

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 16

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 80 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет больше 51 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет не больше 29 раз. Найдите $p - q$
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt{4\log_2 x + 3} + 21 \cdot x^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 18$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 4, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 18$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 5. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 5$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 70 + x - 4^{70}, \\ y \leq \log_4 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. p -вероятность того, что орёл выпадет больше 51 раз
 q -вероятность того, что орёл выпадет не больше 29 раз.
 Т.к. вероятность выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы, то вероятность каждого из исходов с орлом такая же, что и с решкой. То есть вероятность выпадения орла x раз такая же, что и вероятность выпадения орла x раз решки $\Rightarrow$

Если p -вероятность того, что орёл выпадет больше 51 раз, то вероятность того, что решка выпадет больше 51 раз так же равна p , т.к. для решки и орла одинаковая вероятность выпадения при каждом броске.

Если q -вероятность того, что орёл выпадет не больше 29 раз, то это означает, что решка выпадет больше 50 раз, т.к. когда не выпадает орёл, выпадает решка. Если орёл выпал не более 29 раз, то решка за эти же 80 бросков выпала не менее 50 раз $\Rightarrow q = p$ -вероятность, что решка выпадет 50 раз. Всего есть

2-й вариант, из них в C_{80}^{50} исходов, где решка выпадет 51 раз $\Rightarrow$

$$p - q = -(q - p) = -\frac{C_{80}^{51}}{2^{80}} = -\frac{80!}{2^{80} \cdot 51! \cdot 29!}$$

Ответ: $-\frac{C_{80}^{51}}{2^{80}}$

$$2. \begin{aligned} 8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt{4\log_2 x + 3} + 21 \cdot x\sqrt{\log_2 x} &\leq 18 \rightarrow x=1, \text{ т.к. } \log_2 x \geq 0 \\ 2\sqrt[3]{\log_2 x} - 8 \cdot 2\sqrt{\log_2 x} + 21 \cdot 2\sqrt{\log_2 x} &\leq 18 \\ 2\sqrt[3]{\log_2 x} - 8 \cdot 2\sqrt{\log_2 x} + 21 \cdot 2\sqrt{\log_2 x} &\leq 18 \end{aligned}$$

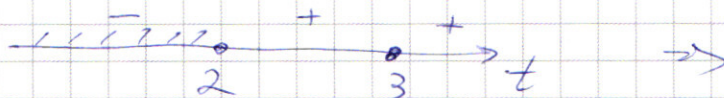
Пусть $t = 2\sqrt{\log_2 x} \rightarrow t \geq 0, \text{ т.к. } \log_2 x \geq 0$

$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 \leq 0$$

$$t^2(t-2) - 6t(t-2) + 9(t-2) \leq 0$$

$$(t-2)(t^2 - 6t + 9) \leq 0$$

$$(t-2)(t-3)^2 \leq 0$$



$$\begin{cases} t = 3 \\ t \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{\sqrt{\log_2 x}} = 3 \\ 2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{\log_2 x} = \log_2 3 \\ \sqrt{\log_2 x} \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 x = \log_2 3 \cdot \log_2 3 \\ 0 \leq \log_2 x \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3^{\log_2 3} \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}, \quad \begin{matrix} 3^{\log_2 3} > 0 \Rightarrow \\ \text{удовлет. усл.} \\ \log_2 x, \text{ где} \\ x > 0 \end{matrix}$$

$x \neq 1$, т.к. минимал $\log_x 2$ в условии

Ответ: $x \in (1; 2] \cup \{3^{\log_2 3}\}$

2. $\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$

$$\frac{\cos 4x \cos 5x + \cos 4x \sin 5x + \sin 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x}{\cos^2 5x - \sin^2 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 9x + \sin 9x}{\cos 10x} = -\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \cos 10x$$

$$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 10x = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - 9x\right) + \cos 10x = 0$$

$$\sin\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right) = 0$$

$$2 \sin\left(\frac{9x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} - 10x}{2}\right) \cos\left(\frac{9x + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + 10x}{2}\right) = 0$$

$$\sin\left(-\frac{x + \frac{3\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{19x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} -x + \frac{3\pi}{4} = 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{19x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{4} + \frac{2\pi m}{19}, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Но при каких-то x знаменатель может равняться нулю
 $\Rightarrow \begin{cases} \cos 5x - \sin 5x \neq 0 \\ \cos 5x + \sin 5x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4}) \neq 0 \\ \sqrt{2} \sin(5x + \frac{\pi}{4}) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow 5x \neq \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$x \neq \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

Дополним, что среди $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ и $\frac{5\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$
 нет $\pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$

$$\frac{3\pi}{4} + 2\pi n = \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{5}$$

$$15 + 40n = \pm 1 + 4k$$

$$60 + 40n = \pm 1 + 4k$$

$$(60 + 40n) : 4$$

$$(15 + 10n) : 1 \text{ при } k, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

нет решений в целых
числах $\Rightarrow$ нет решений

$$\frac{5\pi}{4} + 2\pi m = \pm \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{5}$$

$$25 + 40m = \pm 1 + 4k$$

$$100 + 160m = \pm 1 + 4k$$

$$(100 + 160m) : 4$$

$$(25 + 40m) : 1 \text{ при } k, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

нет решений в целых
числах $\Rightarrow$ нет решений

Ответ: $x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$

5. $\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a} \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 = 17^2 \end{cases}$, такое a , чтобы было 3 решения

Рассмотрим первое равенство: $x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}$

$$y \geq \sqrt{a} : x = -y + \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a} \Rightarrow y = 6 - x$$

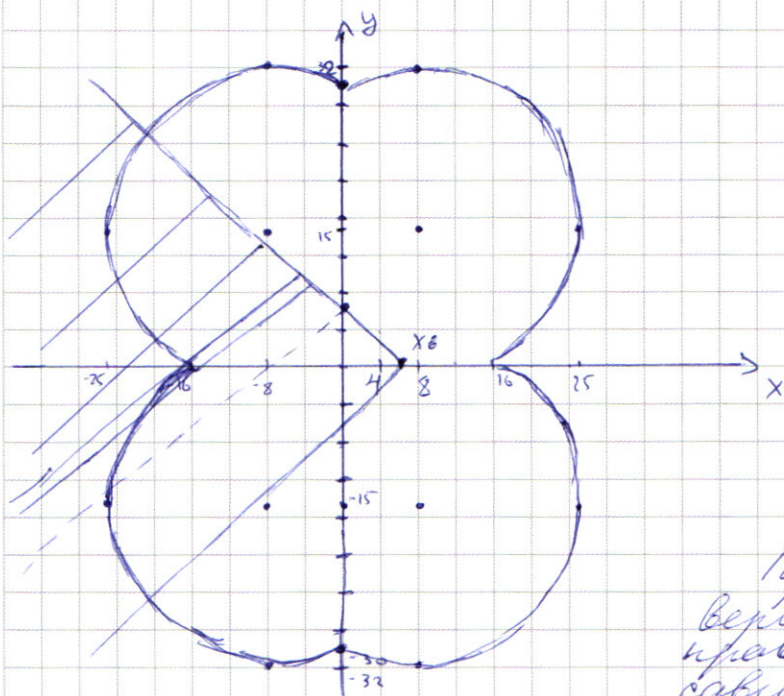
$$y < \sqrt{a} : x = -y - \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a} \Rightarrow y = x + 2\sqrt{a} - 6$$

$(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289$ - ~~эллипс~~ ^{окружность}, которая симметрична
относительно осей Ox и Oy . В центре которой лежат
эти две окружности с радиусом в 17 и центром в $(8, 15)$
Найдем где она пересекется Ox и Oy

$$x = 0 \Rightarrow 64 + y^2 - 30|y| + 225 = 289 \Rightarrow y^2 - 30|y| = 0 \Rightarrow y = \pm 30$$

$$y = 0 \Rightarrow x^2 - 16|x| + 64 + 225 = 289 \Rightarrow x^2 - 16|x| = 0 \Rightarrow x = \pm 16$$

Построим график первого и второго неравенств.



Есть уравнение при
 $y > \sqrt{a}$ $y = 6 - x$
 $y \leq \sqrt{a}$ $y = x + 2\sqrt{a} - 6$
 они задают фигуру
 вертикальной галочки
 $\rightarrow$ x_0 вершина
 это галочки точка
 $(6 - \sqrt{a}; \sqrt{a}) \Rightarrow$
 самое правое положение
 галочки это когда
 $\sqrt{a} = 0 \Rightarrow$

$x_0(6; 0)$
 При увеличении a
 вершина галочки (самое
 правое значение) будет
 сдвигаться вверх и влево,
 т.к. $6 - \sqrt{a}$ будет уменьш., а
 $\sqrt{a}$ возрастать.

Прямая $y = 6 - x$ будет сдвигаться вверх и
 прямая $y = x + 2\sqrt{a} - 6$ тоже будет сдвигаться
 вверх

При $a = 36$ $x_0(0; 6)$. Стоит отметить что
 $y = 6 - x$ не зависит от $a \Rightarrow$ не будет сдвигаться
 $\rightarrow$ на прямую пересек. фигуру второго графика
 Второе уравнение максимум в 1 точке до
 момента пока вершина галочки не выйдет за
 график второго уравнения. $\rightarrow$

Чтобы было три решения необходимо тогда, чтобы
 прямая $y = x + 2\sqrt{a} - 6$ при $y \leq \sqrt{a}$ пересекла график
 второго уравнения в двух точках.

Вершина галочки лежит на $y = 6 - x \Rightarrow$ можно заметить,
 что пересекать может быть от 1 до 3 графиков

$y = x - 2\sqrt{a} - 6$ при $y \leq \sqrt{a}$ график второго уравнения.

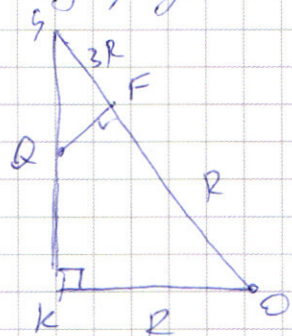
Если надо 3 решения, а $y = 6 - x$ может пересек. график
 второго уравнения в 0 или 1 точке, то $y = x + 2\sqrt{a} - 6$
 при $y \leq \sqrt{a}$ должно пересек. график уравнения в

3 или 2 точках соответственно. Но у нас построили
 видно, что когда $6 - x$ или $y > \sqrt{a}$ перестает пересекать
 график второго уравнения, то $y = x + 2\sqrt{a} - 6$ никак

не может пересечь его в 3 точках $\Rightarrow$ Надо найти
 когда $y = x + 2\sqrt{a} - 6$ при $y \leq \sqrt{a}$ пересекать график второго
 уравнения в двух точках

Операции из точек K, L, M перпендикулярны на SO тогда, как $OK \perp SA$, $OL \perp SB$ и $OM \perp SC$, то по теореме о 3-х перпендикулярах получаем, что $LM \perp SO$

Изобразим часть всего рисунка. Факта сферы, центр которой O , радиус R — радиус сферы $\Rightarrow KO = OF = R \Rightarrow$



$$\cos \angle KSO = \frac{\sqrt{5}}{4}, \text{ то } \sin \angle KSO = \frac{1}{4}, \text{ т.к.}$$

$\angle KSO < 90^\circ$, т.к. $\angle SLO = 90^\circ$, т.к. сфера касается SA в точке $K \Rightarrow$

$$SO = \frac{KO}{\sin \angle KSO} = 4R \Rightarrow SF = SO - FO = 3R$$

Опустим из K, L, M перпендикуляры на SO они образуют плоскость, параллельную сечению, т.к. все три перпендикуляра перпендикулярны $SO \Rightarrow$ эти перпендикуляры вместе с сечением в S и если $SK = SL = SM$, то $SQ = SD = ST \Rightarrow$ точки Q, D, T равноудалены от $S \Rightarrow$

$$\Delta QDT \sim \Delta KLM \text{ с } k = \frac{SQ}{SK} = \frac{SF}{\cos \angle KSO \cdot SO \cdot \cos \angle KSO} = \frac{3R}{\frac{15}{16} \cdot 4R} = \frac{3 \cdot 16}{15 \cdot 4} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow S_{KLM} = \frac{S_{QDT}}{k^2} = \frac{4}{16/25} = \frac{25 \cdot 4}{16} = \frac{25}{4}$$

б) Если $(KLM) \parallel (ABC)$, то и $(ABC) \parallel (QDT)$

Плоскость (ABC) параллельна плоскости сечения $\Rightarrow SP$ содержит $O \Rightarrow SP = SO + OP = 5R \Rightarrow$

Есть отношение ρ между S где ΔQDT и $\Delta ABC \Rightarrow$

$$\Delta ABC \sim \Delta QDT \Rightarrow S_{ABC} = \frac{S_{QDT}}{k^2} = \frac{4 \cdot 25}{9} = \frac{100}{9}$$

$$SO = 18 = 4R \Rightarrow R = \frac{18}{4} \text{ — радиус сферы } \Rightarrow$$

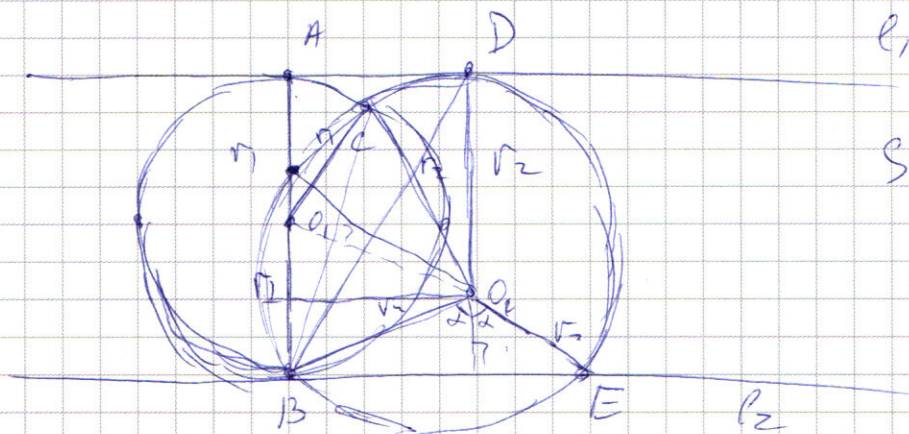
$$h = SP = 5R = 5 \cdot \frac{18}{4} = \frac{90}{4} = \frac{45}{2} \Rightarrow$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} h = \frac{1}{3} \cdot \frac{100}{9} \cdot \frac{45}{2} = \frac{50 \cdot 5}{3} = \frac{250}{3}$$

$$\text{Ответ: } S_{KLM} = \frac{25}{4}; V_{SABC} = \frac{250}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

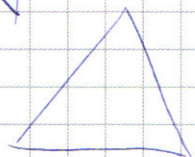
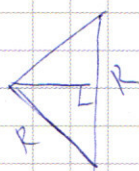
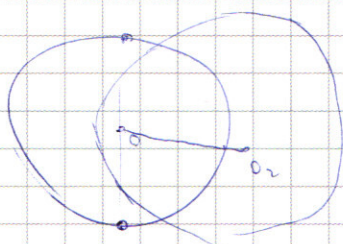
$SK = 4R \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} = R \cdot \sqrt{15}$
 $SQ = \frac{3R \cdot 4}{\sqrt{15}} = \frac{12R}{\sqrt{15}} = \frac{12R\sqrt{15}}{15}$
 $R = \frac{18}{4}$
 $h = \frac{18.5}{4}$
 $V = \frac{1}{3} h \cdot S$
 $= \frac{1}{3} \cdot \frac{18.5}{4} \cdot 4 \cdot \frac{9}{25} = \frac{18 \cdot 3}{5} = \frac{54}{5}$
 $\frac{529 - 34\sqrt{2}}{4} < \frac{579 - 51}{4} = \frac{528}{4} = 132$



$$S_{BO_2E} = \frac{(2r_1 - r_2)}{2}$$

$$O_1, O_2 = r$$

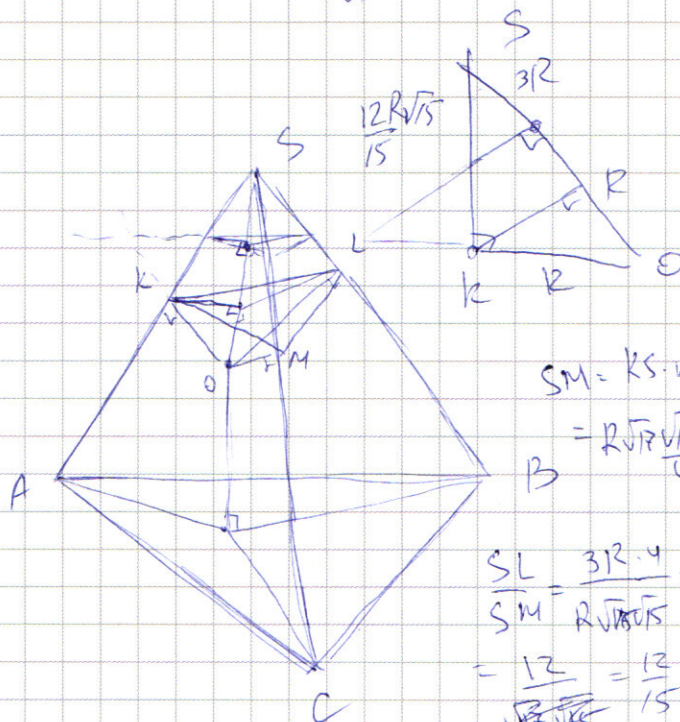
$$\sqrt{6R + R^2} = R\sqrt{5}$$



$$\frac{R\sqrt{7} \cdot R}{4R} = \frac{R\sqrt{7}}{4}$$

$$\frac{3R}{R \cdot 15} = \frac{12}{15} = \frac{3}{5}$$

$$4 \cdot \frac{9}{25} = \frac{36}{25}$$



$$SM = KS \cdot \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{R\sqrt{7}\sqrt{5}}{4}$$

$$\frac{SL}{SM} = \frac{3R \cdot 4}{R\sqrt{7}\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{7}\sqrt{5}} = \frac{12}{15} = \frac{3}{5}$$

$$SM = R\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{R \cdot 15}{4}$$



$$\frac{289}{128}$$

$$\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 4x}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(5x - \frac{\pi}{4})} + \frac{\sin 4x}{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(5x + \frac{\pi}{4})} = -\sqrt{2}$$

$$x^{\sqrt{\log_2 2}} = x^{\sqrt{\frac{1}{\log_2 x}}}$$

$$\frac{\sqrt{2} \cos 4x}{-2 \sin(5x - \frac{\pi}{4})}$$

$$8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt{4\log_2 x} + 3 + 21 \cdot x^{\sqrt{\log_2 2}} \leq 18$$

$$2^{3\sqrt{\log_2 x}} - 8 \cdot 2^{2\sqrt{\log_2 x}} + 21 \cdot x^{\sqrt{\log_2 2}} \leq 18$$

$$2^{2\sqrt{\log_2 x}} (2^{\sqrt{\log_2 x}} - 8)$$

$$\begin{aligned} 21 &= 7 \cdot 3 \\ 18 &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$2^{3\sqrt{\log_2 x}} - 2^{2\sqrt{\log_2 x}} \cdot 8 + 21 \cdot 2^{\sqrt{\log_2 x}} - 18 \leq 0$$

$$\begin{aligned} 2^{\log_2 x \sqrt{\log_2 2}} &= \\ &= 2^{\sqrt{\frac{\log_2^2 x}{\log_2 x}}} = 2^{\sqrt{\log_2 x}} \end{aligned}$$

$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 \leq 0$$

$$\begin{array}{r} t^3 - 8t^2 + 21t - 18 \\ - (t^3 - 2t^2) \\ \hline -6t^2 + 21t - 18 \\ - (-6t^2 + 12t) \\ \hline 9t - 18 \\ 9t - 18 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} t-2 \\ t^2 - 6t + 9 = (t-3)^2 \end{array}$$

$$8 - 32 + 42 - 18 = 0$$

$$(t-2)(t-3)^2 \leq 0$$

$$t \leq 2$$

$$t = 3$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} = 3 \Rightarrow \sqrt{\log_2 x} = \log_2 3$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 2^1$$

$$\sqrt{\log_2 x} \leq 1$$

$$0 \leq \log_2 x \leq 1$$

$$1 \leq x \leq 2$$

$$\log_2^2 x = \log_2 3 \cdot \log_2 3 \Rightarrow$$

$$x = 2^{\log_2 3 \log_2 3}$$

$$x = 3^{\log_2 3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(-6 + \sqrt{a} - 8)^2 + (\sqrt{a} - 15)^2 = 289$$

$$(\sqrt{a} - 14)^2 + (\sqrt{a} - 15)^2 = 289$$

$$a - 28\sqrt{a} + 196 + a - 30\sqrt{a} + 225 = 289$$

$$2a - 58\sqrt{a} = 64 - 196 = -132$$

$$a - 29\sqrt{a} = -66$$

$$29\sqrt{a} = a - 66$$

$$29^2 \cdot 84 + a = a^2 - 132a + 66^2$$

$$a^2 - 132a + 66^2 - 29^2 \cdot 84 = 0$$

$$x^2 - 16x + 64 + 225 = 289$$

$$x^2 - 16x = 0$$

$$x = 0 \quad x = 16$$

$$16^2 = 17^2 + 17^2 - 2 \cdot 17^2 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{17^2 + 17^2 - 16^2}{2 \cdot 17^2} = 1 - \frac{16^2}{2 \cdot 17^2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,707$$

$$15 + \frac{17\sqrt{2}}{2} = -8 - \frac{17\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{a} - 6$$

$$2\sqrt{a} = -1 + 17\sqrt{2}$$

$$\sqrt{a} = \frac{17\sqrt{2} - 1}{2}$$

$$a = \frac{578 - 34\sqrt{2} + 1}{2} = \frac{579 - 34\sqrt{2}}{2}$$

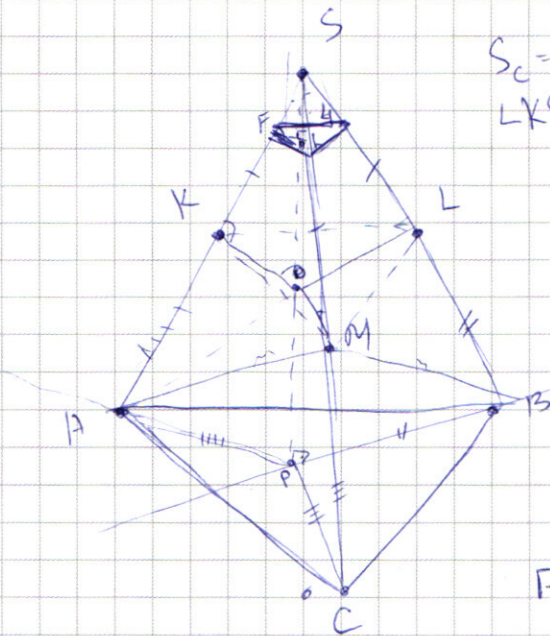
$$y = x + 2\sqrt{a} - 6$$

$$0 = -16 + 2\sqrt{a} - 6 = -22 + 2\sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} = 11 \Rightarrow a = 121$$

$$a = \left(15 - \frac{17\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(15 - 17\right)^2 = 4$$

$$a = 225 - \frac{30 \cdot 17}{\sqrt{2}} + \frac{17^2}{2} = 225 - 510\sqrt{2} + 289 = \frac{450 + 289 - 510\sqrt{2}}{2} = \frac{739 - 510\sqrt{2}}{2}$$



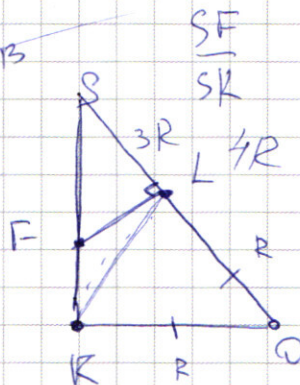
$$S_c = 4$$

$$\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$S_{KLM} = ?$$

$$\sqrt{1 - \frac{15}{16}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{SF}{SK} = \frac{SL}{SF} = \frac{SK}{SO} \Rightarrow$$



$$\sin KSO = \frac{1}{4}$$

$$SF = \frac{3R \cdot 4}{\sqrt{15}} = \frac{12R}{\sqrt{15}}$$

$$SK = \sqrt{16R^2 + R^2} = R\sqrt{17}$$

$$\frac{SF}{SK} = \frac{12R}{\sqrt{15} \cdot R\sqrt{17}} = \frac{12}{\sqrt{255}}$$

$$\frac{SO}{SF} = \frac{4R\sqrt{15}}{12R} = \frac{\sqrt{15}}{3} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$4 \cdot \frac{144}{1517} = \frac{4 \cdot 108}{5 \cdot 17} = \frac{192}{85}$$

$$S = 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3}$$

$$y \geq 70 + x - 1$$

$$y \in \log_4 x$$

$$y = \log_4 x$$

$$y^4 \leq x$$

$$4^y \leq x$$

$$y \in 70 + x - 1$$

$g - p =$ вероятность
когда введем st раз решим $\Rightarrow$

$$\frac{C_{80}^{50}}{2^{80}} =$$

$$79, 28 \text{ и } 11 \cdot 9$$

$$51, 52 \text{ и } 7 \cdot 9$$

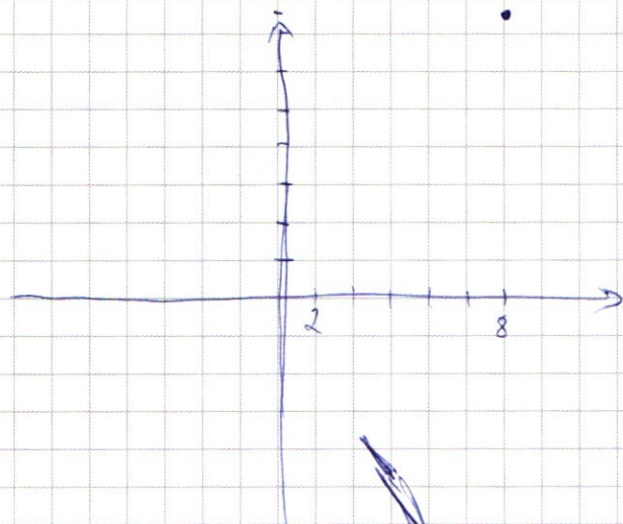
$$8 - 32 + 42 \leq 18$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}$$

$$(|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 = 17^2$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 17 \\ \hline 119 \\ + 17 \\ \hline 289 \end{array}$$

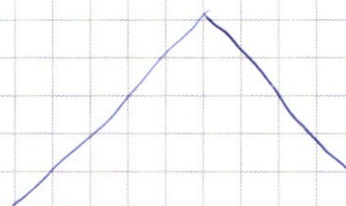
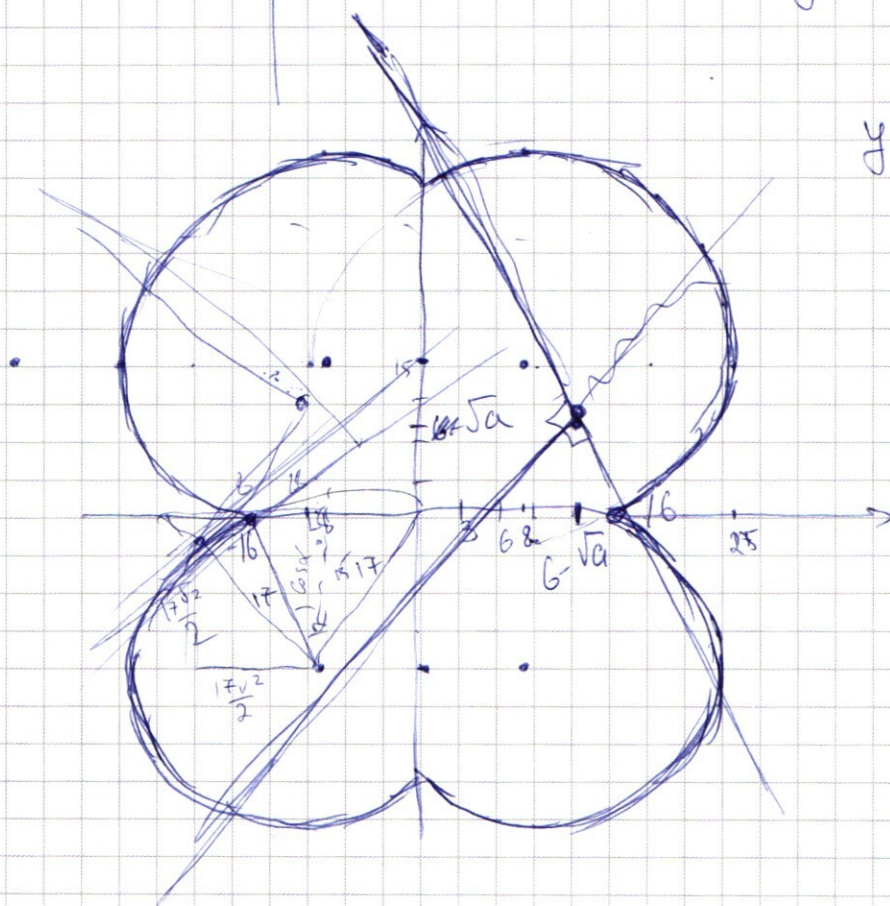


$$|y - \sqrt{a}| =$$

$$y \geq \sqrt{a} \quad x = -y + \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a} \\ y = 6 - x$$

$$y < \sqrt{a} \quad x = y - \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a} \rightarrow \\ y = x + 2\sqrt{a} - 6$$

$$y = \sqrt{a} \quad x = 6 - \sqrt{a}$$



$$x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}$$

$$64 + (|y| - 15)^2 = 289$$

$$y^2 - 30|y| + 225 + 64 = 289$$

$$y^2 - 30|y| = 0$$

$$y^2 = 30|y|$$

$$y = \pm 30$$

$$(-|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a} - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289$$

$$y \geq \sqrt{a}$$

$$(-y + \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a} - 8)^2 + (y - 15)^2 = 289$$

$$(-y - 2)^2 + (y - 15)^2 = 289$$

$$y^2 + 4y + 4 + y^2 - 30y + 225 = 289$$

$$y^2 - 26y - 60 = 0$$

$$60 = 15 \cdot 4 = 30 \cdot 2$$

$$D = 26^2 + 240$$

тут всегда два корня

$$0 \leq y \leq \sqrt{a}$$

$$27^2 - 26^2 = 27 + 26 = 53$$

$$53 + 55 + 57 + 59$$

$$110 \quad 114$$

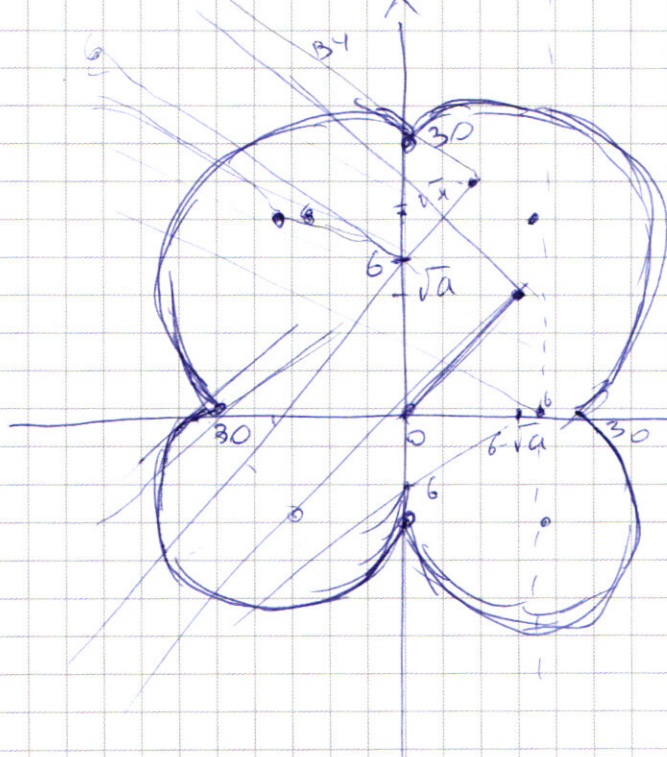
$$3^2 - 2^2 = (3 - 2)(3 + 2) = 5$$

$$2 \cdot x + 1$$

$$35^2 - 34^2 = (35 - 34)(35 + 34) = 69$$

$$69 + 71 + 73$$

$$0 \leq a \leq 36$$



тогда 2 корня

Всегда одно или тогда 1
х $\neq \sqrt{a}$ $y = \sqrt{a}$