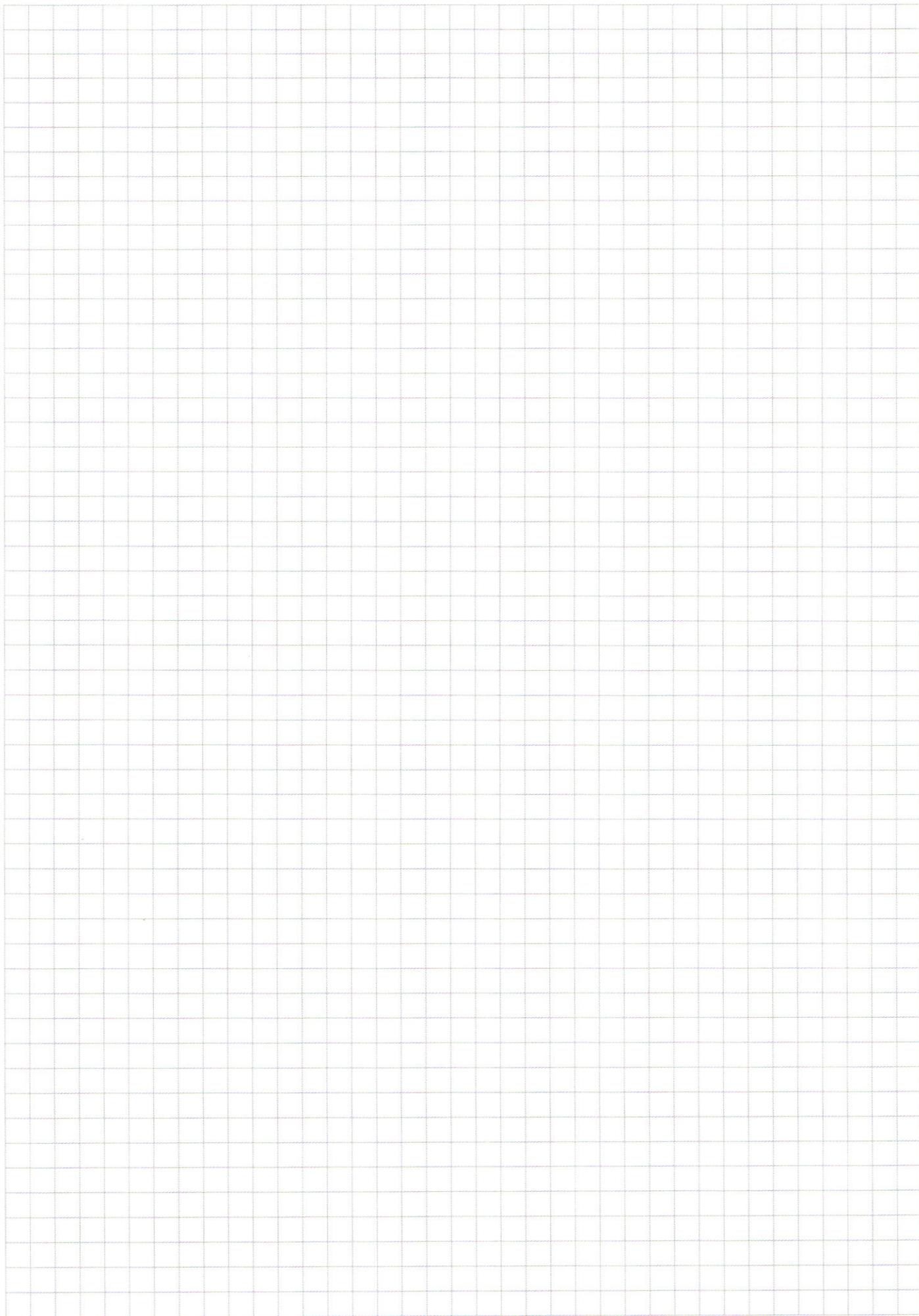
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)