

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 16

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 80 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет больше 51 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет не больше 29 раз. Найдите $p - q$
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt{4\log_2 x + 3} + 21 \cdot x^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 18$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 4, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 18$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 5. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 5$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 70 + x - 4^{70}, \\ y \leq \log_4 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Общ. кол-во - 80 раз

p - орёл > 51 раз

q - орёл ≤ 29 раз.

Всего различных вариантов составления последовательности из 80 бросков = 280
(для каждого броска есть 2 варианта, всего бросков 80).

Вероятность того, что орёл вып. > 51 разна:

вероятность, что орёл вып.
равно 52 раз +

вер., что равно 53 раз...

+ вер. что равно 80 раз

Вероятность того, что орёл вып. ≤ 29 раз

равна:

вер., что орёл вып. равно 29 раз

+ вер., что орёл вып. равно 28 раз

+ вер., что орёл вып. 0 раз

Посмотрим на следующее из этих сумм:

Вероятность выпадения орла орла ^{равно} X раз	X	Выход Y
$\frac{1}{2^{80}}$	0	q
$\frac{1}{2^{80}}$	80	p
$\frac{80!}{79! \cdot 2^{80}} = 80 / 2^{80}$	1	q
$\frac{80!}{79! \cdot 2^{80}} = \frac{80}{2^{80}}$	79	p

$$\frac{80!}{78!} \cdot \frac{1}{2^{80}} = \frac{80 \cdot 79}{2^{80}}$$

$$\frac{80!}{78!} \cdot \frac{1}{2^{80}} = \frac{80 \cdot 79}{2^{80}}$$

2	q
78	p

заменим, что для X_1 и X_2 так, что
 $X_1 + X_2 = 80$ вер. вып. равно X_1 орла и 80
 и вер. вып. равно X_2 орла и 80 равно.

(Вероятность выпадения a орлов и 80 орлов
 равно вероятности выпадения ~~(80-a)~~ ~~орлов~~ ^(80-a) ~~орлов~~ и
 80 орлов равна вероятн. вып. ~~(80-a)~~ ^(80-a) ~~орлов~~
 и 80 орлов) т.к. вер. вып. орла и решки
 равно

Каждому числу от 52 до 80 можно
 сопоставить число от 28 до 0 соответ-
 венно, тогда в разности $p - q$

соответствующие слагаемые (вер/52 + вер/53.
 + вер/50) - (вер/28 + вер/27. ... вер/03 + вер/29)

взаимно уничтожаются

останется 0 - вер. вып. 29

вероятность выпадения орла равно 29 раз
 равна

$$\frac{80!}{51! 2^{80}}$$

Ответ: $\frac{80!}{51! 2^{80}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$8^{\sqrt{\log_2 x}} - 2^{\sqrt{4 \log_2 x} + 3} + 21 \cdot x^{\sqrt{\log x^2}} \leq 18$$

$$1. \begin{cases} \log_2 x \geq 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{ОДЗ. } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \quad \underline{x > 1}$$

$$2. \quad x^{\sqrt{\log x^2}} = 2^{\log_2 x \cdot \sqrt{\log x^2}} = 2^{\log_2 x \cdot \sqrt{\log_2 x^2}} = 2^{\log_2 x \cdot \sqrt{\log_2 x}} = 2^{\sqrt{\log_2 x}}$$

$$8^{\sqrt{\log_2 x}} = 2^{3\sqrt{\log_2 x}}$$

$$2^{\sqrt{4 \log_2 x} + 3} = 8 \cdot 2^{2\sqrt{\log_2 x}}$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} = t, \quad \text{где } t > 0$$

$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 \leq 0.$$

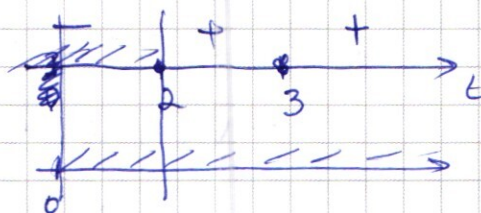
$$t_1 = 2$$

1	-8	21	-18
2	1	-6	9
			0

~~$t^2 - 6t + 9 = 0$~~
 ~~$(t-3)^2 = 0$~~

$$(t-2)(t-3)^2 \leq 0$$

$$\begin{cases} t > 0 \\ t \leq 2 \\ t = 3 \end{cases}$$



$$2^{\sqrt{\log_2 x}} > 0$$

верно, при $x > 1$ (0D3)

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 2$$

$$\sqrt{\log_2 x} \leq 1$$

$$\log_2 x \leq 1$$

$$x \leq 2$$

$$x \in (1; 2]$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 3$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 2^{\log_2 3}$$

$$\sqrt{\log_2 x} \leq \log_2 3$$

$$\log_2 x \leq \log_2 3 \cdot \log_2 3$$

~~$$2^{\log_2 x} \leq 2^{\log_2 3 \cdot \log_2 3}$$~~

$$2^{\log_2 x} \leq 2^{\log_2 3 \cdot \log_2 3}$$

$$x \leq 3^{\log_2 3}$$

$$\text{Ответ: } x \in (1; 2] \cup \{3^{\log_2 3}\}$$

$k=2$

$$\frac{-\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\cos 5x - \sin 5x \neq 0. \quad \text{тогда} \quad \cos 5x + \sin 5x \neq 0.$$

$$\tan 5x \neq \pm 1$$

$$5x \neq \pm \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x \neq \pm \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \cos 4x (\cos 5x + \sin 5x) + \sin 4x (\cos 5x - \sin 5x) &= \\ &= -\sqrt{2} (\cos 5x + \sin 5x)(\cos 5x - \sin 5x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x + \sin 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x &= \\ = -\sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x) \end{aligned}$$

$$\cos(9x) + \sin(9x) + \sqrt{2} \cos 10x = 0.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

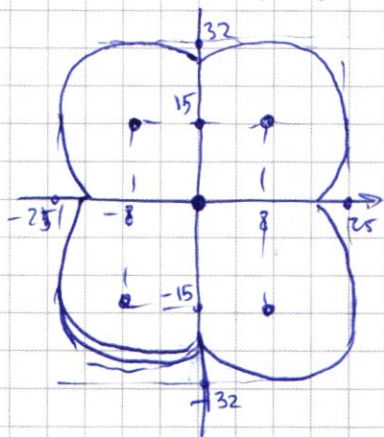
№5

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a} \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

Рассм. 2 ур. системы.

~~Снижаю~~ Снижаю модуль для каждой из 4 коорд. Четвертей, получим:

4 дуги окружности с центрами
(8; 15); (-8; 15); (8; -15); (-8; -15)
и радиусом 17



Также перх. точка (0; 0)

при $y - \sqrt{a} > 0$.

$$x = -y + 6$$

$$y = -x + 6$$

Эта прямая может иметь
пересеч. только с окруж.

с центром (-8; 15). Т.к. $y > 6$

$\Rightarrow y > 0$

Может иметь $\sqrt{4}$ решения

$$\cos 9x + \sin 9x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 9x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 9x \right) = \sqrt{2} \cos \left(9x - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sqrt{2} \cos \left(9x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 10x = 0.$$

$$2 \cos \frac{19x - \frac{\pi}{4}}{2} \cos \frac{x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0.$$

$$1) \cos \frac{19x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0.$$

$$\frac{19x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$19x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n$$

$$19x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

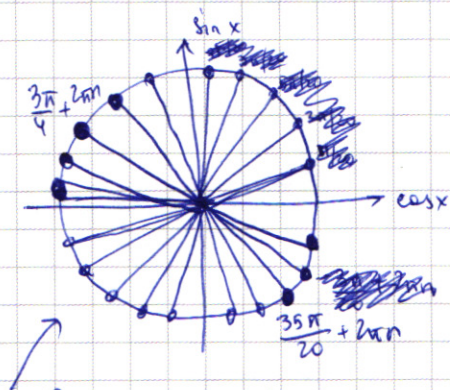
$$x = \frac{5\pi}{76} + \frac{2\pi n}{19}$$

$$2) \cos \frac{x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0.$$

$$\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$



Вокруг него по 19 точек. $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$ явл. вон. точкой, не подх.

$$\frac{5\pi}{76} + \frac{2\pi n}{19} \text{ при } n = 16 = \frac{133\pi}{76} = \frac{7\pi}{4} = \frac{35\pi}{20}$$

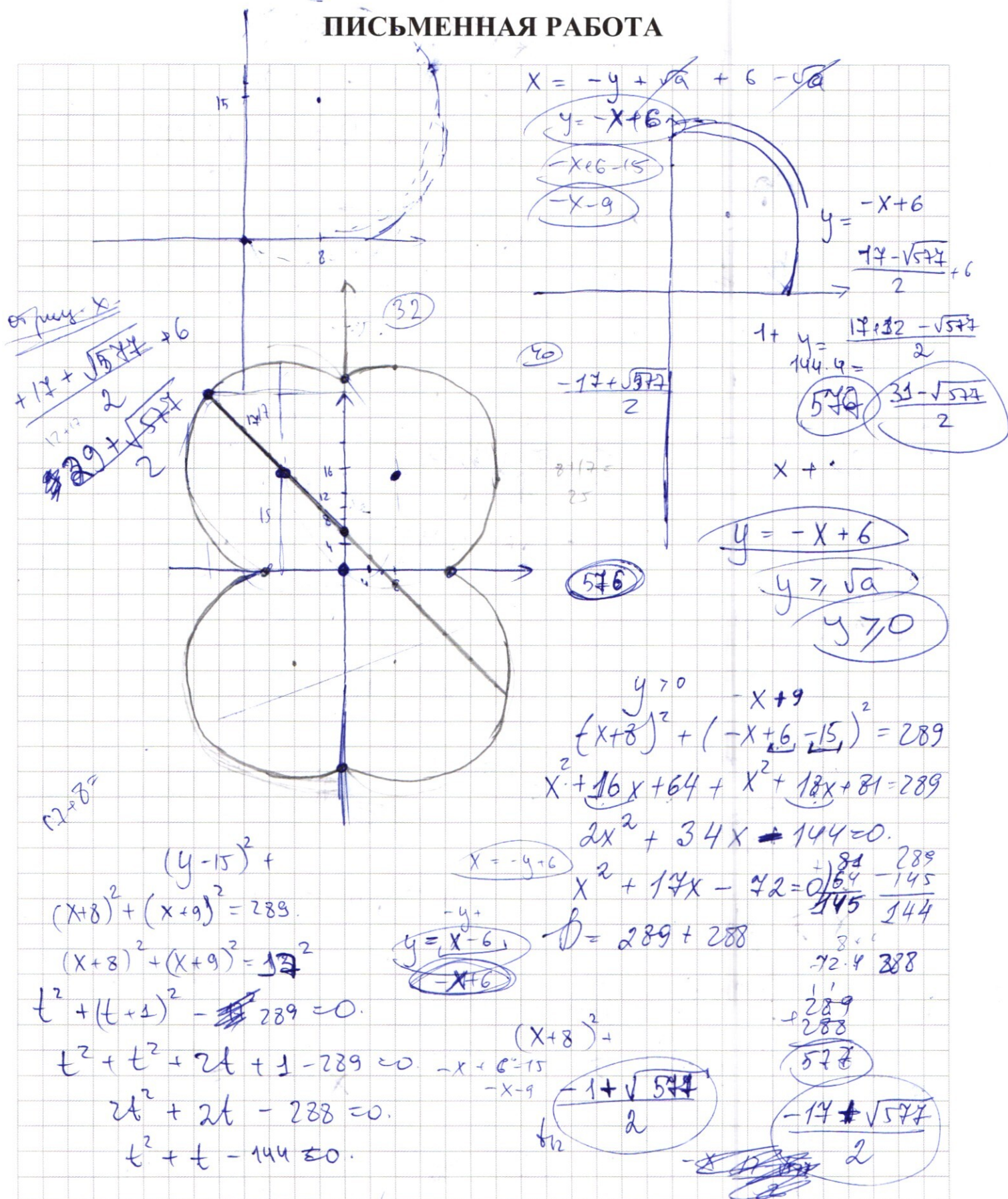
$$\Rightarrow n = 16 + 19k \text{ не подходит.}$$

(корень повторится через 19)

$$\text{Ответ: } x = \frac{5\pi}{76} + \frac{2\pi n}{19}, n \in \mathbb{Z},$$

$$n \neq 16 + 19k, k \in \mathbb{Z}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\alpha h - \alpha \leq \frac{x^h}{h} \log$$

$$\alpha h - \alpha \leq x^h \log - x^h \log$$

$$\alpha h - \alpha \leq x - x^h \log$$

$$\alpha h - x + \alpha \leq x^h \log$$

$$x \leq \alpha h + \alpha + h - h$$

$$\alpha h - x + h + \alpha \leq h$$

$$\alpha h - \alpha \leq h - h$$

~~$$\alpha h - \alpha \leq h - h$$~~

$$\alpha = h \cdot \ln y - f = (h) f$$

$$\frac{\alpha h - \alpha}{h}$$

$$\frac{x}{h}$$

$$f(h) = h - h = (h) f$$

$$\alpha h - \alpha \leq \alpha h - \alpha$$

$$\alpha h - \alpha \leq h - h$$

чистовик

$$\alpha = h \text{ мн}$$

$$x > 0$$

$$x \geq h$$

$$\alpha h - h + \alpha \leq h$$

$$h < x$$

$$x^h \log \leq \log x$$

$$x^h \log \leq h$$

чистовик

$$x^h \log \leq h$$

$$x^h$$

$$x^h$$

$$\alpha h - x + \alpha \leq h$$

$$x^h$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2^{\sqrt{4\log_2 x} + 3} =$$

$$8 \cdot 2^{\sqrt{4\log_2 x}} = 8 \cdot 2^{2\log_2 x} = 8t^2$$

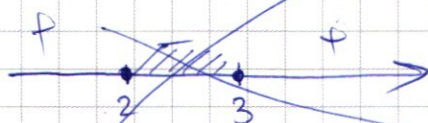
$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 = 0. \quad (2)$$

~~$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 = 0$$~~

~~$$1 - 8 + 21 - 18 \neq 0$$~~

~~$$8 - 32 + 42 - 18 = 50$$~~

3	-8	21	-18
2	1	-6	9
			0



$$\begin{cases} t \geq 2 \\ t \leq 3 \end{cases}$$

$$2^{\sqrt{4\log_2 x}} \leq 3$$

$$\sqrt{4\log_2 x} \leq \log_2 3$$

$$\log_2 x \leq \log_2^2 3$$

~~$$\log_2 x \leq \log_2 3 \cdot \log_2 3$$~~

~~$$\log_2 x \leq \log_2 3 \cdot \log_2 3$$~~

~~$$\log_2 x$$~~

$$2^{\sqrt{4\log_2 x}} \neq 2$$

$$\sqrt{4\log_2 x} \neq 1$$

$$\log_2 x \neq 1$$

~~$$x \neq 2$$~~

$$x \neq 2$$

$$\log_2 x \leq 1$$

$$x \leq 2$$

$$x \geq 1$$

$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$(t - 3)^2 = 0$$

$$t = 3$$

$$3^{\log_2 3}$$

$$\sqrt{a} > 0, t$$

$$x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}$$

$$x = -|y - t| + 6 - t$$

$$x = -y + \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a}$$

$$x = -y + 6$$

$$y = -x + 6$$

$$y - \sqrt{a} \geq 0$$

$$y \geq \sqrt{a}$$

$$y \geq \sqrt{a}$$

$$2) y \leq \sqrt{a}$$

$$x = y - \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a}$$

$$y = x + 2\sqrt{a} - 6$$

$$-x + 6 \geq \sqrt{a}$$

$$x \leq 6 - \sqrt{a}$$

$$y = -15$$

$$= \frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{02}{1}$$



черновик



чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} \log y &\geq 20 + x - 4^{20} \\ \log y &\leq \log_4 x \end{aligned}$$

$$y \leq \log_4 x$$

$$X \geq y$$

$\log_4 x >$

type sensor x

70

1

0.79

$$x = 4^y \rightarrow \log x.$$

$$y - 4^y \geq 70 - 4^{70}$$

$$y - y^y$$

$$1 - \ln y \cdot y^y, \quad y > 0$$

$y = 1$
 $n_f > 0$

Ln 3

$$y = e < 0.$$

$$1 - \ln 2 \cdot 4^e < 0$$

$$\frac{1}{2}$$

у от

30

when $y > 1$

ln y

$$y = e$$

$$1 = \ln y \cdot y^y$$

~~Chlorophyll a~~

$$y - 4^y \geq 20 - 4^{70}$$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

52 53

2 3 4 5 6 7 8 9 10

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9~~

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9 10~~

52

30 k

28

29

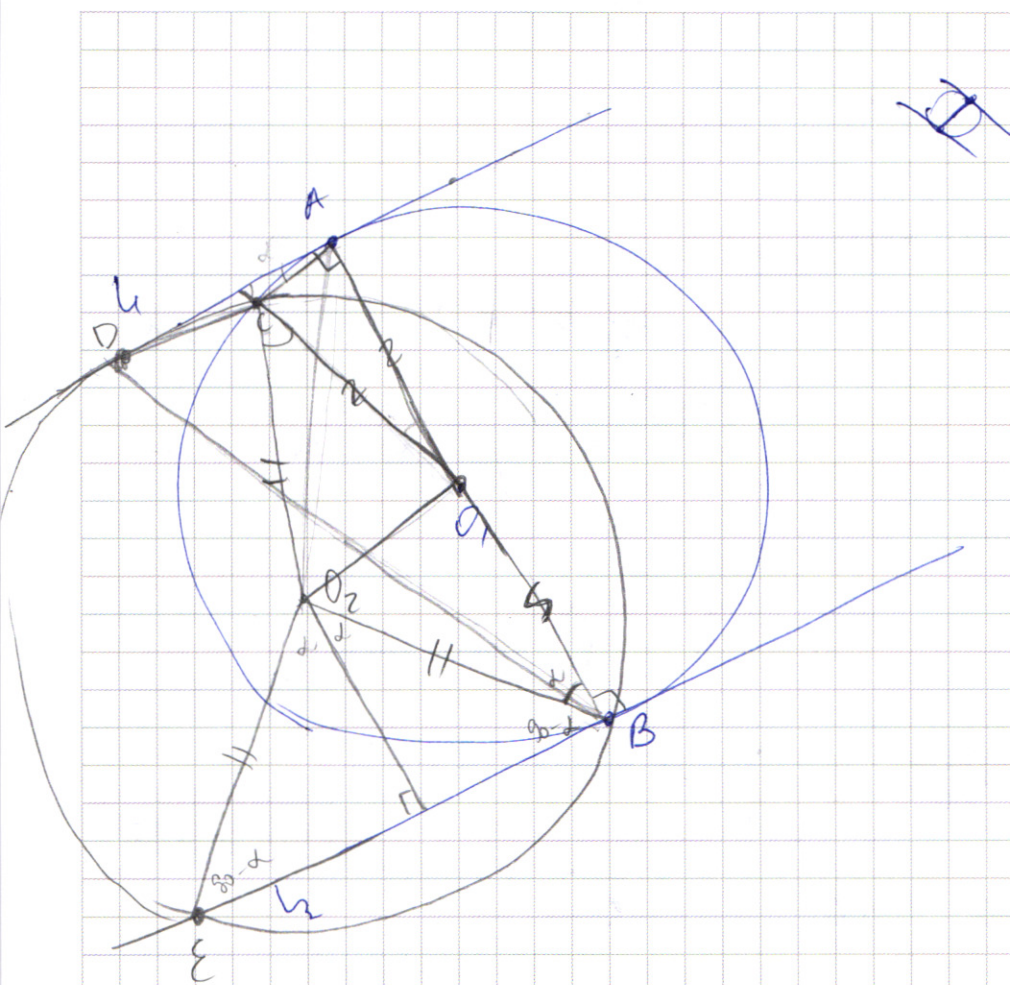
29

80

29 feb

не больше.

0. - - - 29



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

20 фаз.

р. $\text{ср.} > 51$ фаза

г. ~~фаз~~ не больше 29 фаз.

$\text{ср.} > 51$ фаза

51, 52, 53, 54, ..., 80

> 51

≤ 29

$\frac{52, 53}{80}$

$\frac{1}{80}$

ровно 2 фазы
из 80
 $\frac{1}{80}$

вер. орна 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ... 29

30 31 32 33 ... 51 52 53 54 ... 80

вер. какого из таких событий = $\frac{1}{80}$
1 бл. иск и 80 всего.

пор. усл. не > 29 фаз

1, 2, 3, ..., 29 = $29 \cdot \frac{1}{80}$

пор. усл. > 51 фаза.

52, 53, ..., 80 = $29 \cdot \frac{1}{80} \Rightarrow 0$

1 2 3 ...
 $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$

80

3 из 80

2 фазы из 80

$\frac{80 \cdot 49}{2} =$

1 фаза из 80

опен.

29 pag uy 80

$$\frac{80 \cdot 79 \cdot 78 \dots 52}{29!}$$

X pag uy y

80 баф. → 80 баф.

$$\frac{80}{280}$$

20 pag

$$= \frac{20}{280}$$

0.1 pag

$$\frac{80}{280}$$

=

~~20 pag~~

1 pag

$$\frac{1}{280}$$

79 pag

79 uy 80

$$\frac{80!}{79! \cdot 280}$$

$$\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 5x}{\sin 5x} = \pm 1$$

$$\tan 5x = \pm 1$$

$$5x = \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$5x = \pm \frac{\pi}{4} + \pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5}$$

$$\frac{\cos 4x (\cos 5x + \sin 5x) + \sin 4x (\cos 5x - \sin 5x)}{(\cos 5x - \sin 5x) (\cos 5x + \sin 5x)} = -\sqrt{2}$$

$$\cos 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x + \sin 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x =$$

$$-\sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos(4x + 5x) + \sin(5x + 4x) = -\sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos 9x + \sin 9x + \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

$$\cos 9x - \sin 9x = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 9x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 9x \right) =$$

$$\sqrt{2} \left(\cos \left(9x - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$\cos \left(9x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos 9x \cos \frac{\pi}{4} + \sin 9x \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sqrt{2} \cos \left(9x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 10x = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3^{\log_2 3} \cdot \sqrt{\log_3 \log_3 2^2} =$
 $3^{\log_2 3} \cdot \sqrt{\frac{1}{\log_2 3} \cdot \log_3 2^2}$
 $3^{\log_2 3} \cdot \log_3 2$
 $3^1 \cdot 2 = 6$

$57! \quad \frac{59 \cdot 80}{80 - 52 + 1} = 29$
 $0 \dots \leq 29 \dots$

$2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 3$
 $2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 2^{\log_2 3}$
 $\sqrt{\log_2 x} \leq \log_2 3$
 $\log_2 x \leq (\log_2 3)^2$
 $2^{\log_2 x} \leq 2^{\log_2 3 \cdot \log_2 3}$
 $x \leq 3^{\log_2 3}$

$8^{\sqrt{\log_2 3 \log_2 3}} =$
 $8^{\log_2 3 \cdot \log_2 3}$
 $(2^{\log_2 3})^3 = 27$

$x^{\sqrt{\log_2 x}} = 2^{\log_2 x \cdot \sqrt{\log_2 x}} = 2^{\log_2 x \cdot \sqrt{\log_2 x}}$

$8^{\sqrt{\log_2 x}} = t$
 $t^3 - 8t^2 + 21t - 18 \leq 0$
 $8 - 32 + 42 - 18 = 0$

1	-8	21	-18
2	1	-6	9

$t^2 - 6t + 9 = 0$
 $(t - 3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3$
 $t > 0$
 $2^{\sqrt{\log_2 x}} > 0$
 при любых x

$[1; 2] \cup \{3^{\log_2 3}\}$

$$\sqrt{\log_2 x} = \log_2 3$$

$$3^{\log_2 3}$$

x -

$$8^{\log_2 3}$$

$$8^{\log_2 3}$$

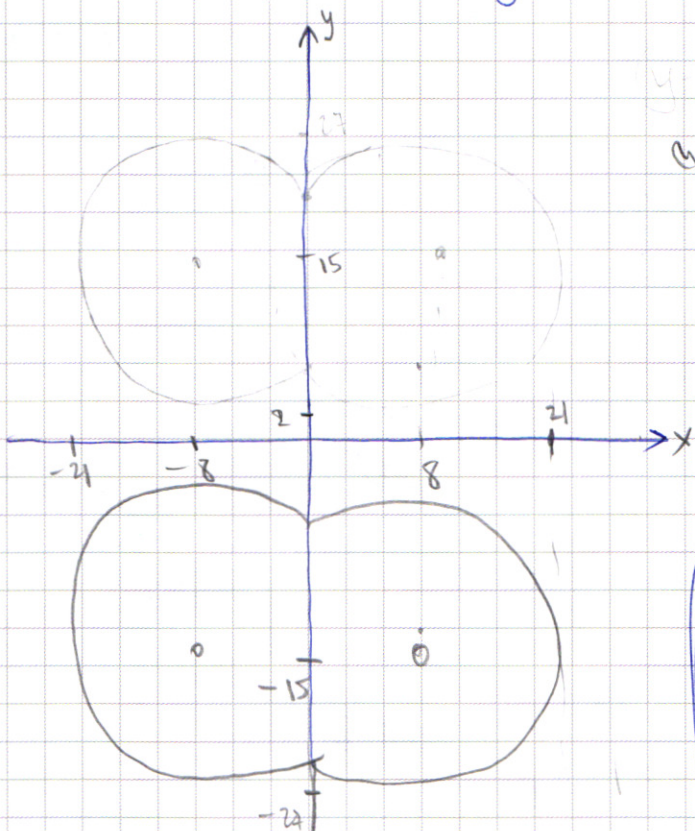
$$- 8 \cdot 2^{\frac{2}{\log_2 3}} +$$

$$-|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}$$

$$\frac{24 - 42 + 63 - 18}{90 - 90} = 0$$

$$a > 0$$

$$(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289$$



$$(y + 15)^2 + (x - 8)^2 = 289$$

$$(x - 8)^2 + (y - 15)^2 = 13^2$$

$$x < 0, y > 0$$

$$(-x - 8)^2 + (y - 15)^2 = 13^2$$

$$-x - 8$$

$$y > 0$$

$$x = 0$$

$$64 + (y - 15)^2 = 289$$

$$(y - 15)^2 = 225$$

$$(y - 15) = \pm 15$$

$$y = 0$$

$$a \leq \left(\frac{29 + \sqrt{5+4}}{2} \right)^2$$

$$(x - 8)^2 + (y - 15)^2 = 289$$

$$(x - 8)^2 + (y + 15)^2 = 289$$

$$(y - 15)^2 + (y + 15)^2 = 0$$

$$(y - 15 - y - 15)(y - 15 + y + 15)$$

$$y > \sqrt{a}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 10x = 0.$$

$$2 \cos \frac{19x - \pi/4}{2} \cos \frac{x + \pi/4}{2} = 0.$$

$$9x + 10x - \frac{\pi}{4} \quad 9x - \frac{\pi}{4}$$

$$\underline{10x - 9x + \frac{\pi}{4}}$$

$$\cos \frac{19x - \pi/4}{2} = 0.$$

$$\cos \frac{x + \pi/4}{2} = 0.$$

$$\frac{19x - \pi/4}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n.$$

$$\frac{x + \pi/4}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$19x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n$$

$$19x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{19} + \frac{2\pi n}{19}$$

$$x = \frac{5\pi}{19} + \frac{2\pi n}{19}$$

$$\frac{5\pi}{19} + \frac{2\pi n}{19}$$

$$\frac{5\pi}{19} + \frac{2\pi n}{19} = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \quad (19 \cdot 5)$$

$$25\pi + 40\pi n = 19\pi + 46\pi n$$

$$6\pi = 36\pi n \quad n \notin \mathbb{Z}$$

$$n = \frac{6\pi}{36\pi} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{не цел.}$$

$$25\pi + 40\pi n = -19\pi + 46\pi n$$

$$44\pi = 36\pi n \quad n \notin \mathbb{Z}$$

$$\frac{3\pi}{4} + 2\pi n = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} \quad (1 \cdot 20)$$

$$14\pi = 36\pi n$$

$$15\pi + 40\pi n = \pi + 4\pi n$$

$$n \notin \mathbb{Z}$$

$$\frac{5\pi}{76} + \frac{2\pi n}{19} = \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5} \quad (76 \cdot 5)$$

$$25\pi + 40\pi n = 19\pi + 76\pi k$$

$$6\pi = 76\pi k - 40\pi n \quad \Rightarrow 81 - 8 \cdot 12 + 21 \cdot 3 - 18 \cdot 2 = 3 \log_3 3 - 2 \log_3 3$$

$$3\pi = 38\pi k - 20\pi n$$

$$3 = 38k - 20n \quad \text{при } k, n \in \mathbb{Z}$$

нечет

чет

$$44\pi = 46\pi k - 40\pi n$$

$$22 = 38k - 20n$$

$$11 = 19k - 10n$$

$$3 \geq$$

$$n = -3$$

$$k = -1$$

$$+30 - 19 = 11$$

$$\frac{5\pi}{76} - \frac{6\pi}{19} = \frac{5\pi}{76} - \frac{24\pi}{76} = \frac{-19\pi}{76} = -\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{5\pi}{76} - \frac{6\pi}{19} = \frac{5\pi}{76} - \frac{24\pi}{76} = \frac{-19\pi}{76} = -\frac{\pi}{4}$$

$$321$$

$$\frac{6\pi}{76} - \frac{2\pi}{19} = \frac{6\pi}{76} - \frac{8\pi}{76} = \frac{-2\pi}{76} = -\frac{\pi}{38}$$

$$-\frac{19}{76} = -\frac{\pi}{4}$$

$$8 \log_3 3 - 2 \log_3 3 = 6 \log_3 3 = 6$$

$$[2; 3 \log_3 3]$$

$$= \frac{3 \log_3 3}{4}$$

$$X \leq 3 \log_3 3$$

$$3 \log_3 3 - \frac{1}{3} \log_3 3 = \frac{8}{3} \log_3 3$$

$$2 \log_3 3 \cdot \log_3 3 = 2 \log_3 9 = 4$$

$$\log_3^2 X \leq \log_3^2 3$$

$$X \leq 3 \log_3 3$$

$$2 \log_3^2 X \leq 2 \log_3^2 3$$

$$\log_3^2 X \leq \log_3^2 3$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 9x + \sin 9x + \sqrt{2} \cos 10x = 0.$$

$$\cos 9x + \sin 9x + \sqrt{2} (\cos 9x \cos x - \sqrt{2} \sin 9x \sin x) = 0.$$

$$\sqrt{2} \cos \left(9x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos 10x = 0.$$

$$2 \cos \left(\frac{19x - \frac{\pi}{4}}{2} \right) \cos \left(\frac{x + \frac{\pi}{4}}{2} \right) = 0$$

$$19x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi n$$

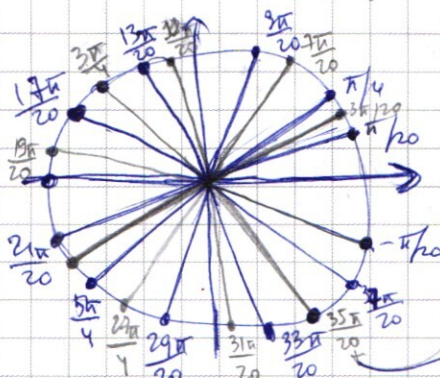
$$19x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{4 \cdot 19} + \frac{2\pi n}{19}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

или $\cos x = 0$

$$\text{при } k = \frac{5\pi}{4 \cdot 19}$$



$$\frac{\pi}{20} + \frac{4\pi}{20} + \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{5} = \pi$$

$$\frac{5\pi}{20} = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{20} + \frac{4\pi}{20} = \frac{8\pi}{20} + \frac{4\pi}{20} = \frac{12\pi}{20} = \frac{3\pi}{5}$$

$$\frac{35\pi}{20} = \frac{\pi}{2} + \frac{9\pi}{20}$$

пересеч. на 1 круг

$$2\pi \geq \frac{5\pi}{46} + \frac{2\pi n}{19} \geq 0$$

$$152\pi \geq 5\pi + 8\pi n \geq 0$$

$$147\pi \geq 8\pi n \geq 0$$

$$18 \approx 14.4$$

$$n = 8$$

$$\frac{-\pi}{20} + \frac{133\pi}{190} = \frac{126\pi}{190}$$

$$\frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

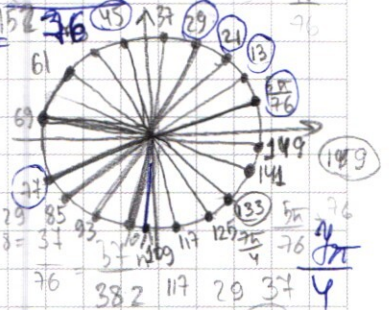
$$\frac{5\pi}{76} + \frac{2\pi n}{19} = \frac{5\pi + 8\pi n}{76}$$

$$5\pi + 8 \cdot 18 = 149\pi$$

$$128 + 5 = 133$$

$$\frac{133}{76} = \frac{133}{19 \cdot 4} = \frac{133}{76}$$

$$\frac{133\pi}{76} = \frac{133\pi}{19 \cdot 4} = \frac{133\pi}{76}$$



$$19 \cdot 2 = 38 \cdot 2 = 76$$

$$\frac{101}{76} = \frac{101}{76}$$

$$\frac{109}{76} = \frac{109}{76}$$

$$\frac{109}{76} = \frac{109}{76}$$

$$\frac{109}{76} = \frac{109}{76}$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} - 2^{\sqrt[4]{\log_2 x}} + 3 + 21 \cdot x^{\sqrt{\log_x 2}} \leq 18$$

$$\log_2 x \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$\log_x 2 \geq 0$$

$$x \neq 1$$

$$x > 0$$

$$\log_x 2 - \log_x 1 \geq 0$$

$$(x-1) \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$x > 1$$

$$2^{3\sqrt{\log_2 x}} - 2^{2\sqrt{\log_2 x}} \cdot 8 + 3 \cdot 1 = 0$$

$$x^{\sqrt{\log_x 2}} = x^{\sqrt{\frac{1}{\log_2 x}}}$$

$$x^{\sqrt{\log_x 2}} = x^{(\log_2 x)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$x^{(\log_2 x)^{-\frac{1}{2}}} = x^{(\log_2 x)^{-\frac{1}{2}}}$$

$$x^{\sqrt{\log_x 2}}$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} = t$$

$$t \geq 0$$

$$x^{\sqrt{\frac{1}{\log_2 x}}}$$

$$= 2^{\log_2 x^{\sqrt{\frac{1}{\log_2 x}}}}$$

$$2^{\log_2 x \cdot \sqrt{\frac{1}{\log_2 x}}} = 18$$

$$(2^{\log_2 x})^{\sqrt{\frac{1}{\log_2 x}}}$$

$$\log_2 x \cdot \frac{1}{\sqrt{\log_2 x}} =$$

$$\frac{\sqrt{\log_2 x} \cdot \sqrt{\log_2 x}}{\sqrt{\log_2 x}} =$$

$$21 \cdot x^{\sqrt{\log_x 2}} =$$

$$21 \cdot 2^{\log_2 (x^{\sqrt{\log_x 2}})} =$$

$$21 \cdot 2^{\log_2 x \cdot \sqrt{\log_x 2}} =$$

$$21 \cdot 2^{\log_2 x \cdot \frac{1}{\sqrt{\log_2 x}}} =$$

$$21 \cdot 2^{\sqrt{\log_2 x}}$$

$$\sqrt{\log_2 x}$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} = t$$

$$t \geq 0$$

$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 \leq 0$$