

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО М

11 класс

ВАРИАНТ 15

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 110 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет не меньше 61 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет меньше 49 раз. Найдите $p - q$.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 14x}{\cos 5x - \sin 5x} - \frac{\sin 14x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $27\sqrt{\log_3 x} - 13 \cdot 3\sqrt{4\log_3 x} + 55 \cdot x\sqrt{\log_x 3} \leq 75$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 9, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{35}}{6}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 25$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} y = -|x - \sqrt{a}| + 2 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 4. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 4$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 110 + x - 5^{110}, \\ y \leq \log_5 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left\{ \begin{aligned} x &= \frac{5\pi}{76} + \frac{2\pi n}{9,5}, n \in \mathbb{Z} \\ x &= -\frac{3\pi}{76} + \frac{2\pi n}{9,5}, n \in \mathbb{Z} \\ x &= \frac{3\pi}{16} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x &= -\frac{5\pi}{16} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x &\neq \pm \frac{\pi}{20} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \log_a b &= c \\ \log_2 8 &= 3 \\ a^{\log_a b} &= b \\ \left(\frac{2^4}{3^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

знак
префикса

$$27 \sqrt{\log_3 x} - 13 \cdot 3^{\sqrt{4 \log_3 x}} + 55 x^{\sqrt{\log_3 x}} \leq 45$$

~~27~~ ~~3~~

1-13+55

$$3^{\sqrt{\log_3 x}} - 13 \cdot 3^{2\sqrt{\log_3 x}} + 55 x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} \leq 45$$

$$3^{2\sqrt{\log_3 x}} (3^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}})^{\frac{1}{2}} - 13 \cdot 3^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} + 55 \leq 45$$

$$\left(\frac{27}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} - 13 \cdot \left(\frac{9}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} + 55 \leq 45$$

$$\left(\frac{27}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} - 13 \cdot \left(\frac{9}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} + 55 \leq 45$$

$$\left(\frac{27}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} - 13 \cdot \left(\frac{9}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} + 55 \leq 45$$

$$\left(\frac{27}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} - 13 \cdot \left(\frac{9}{x}\right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} + 55 \leq 45$$

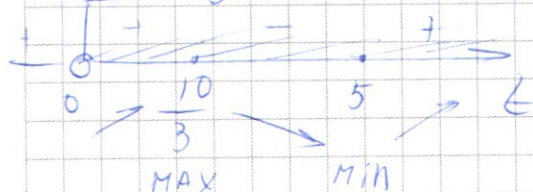
$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ + 52 \\ \hline 676 \\ - 660 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$f(t) = 3t^2 - 26t + 55 = 0$$

$$D = 26^2 - 4 \cdot 3 \cdot 55 = 16$$

$$t_1 = \frac{26 - 4}{6} = \frac{10}{3}$$

$$t_2 = 5$$



Пусть $t = x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}$, $t > 0$

$$t^2 - 13t + 55 \leq \frac{45}{t}$$

$$t^3 - 13t^2 + 55t - 45 \leq 0$$

$$t^3 - 13t^2 + 55t - 45 \leq 0$$

$$t^3 - 13t^2 + 55t - 45 \leq 0$$

$$t^3 - 13t^2 + 55t - 45 \leq 0$$

$$t = 3$$

13.03.21
18.03.21
18

2)

$t=5$

$x \sqrt{\log_3 x} = 5$

$\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}} = \log_x 5$

~~$\sqrt{\log_3 x}$~~

$\sqrt{\log_3 x} = \log_x 5$

1) $\log_x 5 \geq 0$

$\log_x 3 \neq \log_x 25$

$\log_x 3 = \log_x 25$

$\log_x \left(\frac{3}{25}\right) = 0$

решений нет

2) $\log_x 5 < 0$

$\log_x 3 \geq 0$

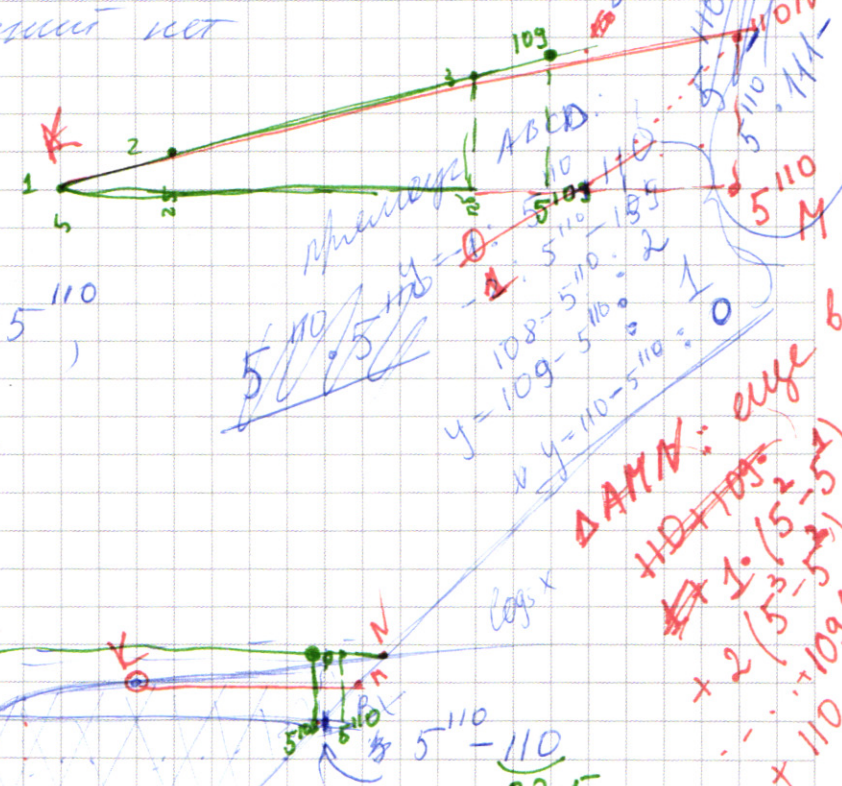
$x + 110 - 5^{110} =$

$$= \frac{5^{110} - 1}{2} + \frac{5^{110} - 1}{2} = 5^{110} - 1$$

~~10~~

(x; y)

$$\begin{cases} y \geq 110 + x - 5^{110} \\ y \leq \log_5 x \end{cases}$$



$109 - 5^{110} = 108 - 5^{110} + 107 - 5^{110} + 106 - 5^{110}$

$5^{109} < 5^{110} - 110 < 5^{110}$

$\log_3 \log_5 \leq \log_3 3$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$0 \geq 61$
 $P < 49$

$0 < P < 1$
 $P = 0$
 $P = 1$

2^{110} - var.
 $P = 61 \text{ / } 62$

55
 ≥ 2

$P = \frac{2^{110}}{2} + \frac{110!}{109!} + \frac{110!}{108!} + \dots + \frac{110!}{61!}$

$48 \ 62$
 $49 \ 61 - \frac{110!}{61!}$

$56: \ 110$
 $54: + 110 \cdot 109$
 $58: + 110 \cdot 109 \cdot 108$
 $59: + 110! - 107!$
 $60: + 110! - 106!$
 $61: + 110! - 105!$
 $5 \cdot 110! - 109! - 108!$

$\frac{55!}{54!}$
 $\frac{110!}{106!}$
 $\frac{110!}{108!}$
 $\frac{55!}{49!}$

$P = \frac{2^{110}}{2} - \left(\frac{55!}{54!} + \dots + \frac{55!}{49!} \right)$

$q = \frac{2^{110}}{2} + \left(\frac{55!}{54!} + \dots + \frac{55!}{49!} \right)$

$P - q = 0$

$1 - q^x$

$\frac{110!}{109!} + \frac{110!}{108!} + \frac{110!}{107!} + \dots + \frac{110!}{62!} \leq 49$

$q = \frac{110!}{109!} + \frac{110!}{62!}$

$P = \frac{2^{110}}{2} + \left(\frac{110!}{109!} + \dots + \frac{110!}{62!} \right) + \frac{110!}{61!}$

$P - q = \frac{2^{110}}{2} + q + \frac{110!}{2^{110} \cdot 61!} - q = \frac{2^{110}}{2} + \frac{110!}{2^{110} \cdot 61!}$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\frac{\cos 14x}{\cos 5x - \sin 5x} - \frac{\sin 14x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 14x}{\cos 7x \cdot \cos 2x + \sin 7x \cdot \sin 2x} - \frac{\sin 14x}{\sin 7x \cdot \cos 2x + \cos 7x \cdot \sin 2x} =$$

$$= \frac{\cos 2x(\cos 7x - \sin 7x) + \sin 2x(\sin 7x + \cos 7x)}{2 \cos 7x \cdot \sin 7x}$$

$$\frac{\cos \frac{\pi}{4} \cos 14x}{\cos 10x} - \frac{\sin \frac{\pi}{4} \sin 14x}{\cos 10x} = -1$$

$$\frac{\cos 14x \cdot \cos 5x + \cos 14x \cdot \sin 5x - \sin 14x \cdot \cos 5x + \sin 14x \cdot \sin 5x}{\cos^2 5x - \sin^2 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 9x + \sin(5x - 14x)}{\cos 10x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 9x + \sin 9x}{\cos 10x} = -\sqrt{2}$$

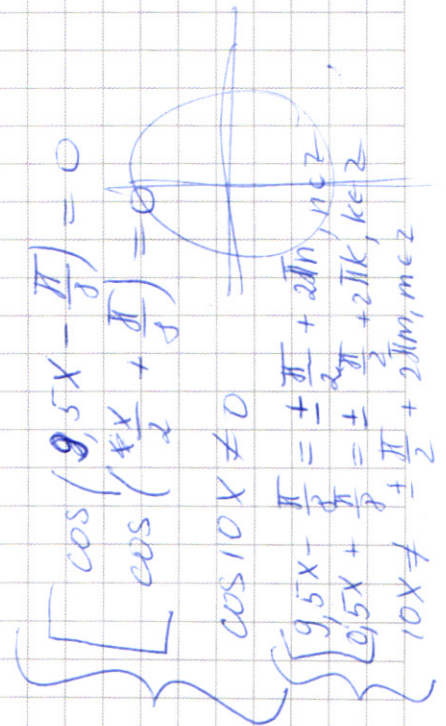
$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 9x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 9x\right)}{\cos 10x} = 1$$

$$\frac{\left(\cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 9x + \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 9x\right)}{\cos 10x} = 1$$

$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - 9x\right)}{\cos 10x} = 1$$

$$\frac{\cos\left(9x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos 10x}{\cos 10x} = 0$$

$$\frac{2 \cdot \cos\left(\frac{19x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)}{\cos 10x} = 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

p - вероятность, что орёл выпадет 61 раз или
 q - вероятность, что орёл выпадет ^{больше} строго
меньше 49 раз

Всего вариантов развития событий ¹¹⁰ 2
(110 флосков, может выпасть орёл/решка)

Бинарных вариантов при выпадении
орла меньше 49 раз:

$$\begin{aligned} & C_{110}^{110-1} + C_{110}^{110-2} + C_{110}^{110-3} + C_{110}^{110-4} + \dots + C_{110}^{110-48} = \\ & = C_{110}^{109} + C_{110}^{108} + C_{110}^{107} + C_{110}^{106} + \dots + C_{110}^{62} = \\ & \text{вариантов, что выпадет всего 1 орёл} \quad \text{вариантов, что выпадет всего 3 орла} \quad \text{вариантов, что выпадет 48 орлов} \\ & = \frac{110!}{109!} + \frac{110!}{108!} + \frac{110!}{107!} + \frac{110!}{106!} + \dots + \frac{110!}{62!} = A \\ & q = \frac{A}{2^{110}} \end{aligned}$$

Заметим, что вероятность того, что
решка выпадет меньше 49 раз,
тоже равна q , т.к. вероятности
выпадения орла и решки в каждом
флоске одинаковы.

И.е. бинарных вариантов при
выпадении орла не меньше 61 раза:
число A + случай, когда 61-орёл
и 49-решка

$$B = C_{110}^{110-49} = C_{110}^{61} = \frac{110!}{61!}$$

$$p = \frac{A+B}{2^{110}} = q + \frac{B}{2^{110}}$$

$$p - q = q + \frac{B}{2^{110}} - q = \frac{B}{2^{110}} = \frac{110!}{2^{110} \cdot 61!}$$

Ответ: $p - q = \frac{110!}{2^{110} \cdot 61!}$

$$\frac{\cos 14x}{\cos 5x - \sin 5x} - \frac{\sin 14x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 14x \cdot \cos 5x + \cos 14x \cdot \sin 5x - \sin 14x \cdot \cos 5x + \sin 14x \cdot \sin 5x}{(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{(\cos 14x - \cos 5x + \sin 14x \cdot \sin 5x) - (\sin 14x \cdot \cos 5x - \cos 14x \cdot \sin 5x)}{\cos^2 5x - \sin^2 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos(14x - 5x) - \sin(14x - 5x)}{\cos 10x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 9x - \sin 9x}{\cos 10x} = -\sqrt{2} \quad / : (-\sqrt{2})$$

$$\frac{-\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos 9x - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 9x\right)}{\cos 10x} = 1$$

$$\frac{-\left(\cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos 9x - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \sin 9x\right)}{\cos 10x} = 1$$

$$\frac{-\cos\left(9x + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos 10x} - 1 = 0$$

$$\frac{\cos\left(9x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos 10x}{\cos 10x} = 0$$

$$\begin{cases} 2 \cos\left(\frac{19x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0, \\ \cos 10x \neq 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{1000}{27} - \frac{1300}{9} + \frac{550}{3} - 75 \leq 0$$

$$125 - 325 + 1000 - 3900 + 4950 - 1825$$

$$27 \leq 0$$

$$\frac{225}{27} \leq 0 - \text{Нет.}$$

$$27 - \frac{13 \cdot 9}{117} + 165 - 75 \leq 0$$

$$-90 + 90 \leq 0$$

$$t^3 - 13t^2 + 55t - 75 \leq 0$$

$$t^3 - 3t^2$$

$$-10t^2 + 55t$$

$$-10t^2 + 30t$$

$$25t - 45$$

$$(t-3)(t-5)^2 \leq 0$$

$$0 \quad 3 \quad 5 \quad t$$

1) $t \in (0; 3]$
 2) $t = 5$
 1) $0 < t \leq 3$

$x \sqrt{\log_3 x} > 0$ - всегда, т.к. $x > 0$
 $x \sqrt{\log_3 x} \leq 3$
 $\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}} \leq \log_3 3$
 $0 < \frac{1}{\sqrt{\log_3 x}} \leq \log_3 3$
 $\frac{1}{\sqrt{m}} \leq m$
 $m \sqrt{m} - 1 \geq 0$
 $m^3 \geq 1$
 $m \geq 1$

$\frac{1}{m} \leq \frac{1}{m^2}$
 $\frac{1-m}{m^2} \geq 0$
 $m \leq 1$

$\frac{1}{m} \leq m^2$
 $m^3 - 1 \geq 0$
 $(m-1)(m^2 + m + 1) \geq 0$
 $m \geq 1$

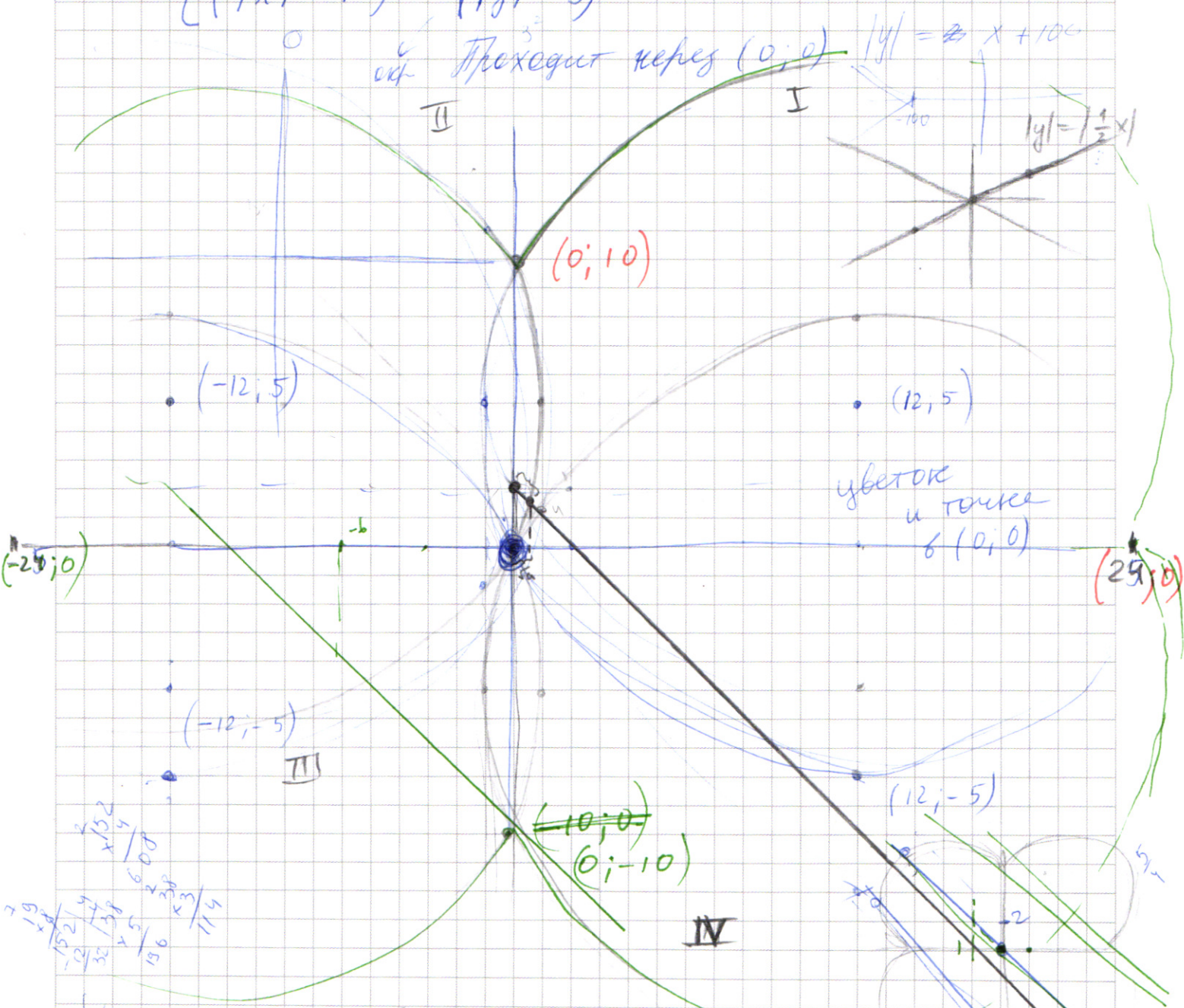
$x \leq 3$
 $x > 0$
 $x \neq 1$

121. $(y-5)^2 = 48 = 16 \cdot 3$
 $y-5 = \pm 4\sqrt{3}$

$$\begin{cases} y = -|x - \sqrt{a}| + 2 - \sqrt{a} \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169 \end{cases}$$

спеш-?

окр. Проходят через (0;0)



Handwritten calculations for the intersection of the circle and the V-curve in the third quadrant:

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 12 \\ \hline 228 \\ 152 \\ \hline 2300 \\ \times 152 \\ \hline 3456 \\ \times 152 \\ \hline 3456 \\ \times 152 \\ \hline 3456 \\ \times 152 \\ \hline 3456 \\ \times 152 \\ \hline 3456 \end{array}$$

$a \geq 0$
 $x_{\min} = 0$
 1) $x \geq \sqrt{a}$
 $y = -x + 2$
 $y \geq 2$

~~НЕ~~ $x < 0$
 2) $x < -\sqrt{a}$
 $y = x - 2\sqrt{a} + 2$

3)
 $0 = -2\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 2$
 $12 = 1 - \sqrt{a}$
 $\sqrt{a} \neq -11$

② $-10 = -2\sqrt{a} + 2$
 $\sqrt{a} = 6$
 $a = 36$
 $x < -6$

① $2 - 2\sqrt{a} = 0$
 $a = 1$
 ② $0 = -10 - 2\sqrt{a} + 2$
 $5 = 1 - \sqrt{a}$
 $\sqrt{a} \neq -4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{19}{2}x + \frac{\pi}{8}\right) = 0, \\ \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0, \\ \cos 10x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{19}{2}x + \frac{\pi}{8} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ \frac{x}{2} - \frac{\pi}{8} = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ 10x \neq \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{19}{2}x = \frac{3\pi}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ \frac{19}{2}x = -\frac{5\pi}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ \frac{x}{2} = \frac{5\pi}{8} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ \frac{x}{2} = -\frac{3\pi}{8} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x \neq \pm \frac{\pi}{20} + \frac{\pi m}{5}, m \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \frac{6\pi}{152} + \frac{32\pi n}{152}, n \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{-10\pi}{152} + \frac{32\pi n}{152}, n \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{190\pi}{152} + \frac{608\pi k}{152}, k \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{-114\pi}{152} + \frac{608\pi k}{152}, k \in \mathbb{Z}, \end{cases}$$

$$x \neq \pm \frac{\pi}{20} + \frac{4\pi m}{20}, m \in \mathbb{Z}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{46} + \frac{16\pi n}{46}, n \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{-5\pi}{46} + \frac{16\pi n}{46}, n \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{95\pi}{46} + \frac{304\pi k}{46}, k \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{-57\pi}{46} + \frac{304\pi k}{46}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x \neq \pm \frac{\pi}{20} + \frac{4\pi m}{20}, m \in \mathbb{Z}$$

$$27 \sqrt{\log_3 x} - 13 \cdot 3^{\sqrt{4 \log_3 x}} + 55 \cdot x^{\sqrt{\log_3 3}} \leq 45$$

$$\begin{cases} \log_3 x \geq 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$27 \sqrt{\log_3 x} - 13 \cdot 3^{\sqrt{4 \log_3 x}} + 55 \cdot x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} - 45 \leq 0$$

Разделим на $x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}$ без смены знака
 $(x \neq 0 \Rightarrow x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} \neq 0)$
 $(\log_3 x \geq 0 \Rightarrow x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} > 0)$

$$\left(\frac{27 \sqrt{\log_3 x}}{x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}} \right) - 13 \left(\frac{3^{2 \sqrt{\log_3 x}}}{x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}} \right) + 55 - \frac{45}{x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}} \leq 0$$

$$\left(\frac{27 \log_3 x}{x} \right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} - 13 \left(\frac{3^{2 \log_3 x}}{x} \right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} + 55 - \frac{45}{x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}} \leq 0$$

$$\left(\frac{x^3}{x} \right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} - 13 \left(\frac{x^2}{x} \right)^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} + 55 - \frac{45}{x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}} \leq 0$$

$$x^{\frac{2}{\sqrt{\log_3 x}}} - 13 x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} + 55 - \frac{45}{x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}} \leq 0$$

Пусть $t = x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}}$, $t > 0$

$$t^2 - 13t + 55 - \frac{45}{t} \leq 0$$

Умножим на t без смены знака

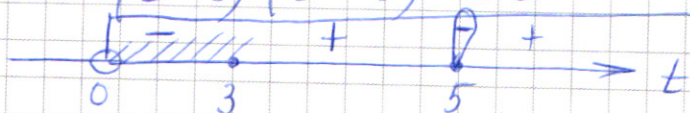
$$t^3 - 13t^2 + 55t - 45 = 0$$

$$t_1 = 3$$

$$\begin{array}{r|l} t^3 - 13t^2 + 55t - 45 & t - 3 \\ \hline t^3 - 3t^2 & \\ \hline -10t^2 + 55t & \\ -10t^2 + 30t & \\ \hline 25t - 45 & \\ -25t + 75 & \\ \hline 0 & \\ \hline & t^2 - 10t + 25 \end{array}$$

$$(t-3)(t^2 - 10t + 25) \leq 0$$

$$(t-3)(t-5)^2 \leq 0$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $t \in (0; 3]$

2) $t = 5$

1) $0 < t \leq 3$

$x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} > 0$ — всегда

$x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} \leq 3$

$\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}} \leq \log_x 3$

$\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}} \leq \frac{1}{\log_3 x}$

$\sqrt{\log_3 x} \leq 1 \Rightarrow \log_3 x \leq 1$

$x \leq 3$

2) $t = 5$

$x^{\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}} = 5$

$\frac{1}{\sqrt{\log_3 x}} = \log_x 5$

$\sqrt{\log_3 x} = \log_x 5$

$\log_x 3 = \log_x^2 5$

решений нет

Ответ: $x \in (0; 1) \cup (1; 3]$

№5.

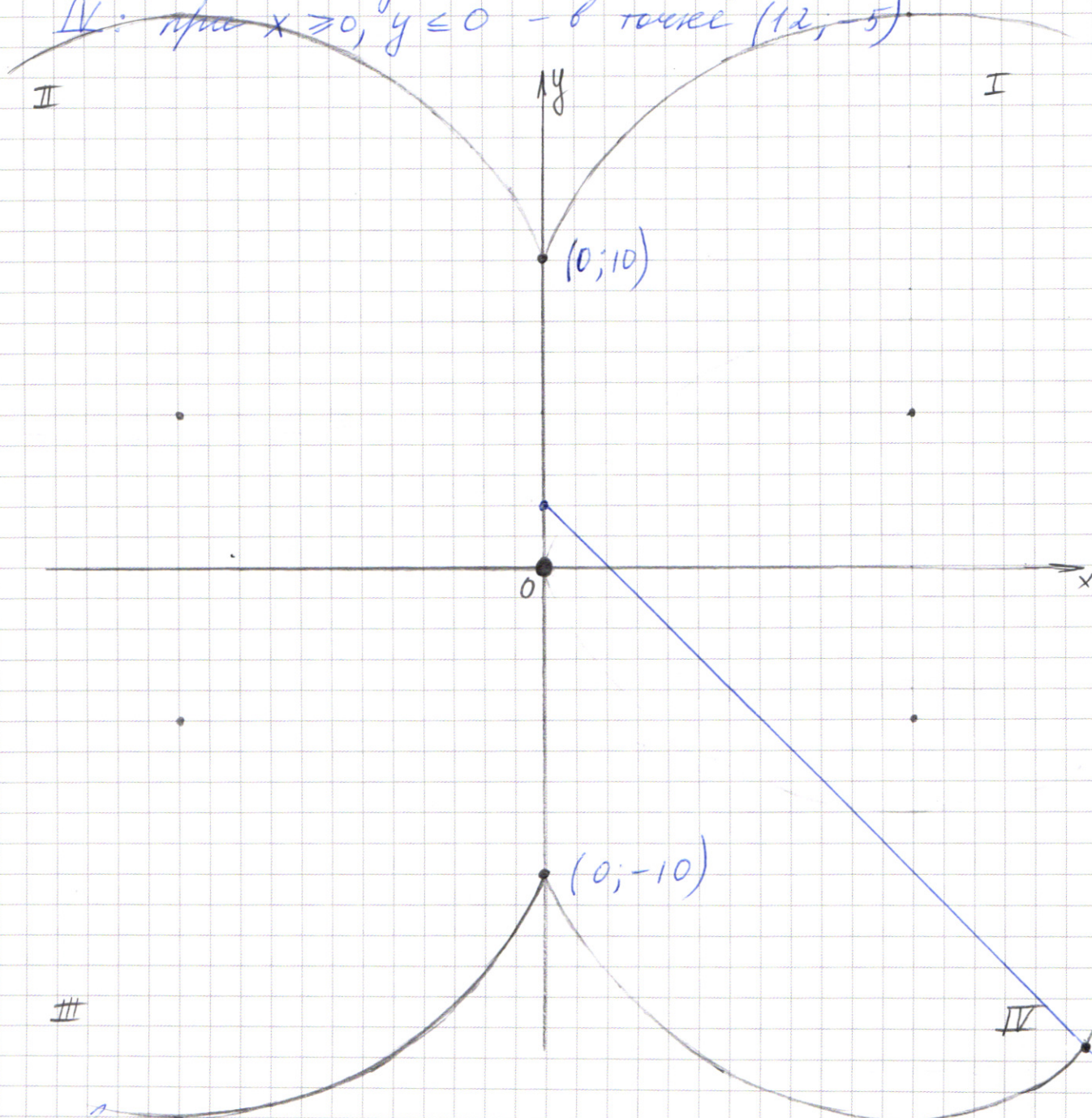
$$\begin{cases} y = -|x - \sqrt{a}| + 2 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = 169 \end{cases}$$

~~2ое~~ уравнение

График второго уравнения — «цветочек»

$R = 13$

- I: при $x \geq 0, y \geq 0$
часть окружности - дуга с
Аналогично: центром в точке $(12; 5)$
II: при $x \leq 0, y \geq 0$ - в точке $(-12; 5)$
III: при $x \leq 0, y \leq 0$ - в точке $(-12; -5)$
IV: при $x \geq 0, y \leq 0$ - в точке $(12; -5)$



Заметим, что это уравнение также
имеет решение в т. $(0; 0)$
Окружности пересекут ось Ox в
точках $(-25; 0)$ и $(25; 0)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) При $x \geq \sqrt{a}$ ($x_{\min} = 0$)
 $a \geq 0$
то уравнение выглядит так:
 $y = -x + 2$

При любых a (даже при $a_{\min} = 0$) решение
не будет больше 1 (см. рисунок)

2) При $x < -\sqrt{a}$ ($x < 0$)
 $y = x - 2\sqrt{a} + 2$
 ~~$y < 1$~~

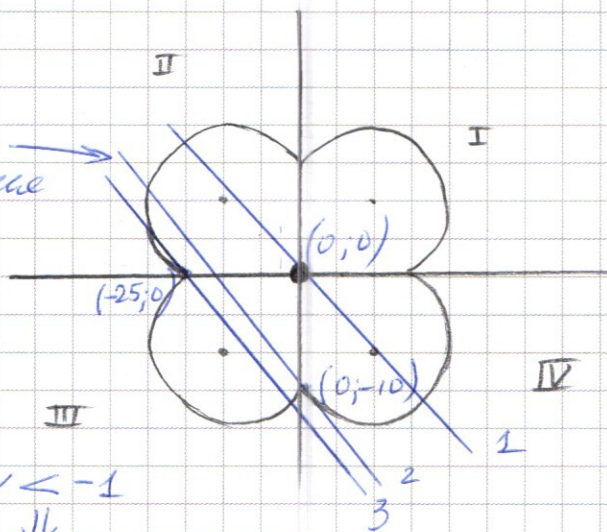
Значит, когда
вероятно 3 решения

① ~~прямая~~
прямая проходит
через т. $(0; 0)$

$$2 - 2\sqrt{a} = 0$$

$$a = 1, \text{ но тогда } x < -1$$

$\Downarrow$
решений 2, а не 3



② прямая проходит
через т. $(0; -10)$

$$-10 = -2\sqrt{a} + 2$$

$$\sqrt{a} = 6$$

$$a = 36$$

$$x < -6 \Rightarrow \text{решений 2, а не 3}$$

③ прямая проходит через т. $(-25; 0)$

$$0 = -25 - 2\sqrt{a} + 2$$

$$12,5 = 1 - \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} = -11,25$$

$\Rightarrow$ ~~решений~~

Ответ: не существует такого a , чтобы система имела $\underset{\text{ровно}}{3}$ решения

$$\begin{cases} y \geq 110 + x - 5^{110} \\ y \leq \log_5 x \end{cases}$$

$$K(5; 1)$$

ABCD - параллелограмм.

Посчитаем площади
квадратов входящих
в фигуру —

B ABCD:

$$111(5^{110} - 55) + \frac{5^{110}}{2}(1 + 5^{110})$$

Традиции
пересекутся
в точке $N(5^{110}; 110)$

