

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 16

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 80 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет больше 51 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет не больше 29 раз. Найдите $p - q$
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$.
3. [5 баллов] Решите неравенство $8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt{4\log_2 x + 3} + 21 \cdot x^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 18$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 4, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите площадь треугольника KLM . ✓
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 18$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 5. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 5$.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 70 + x - 4^{70}, \\ y \leq \log_4 x. \end{cases}$$

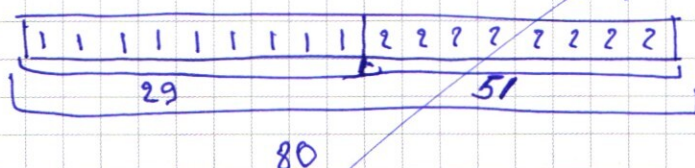
Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) рассмотрим случай, когда орел выпадает больше 51 раз, тогда варианты для кол-ва выпадений орла будут:
орла : 52, 53 ... 80 раз.

$\Rightarrow 80 - 52 + 1 = 29$ вариантов. ~~Всего~~ ~~присовокуп~~



из 80 позиций
как минимум 29 долж-
ны удовлетворять усло-
ванию, остальные могут

принимать любые из 2-х значений : 0 или 1.

$\Rightarrow$ по правилу произведения кол-во наборов, где орел встречается > 51 раз будет составлять $N_1: 1^{29} \cdot 2^{51}$

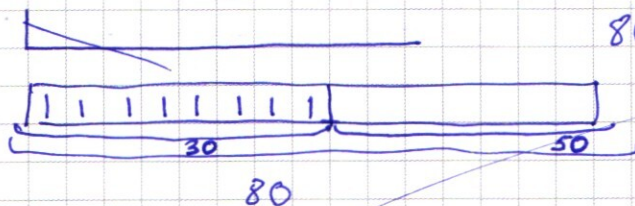
всего наборов может быть : $N_0 = 2^{80}$

$$\Rightarrow p = \frac{2^{51}}{2^{80}}$$

2) теперь рассмотрим, когда орел встречается не больше 29 раз, тогда решка должна встретиться ≥ 51 раз $\Rightarrow$

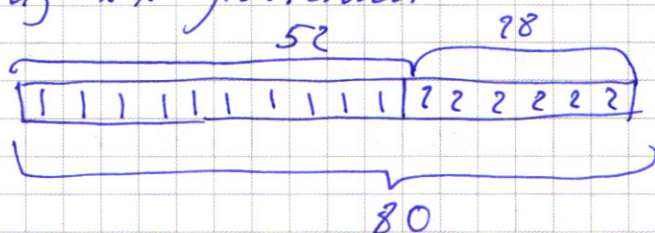
минимум 51 раз $\Rightarrow$ и для решки : 50, 51, 52 ... 80 раз

$80 - 51 + 1 = 30$ вариантов.



N1.

1) рассмотрим случай, когда орел выпадает ≥ 51 раз, тогда из набора 80 подбрасываний однозначно должны задаваться 52, остальные 28 могут принимать любые из 2-х значений:



тогда N_1 : варианты, когда орел выпадает ≥ 52 раз:

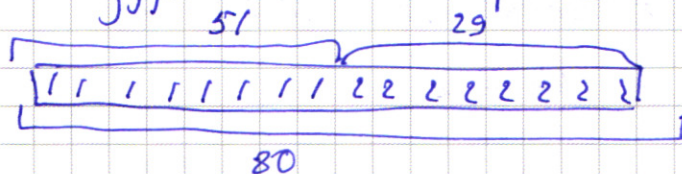
$$N_1 = \frac{2^{28}}{2^{80}} \leftarrow \text{всего вар.}$$

2). Если когда орел выпадает ≤ 29 раз, тогда для решки кол-во выпаданий должно быть: 51, 52 ... 80 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ минимум 51 $\Rightarrow$ в такой конфигурации

будет однозначно задаваться 51 позиция, а остальные

29 будут иметь 2 варианта: 0 или 1.



$\Rightarrow N_2$ (когда решка выпадает ≥ 51 раз): 2^{29}

N_0 = всего вар: 2^{80}

$$\Rightarrow q = \frac{2^{29}}{2^{80}}$$

$$\Rightarrow p - q = \frac{2^{28}}{2^{80}} - \frac{2^{29}}{2^{80}} = \frac{2^{28} \cdot (1 - 2)}{2^{80}} = \frac{-1}{2^{52}}$$

$$\text{Ответ: } -\frac{1}{2^{52}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2.

$$\frac{\cos 4x}{\cos(5x) - \sin(5x)} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 4x \cdot (\cos 5x + \sin 5x) + \sin 4x (\cos 5x - \sin 5x)}{(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)} = -\sqrt{2}$$

ограничение:

$$(\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x) \neq 0$$

$$\cos^2 5x - \sin^2 5x \neq 0$$

$$\cos 10x \neq 0 \quad \Rightarrow \quad 10x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x \neq \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{10}$$

далее:

$$\frac{(\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x) + (\sin 5x \cos 4x + \cos 5x \sin 4x)}{\cos 10x (\cos 5x - \sin 5x)(\cos 5x + \sin 5x)} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 9x + \sin 9x}{\cos 10x} = -\sqrt{2}$$

$$\cos x + \sin 9x = -\sqrt{2} \cos 10x$$

$$\cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - 9x\right) = 1$$

$$\Rightarrow (\cos 4x \cos 5x + \cos 5x \sin 4x) - \sin 4x \sin 5x + \sin 5x \cos 4x =$$

$$= \sqrt{2} \sin^2 5x - \sqrt{2} \cos^2 5x$$



группируем!

$$\sqrt{2} \cos 5x \cdot \left(\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin 4x + \cos 4x) \right) - \sqrt{2} \sin 5x \cdot$$

$$\cdot \left(\sin 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} (\sin 4x - \cos 4x) \right) = 0$$

$$\neq \sqrt{2} \cos 5x \cdot \left(\cos 5x + \cos \left(4x - \frac{\pi}{2} \right) \right) - \sqrt{2} \sin 5x \cdot \left(\sin 5x + \sin \left(4x - \frac{\pi}{2} \right) \right) = 0$$

$$\cdot \cos 5x \cdot \left(\cos \left(\frac{9x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) \right) - \sin 5x \cdot \left(\sin \left(\frac{9x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) \right) = 0$$

$$\cos 5x \cdot \left(\cos \left(\frac{9x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) \right) \cos \left(\frac{x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) - \sin 5x \cdot \left(\sin \left(\frac{9x - \frac{\pi}{2}}{2} \right) \right) \cos \left(\frac{x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) = 0$$

$$1) \cos \left(\frac{x + \frac{\pi}{2}}{2} \right) = 0$$

$$2) \cos 5x \cos \left(4,5x - \frac{\pi}{4} \right) - \sin 5x \sin \left(4,5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\frac{x + \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$x + \frac{\pi}{2} = \pi + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$\Rightarrow \cos$

$$\cos \left(4,5x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 4,5x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$4,5x = \frac{3\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{3\pi}{4 \cdot 4,5} + \frac{\pi k}{4,5}$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$; $\frac{3\pi}{38} + \frac{\pi k}{9,5} = \frac{3\pi}{38} + \frac{2\pi k}{19}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

$$8 \sqrt{\log_2 x} - 2 \sqrt{4 \log_2 x + 3} + 21 \cdot x \sqrt{\log_x 2} \leq 18.$$

огр: $\left. \begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right\} \log_2 x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1.$

$\Rightarrow$ отр имеет вид: $x \in (1; \infty).$

далее решаем:

$$8 \sqrt{\log_2 x} - 2 \sqrt{4 \log_2 x + 3} + 21 \cdot x \sqrt{\log_x 2} \leq 18$$

Пусть: $t = 2^{\sqrt{\log_2 x}}$, тогда

$$\log_2 t = \sqrt{\log_2 x} \quad \log_2 t > 0$$

$$\log_2^2 t = \log_2 x$$

$$\Rightarrow x = 2^{\log_2^2 t}.$$

$$\log_x 2 = \frac{1}{\log_2^2 t}$$

$$\Rightarrow x \sqrt{\log_x 2} = \left(2^{\log_2^2 t} \right)^{\frac{1}{\log_2^2 t}} = 2^{\log_2 t} = t$$

$$= 2^{\log_2 t} = t \Rightarrow \text{неравенство примет вид:}$$

$$t^3 - t^2 \cdot 8 + 21 t \leq 18.$$

найдем корни многочлена:

$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 = 0.$$

$$t = 3.$$

$$\begin{array}{r|l}
 t^3 - 8t^2 + 21t - 18 & t-3 \\
 \hline
 -t^3 + 3t^2 & \\
 \hline
 -5t^2 + 21t & \\
 -(-5t^2 + 15t) & \\
 \hline
 6t - 18 &
 \end{array}$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

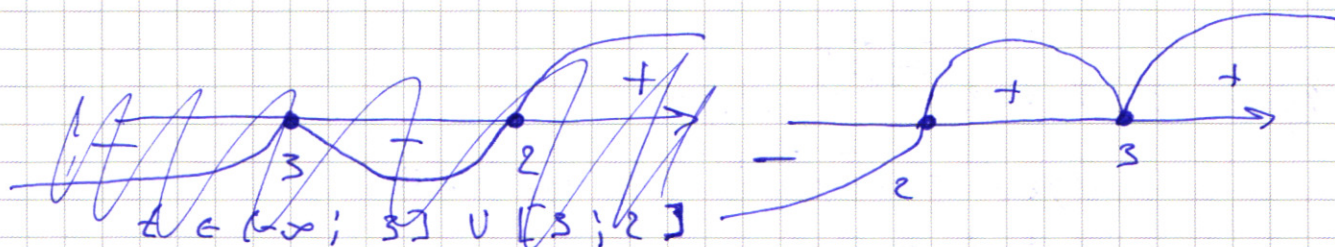
$$D: 25 - 24 = 1$$

$$t = \frac{5 \pm 1}{2} \in \left[\frac{3}{2}, 3 \right]$$

$$\Rightarrow (t-3)^2 \cdot t^3 - 8t^2 + 21t - 18 = (t-3)(t-3)(t-2)$$

в итоге имеем:

$$(t-3)^2(t-2) \leq 0$$



$\Rightarrow$ переходим к исходному значению:

$$t \rightarrow 2^{\sqrt{\log_2 x}}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow 2^{\sqrt{\log_2 x}} &\leq 3 \\
 2^{\sqrt{\log_2 x}} &\geq 2
 \end{aligned}$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} \leq 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\log_2 x} \leq 1$$

$$\log_2 x \leq 1$$

$$\log_2 x \leq \log_2 2$$

$$x \leq 2$$

не подходит по огр.

$$\begin{aligned}
 2^{\sqrt{\log_2 x}} &\leq 3 \\
 2^{\sqrt{\log_2 x}} &= 3
 \end{aligned}$$

$$2^{\sqrt{\log_2 x}} = 3$$

$$\sqrt{\log_2 x} = \log_2 3$$

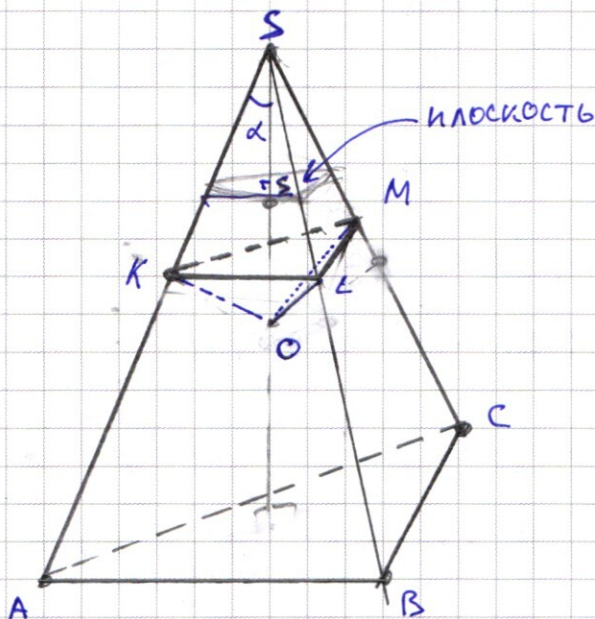
$$\log_2 x = \log_2^2 3$$

$$\Rightarrow x = 2^{\log_2^2 3}$$

$$\text{Ответ: } 2^{\log_2^2 3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 4



$$a) \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$S_{пл-ти} = 4$$

SO — перпендикуляр
замечим, то SO является
перпендикуляром к пл-ти
KLM, т.к. — рассто

$$KO = OL = OM = R \Rightarrow$$

боковые ребра пирами-
ды OKLM равны.

~~т.е.~~ ~~чтобы~~ ~~были~~

~~равн.~~ $\Rightarrow$ центр сферы O лежит на перпендикуляре

из центра описанной окружности KLM, ~~но~~ ~~т.к.~~

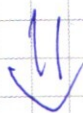
но если посмотреть на пирамиду SKLM, то

можно заметить, что $SK = SL = SM \Rightarrow S$ обладает

тем же св-вом, что и O $\Rightarrow SO \perp KLM$.

значит. плоскост. гранича плоскость $\parallel KLM$ (она тоже
 $\perp SO$)

рассмотрим такой рисунок:



$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

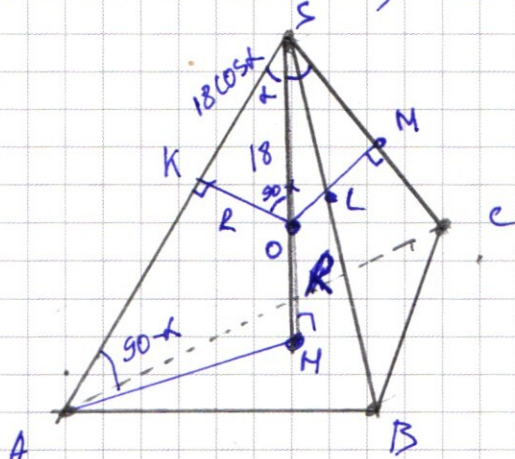
$$\sin \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 (продолжение)

8). $SO = 18$, т.к.



$KLM \parallel ABC$, то.

$SO \perp ABC$.

$$R = 18 \cdot \sin \alpha = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}.$$

$$OM = R$$

$$AS = \frac{18+x}{\cos \alpha} = 15$$

$\triangle ASO \sim \triangle ASH$ по углам

$$SH = 18 + R.$$

$$\Rightarrow AH = (18+R) \tan \alpha =$$

$$\Rightarrow \frac{18}{\frac{18+x}{\cos \alpha}} = \frac{18 \cos \alpha}{18+x}$$

$$SH = 18 + R.$$

$$\Rightarrow BA = \frac{18+R}{\cos \alpha}.$$

$\triangle KLM \sim \triangle ABC$

$$\text{т.к. } \frac{KL}{AB} = \frac{LM}{BC} = \frac{KM}{AC} =$$

$$= \frac{SK}{SA} = \frac{SL}{SB} = \frac{SM}{SC} = k.$$

$$k = \frac{SK}{SA} = \frac{18 \cos \alpha}{\frac{18+R}{\cos \alpha}} = \frac{18 \cos^2 \alpha}{18+R} = \frac{18 \cos^2 \alpha}{18+18 \sin \alpha}$$

$$= \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \sin \alpha}.$$

$$\Rightarrow S(ABC) = \frac{S(KLM)}{k^2} = \frac{25}{4} \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right)^2 =$$

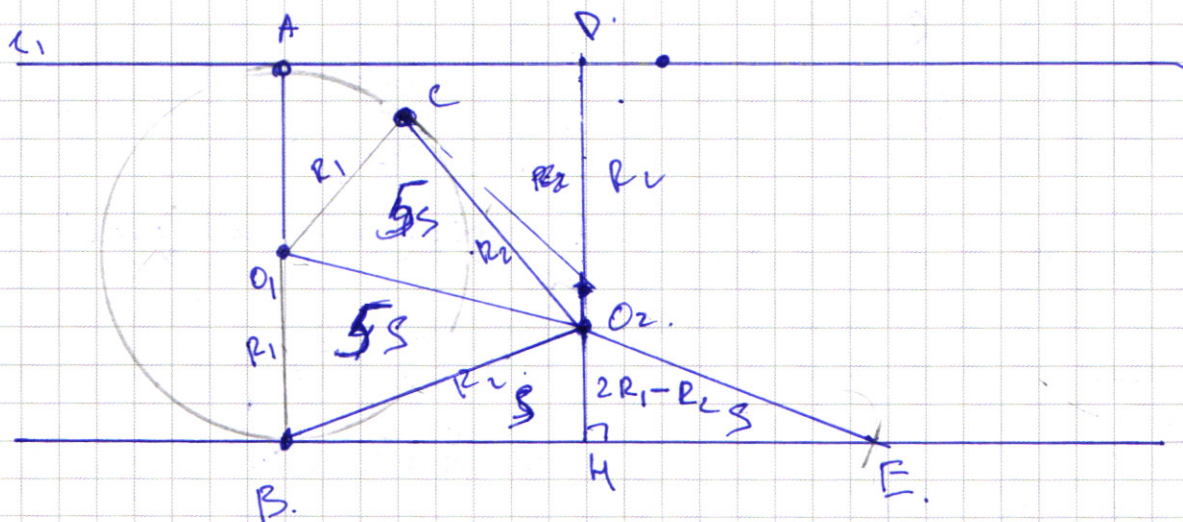
$$= \frac{25}{4} \cdot \left(\frac{\frac{5}{4}}{\frac{15}{16}} \right)^2 = \frac{25}{4} \cdot \left(\frac{4}{3} \right)^2 = \frac{25 \cdot 16}{4 \cdot 9} = \frac{100}{9}.$$

$$SH = 18 + 18 \cdot \frac{1}{4} = \frac{18 \cdot 5}{4} = h - \text{высота}.$$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{18 \cdot 5}{4} \cdot \frac{100}{9} = \frac{250}{3}.$$

$\swarrow \frac{1}{3} \cdot h \cdot S.$

N6.



$$\frac{S(BO_1CO_2)}{S(O_2BE)} = 5 \Leftrightarrow \frac{S(O_1O_2B)}{S(O_2HB)} = 5 \text{ т.к.}$$

эти треугольники симметрично делят наши фигуры пополам. $O_2H = 2R_1 - R_2$. Рассмотрим трапецию $O_2HB O_1$:

$$BH - \text{высота} = h,$$

$$5S = S(BO_1O_2) = 0,5h \cdot R_1$$

$$S = S(O_2BH) = 0,5h \cdot (2R_1 - R_2)$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{R_1}{2R_1 - R_2}.$$

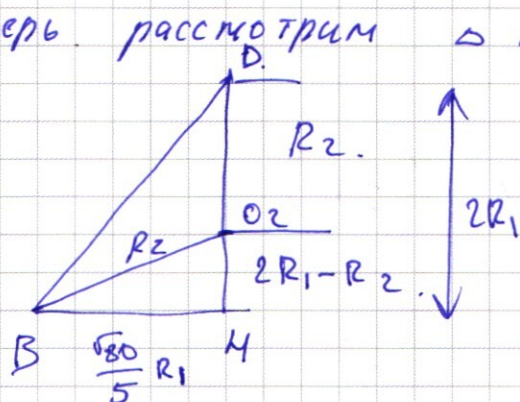
$$\Rightarrow 10R_1 - 5R_2 = R_1$$

$$R_2 = \frac{9}{5}R_1 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{5}{9}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6. (продолжение).

теперь рассмотрим $\triangle BDN$



$$R_2 = \frac{9}{5} R_1$$

$$\Rightarrow 2R_1 - R_2 = 2R_1 - \frac{9}{5} R_1 = \frac{1}{5} R_1$$

$$BN = \sqrt{R_2^2 - (2R_1 - R_2)^2} =$$

$$= \frac{1}{5} R_1 \cdot \sqrt{81 - 1} = \frac{\sqrt{80}}{5} R_1$$

теперь теорема Пифагора для $\triangle BDN$.

$$BD^2 = DN^2 + BN^2$$

$$25 = \frac{80}{25} R_1^2 + 4R_1^2$$

$$625 = 180 R_1^2$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{625}{180}} = \frac{25}{3\sqrt{20}} = \frac{25}{6\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{6}$$

$$R_2 = \frac{9}{5} \cdot \frac{5\sqrt{5}}{6} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

Ответ: $R_2 = \frac{3\sqrt{5}}{2}$; $R_1 = \frac{5\sqrt{5}}{6}$.

15.

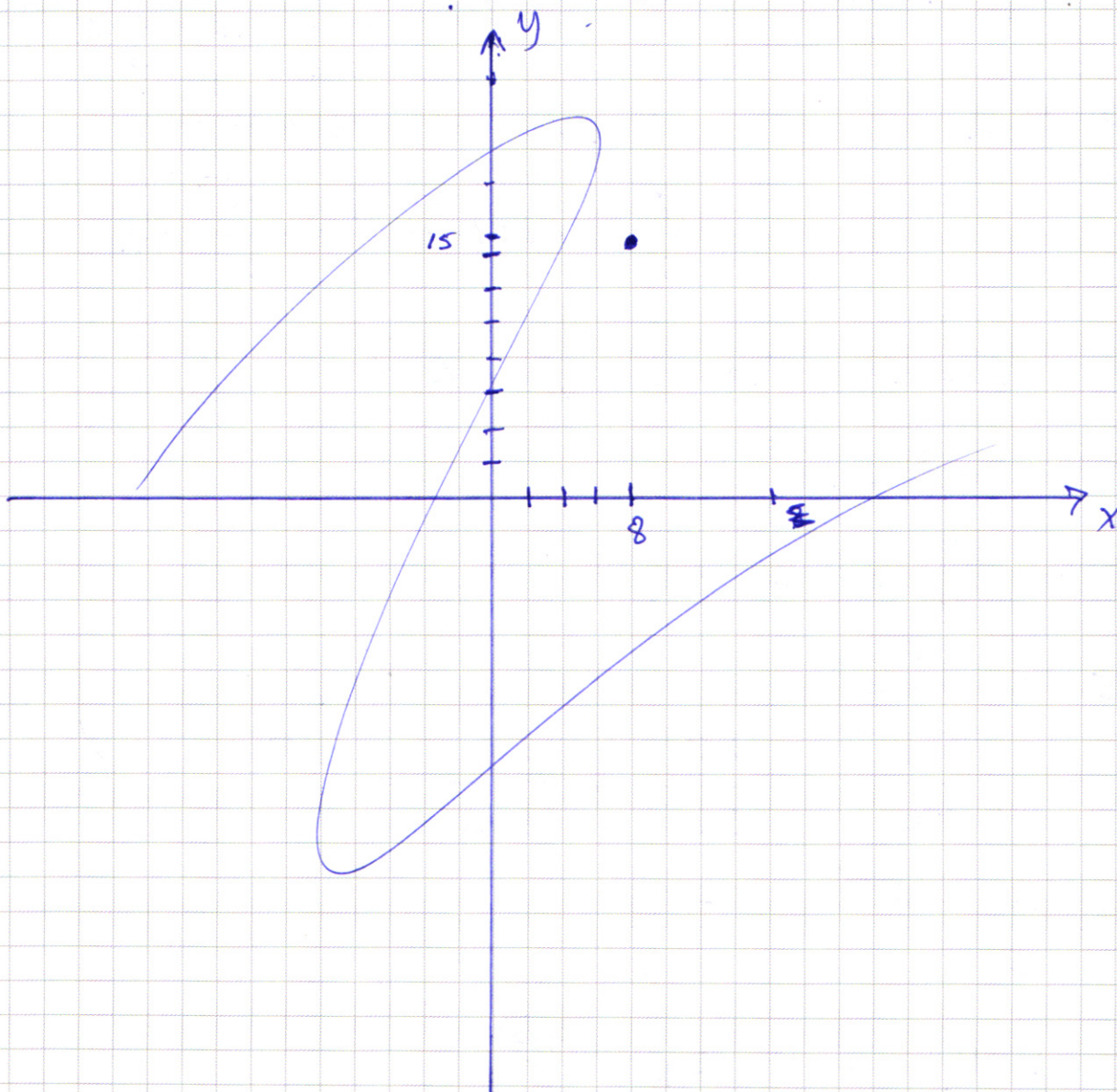
$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{9}| + 6 - \sqrt{9} \\ (x-8)^2 + (y+15)^2 = 17^2 \end{cases}$$

↑
уравнение задает часть окружности.

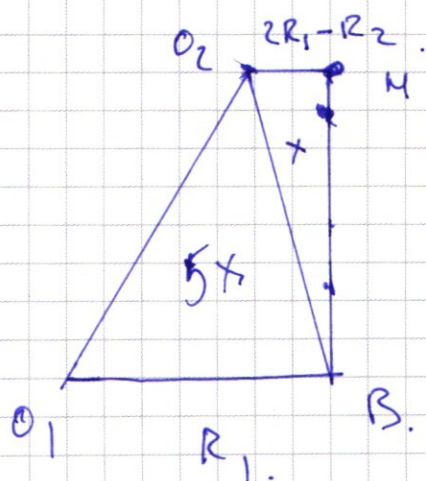
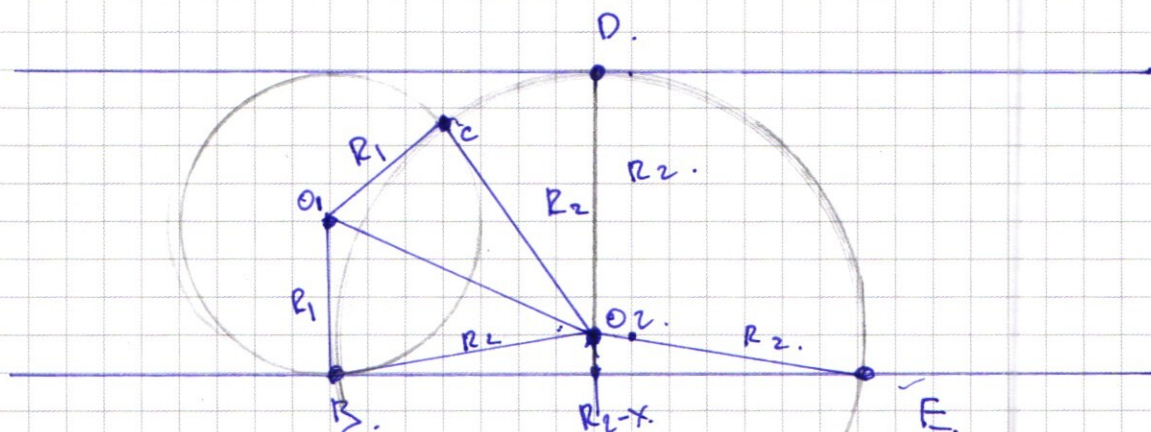
$$x = -|y - \sqrt{9}| + 6 - \sqrt{9}.$$

при $6 - \sqrt{9} > 0$.

прямая проходит через точку $(0; 6)$.



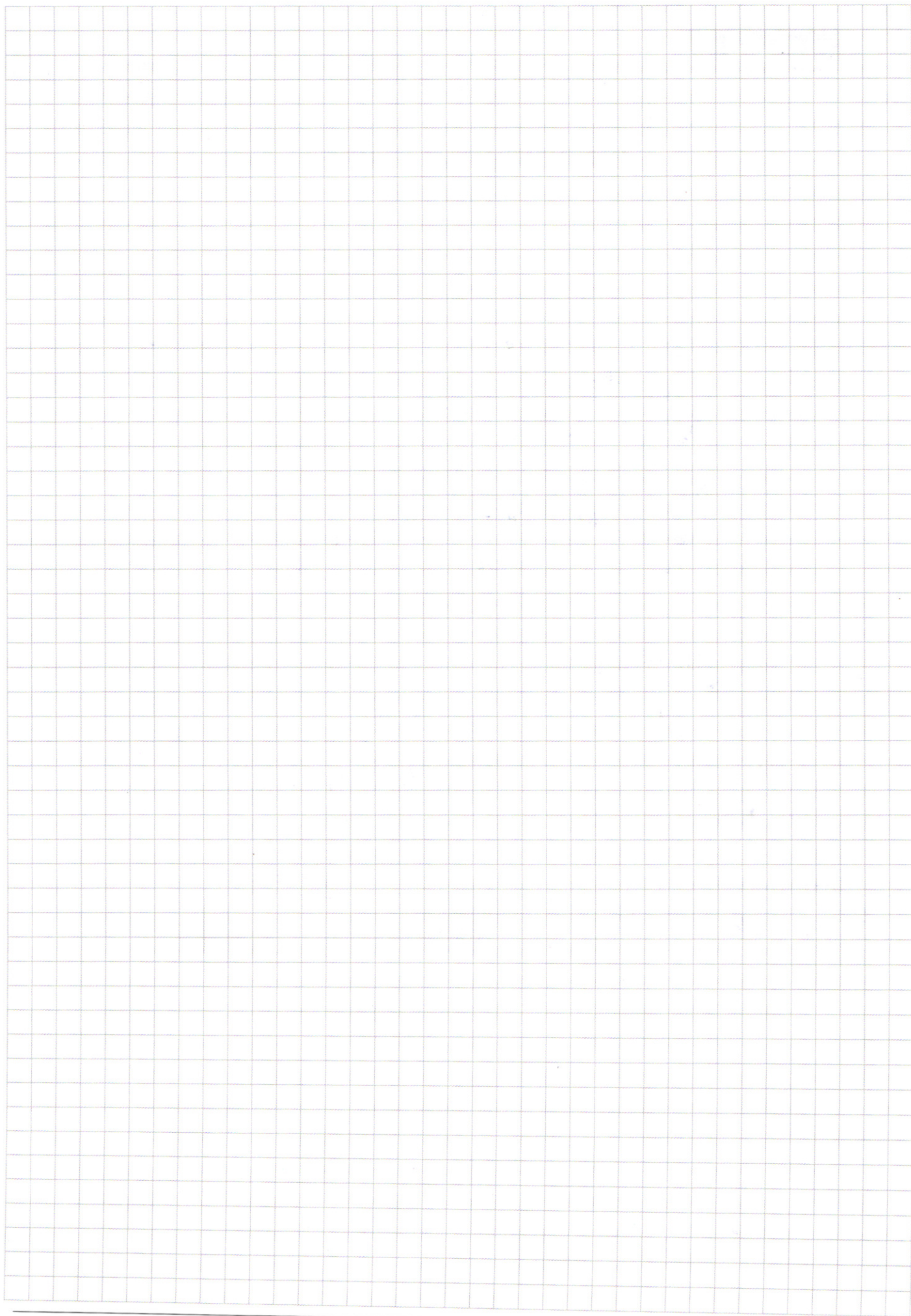
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{h R_1}{h \cdot (2R_1 - R_2)} = 5.$$

9.20.

180.

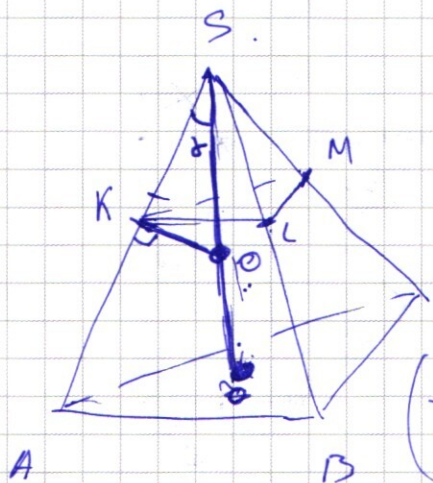


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.



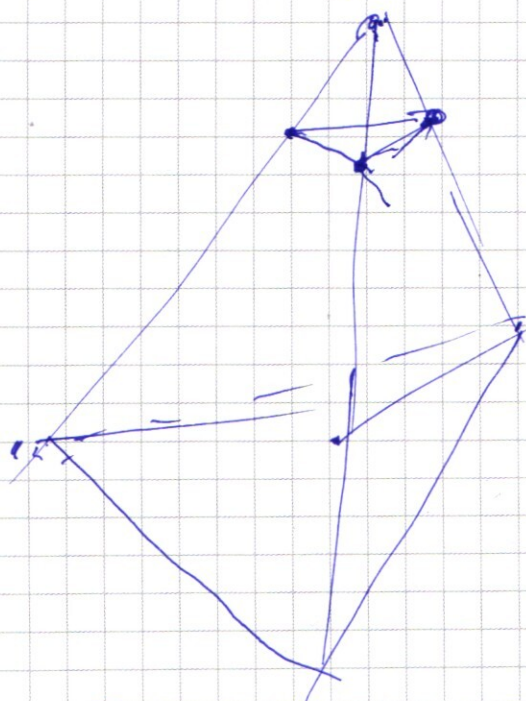
$$SKLM = 4$$

$$\angle KSO.$$

$$\left(\frac{\cos K \frac{\sqrt{15}}{4}}{\frac{3}{\sqrt{15}}} \right)^2$$

$$\left(\frac{15}{3 \cdot 4} \right)$$

$$\cos K$$



$$\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{1}{\sqrt{15}} =$$

$$= \frac{.14}{4\sqrt{15}} \approx$$

$$= \frac{7}{2\sqrt{15}} =$$

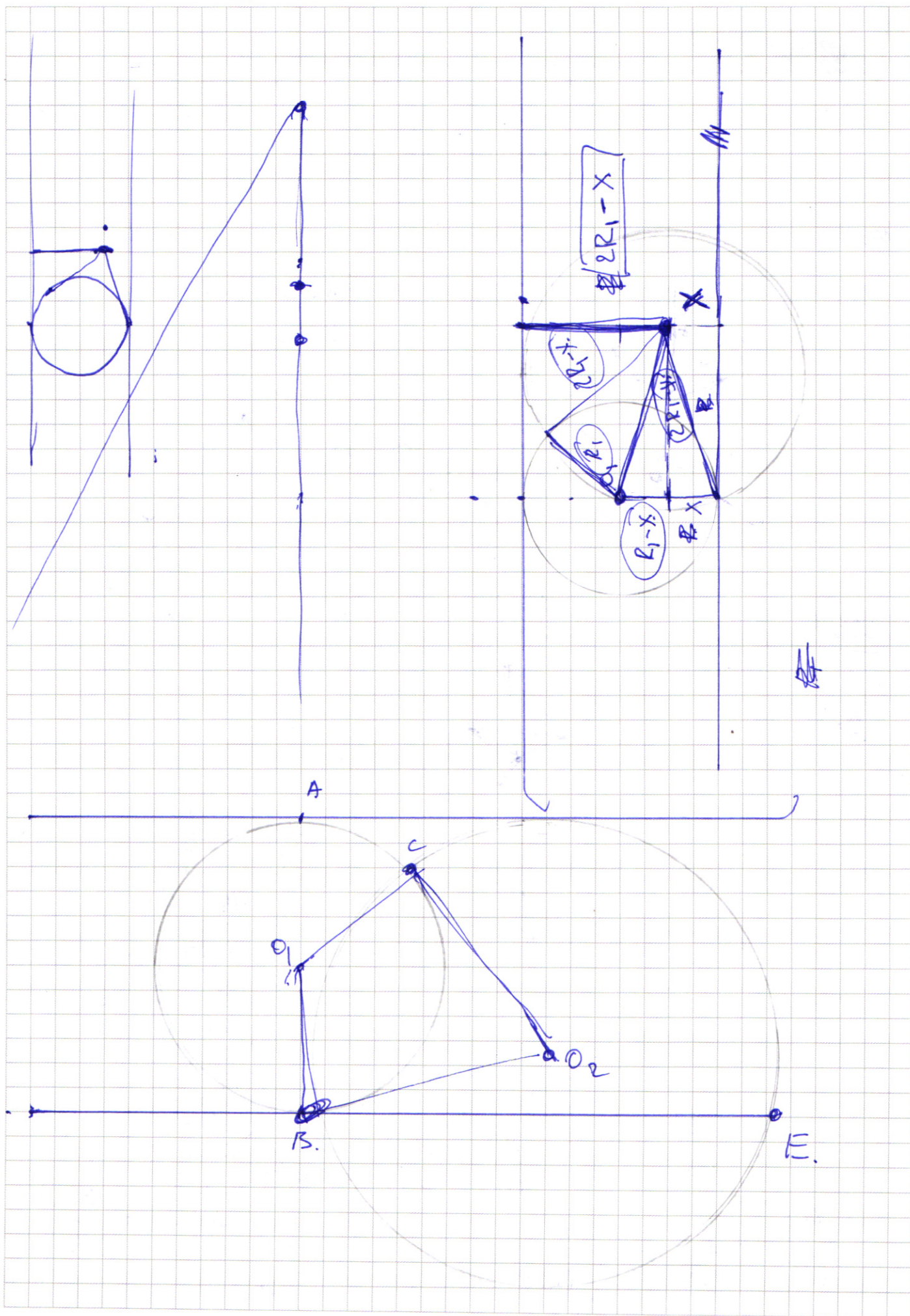
$$= \frac{49}{60}.$$

$$\frac{15}{16}.$$

$$\frac{15}{16} \cdot \frac{60}{49}.$$

$$\frac{4}{\sqrt{15}} - \frac{1}{\sqrt{15}} = \left(\frac{3}{\sqrt{15}} \right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{\frac{3}{\sqrt{15}}} \right)^2} = \left(\frac{15}{12} \right)^2$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 4x (\cos 5x + \sin 5x) + \sin 4x (\cos 5x - \sin 5x) = -\sqrt{2} (\cos^2 5x - \sin^2 5x)$$

~~$$\cos 4x$$~~

$$(\sqrt{2} \cos^2 5x - \cos 4x \cos 5x - \sin 4x \cos 5x)$$

$$\sqrt{2} \cos 5x \cdot (\sqrt{2} \cos 5x - \cos 4x - \sin 4x)$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 5x - \cos(4x - \frac{\pi}{2}))$$

$$- \sqrt{2} \cos 5x \sin(\frac{9x - \frac{\pi}{2}}{2}) - \sqrt{2} \sin 5x \cdot$$

$$- \sqrt{2} \sin 5x \cdot (\cos 4x - \sin 5x + \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 4x - \sin 4x))$$

$$- \sqrt{2} \sin 5x (\sin 5x - \sin(4x - \frac{\pi}{2}))$$

$$- \sqrt{2} \sin 5x \cdot (2 \sin \frac{9x}{2})$$

$$27. - 72 + 63 - 18 = 90 -$$

$$t^3 - 8t^2 + 21t - 18 = 0 \quad 20$$

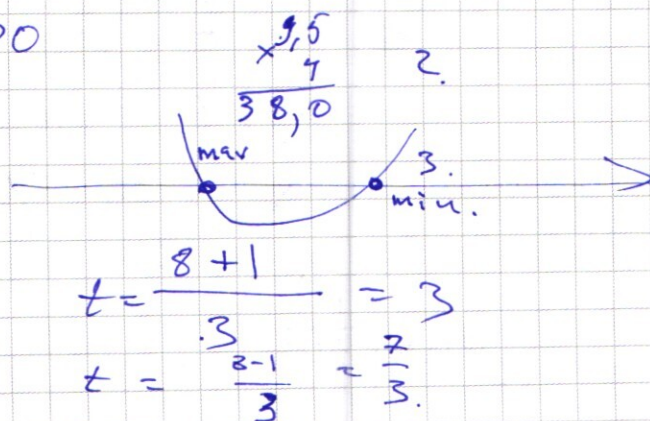
$$3t^2 - 16t + 21 = 0$$

$$D: 64 - 3 \cdot 21 = 1$$

$$t^2(t^2 + 21) - 2(t^2 + 9)$$

$$t = 3. \quad 8 \cdot 9.$$

$$27 =$$



$$t = \frac{8+1}{3} = 3$$

$$t = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$$

13.

$$8 \sqrt{\log_2 x} - 2 \sqrt{4 \log_2 x + 3} + 21 \cdot x \sqrt{\log_x 2} \leq 2 \cdot 9.$$

1) $x > 0.$

2) $\log_2 x \geq 0$

$x \geq 1$

$x \geq 1.$

3) $4 \log_2 x + 3 = \log_2 x^4 + \log_2 8 =$
 $= \log_2 (8x^4)$

$t^3 - 2t^2 + 21 - 18 = 0$

$\Rightarrow 8x^4 \geq 1.$
 $x^4 \geq \frac{1}{8}$

2

$8 - 32 + 21 - 18$

~~***~~

~~***~~

~~$8 \sqrt{\log_2 x} - 2 \sqrt{4 \log_2 x + 3} + 21 \cdot x \sqrt{\log_x 2} \leq 2 \cdot 9$~~

~~$4 \cdot 2 \sqrt{\log_2 x} - \left(2^{2 \sqrt{\log_2 x}} \right) 8 + 21 \cdot x \sqrt{\log_x 2} \leq 2 \cdot 9$~~

если $t = 2^{\sqrt{\log_2 x}}$

$\Rightarrow \log_2 t = \sqrt{\log_2 x}$

$\log_2^2 t = \log_2 x$

$\Rightarrow \log_x 2 = \frac{1}{\log_2^2 t}.$

$x = 2^{\log_2^2 t}.$

$\Rightarrow \left(2^{\log_2^2 t} \right)^{\frac{1}{\log_2^2 t}} = 2^{\log_2 t} = t.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

80 раз

P орел. > 51

q орел ≤ 29

$[52, 53, 54, \dots, 80]$

$[1, 2, 3, \dots, 28, 29]$

$\frac{80}{52}$
 $\frac{28}{29}$

29

вероятность того, что орел выпадет k раз.

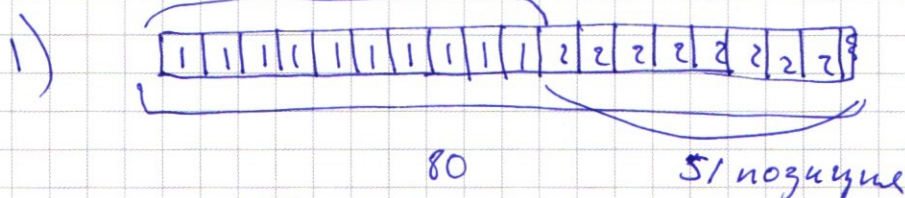
~~22222~~

22222

0P
P0
PP
00.

~~2~~

всего вариантов 2^{80}
29. позиции



30, 31, 32, ..., 80
51 раз.

$$\Rightarrow P = \frac{2^{51}}{2^{80}}$$



$$q = \frac{2^{29}}{2^{80}} = \frac{1}{2^{51}}$$

$$\Rightarrow P - q = \frac{2^{51} - 2^{29}}{2^{80}}$$

$$N2. \frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} \neq \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}.$$

$$\frac{\cos 4x \cdot (\cos 5x + \sin 5x) + \sin 4x (\cos 5x - \sin 5x)}{\cos 10x} = -\sqrt{2}.$$

$$\neq \cos 10x \neq 0.$$

$$\frac{\cos 4x \cos 5x + \sin 5x \cos 4x + \cos 5x \sin 4x - \sin 4x \sin 5x}{\cos 10x} = -\sqrt{2}.$$

$$\cos x \cdot \cos(x+\beta) + \cos(x-\beta) =$$

$$= 2 \cos\left(\frac{-8x + \frac{\pi}{2}}{2}\right) \cos\left(\frac{10x - \frac{\pi}{2}}{2}\right) =$$

$$2 \cos\left(4x - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} (\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x)$$

$$\cos 10x = \sqrt{2} (\cos 4x \cos 5x - \sin 4x \sin 5x) = \cos x + \sin 9x$$

$$\sqrt{2} \cos x \cdot (\sqrt{2} \cos 9x - 1) - \sin 9x (\sqrt{2} \sin x$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☒ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ~~1~~
(Нумеровать только чистовики)

