

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 16

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Монету подбрасывают 80 раз (вероятности выпадения орла и решки в каждом броске одинаковы). Пусть p – вероятность того, что орёл выпадет больше 51 раза, а q – вероятность того, что орёл выпадет не больше 29 раз. Найдите $p - q$
2. [5 баллов] Решите уравнение $\frac{\cos 4x}{\cos 5x - \sin 5x} + \frac{\sin 4x}{\cos 5x + \sin 5x} = -\sqrt{2}$. $+$
3. [5 баллов] Решите неравенство $8\sqrt{\log_2 x} - 2\sqrt{4\log_2 x + 3} + 21 \cdot x\sqrt{\log_x 2} \leq 18$.
4. [5 баллов] а) Сфера с центром O касается боковых рёбер SA, SB, SC пирамиды $SABC$ в точках K, L, M соответственно, а также касается её основания ABC . Через точку сферы, ближайшую к точке S , проведена плоскость, касающаяся сферы. Площадь сечения пирамиды $SABC$ этой плоскостью равна 4, а $\angle KSO = \arccos \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите площадь треугольника KLM .
б) Пусть дополнительно известно, что $SO = 18$, а плоскости KLM и ABC параллельны. Найдите объём пирамиды $SABC$.
5. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases} \quad +$$

имеет ровно три решения.

6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и вторично пересекает окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно 5. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 5$.
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 70 + x - 4^{70}, \\ y \leq \log_4 x. \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более трёх слагаемых.

$$\begin{aligned} x &= 0 & x^2 + (y - 15)^2 &= 14^2 \\ (y - 15)^2 &= 14^2 & y - 15 &= \pm 14 \\ |y - 15| &= 14 & y &= 0, y = 30 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$8\sqrt{\log_2 x} - 8 \cdot 2\sqrt{\log_2 x} + 21 \cdot \sqrt{2} \leq 18x^{\sqrt{\log_2 x}}$$

$$2^3 \sqrt{\log_2 x} - 8 \cdot 2\sqrt{\log_2 x} + 21\sqrt{2} - 18 \leq 0 \quad \text{--- } \frac{(\log_2 x)^{1/2}}{x} =$$

$$t = 2^{\sqrt{\log_2 x}} \quad t > 0 \quad \text{--- } \frac{(\log_2 x)^{1/2}}{x} = 2^{1/2} = \sqrt{2}$$

$$t^3 - 8t^2 + 21\sqrt{2} - 18 \leq 0 \quad \text{--- } \log_2 x > 0 \quad x > 1$$

$$1 \rightarrow 0,5 \quad \text{sg} \quad \log_2 x > 0 \quad x > 1$$

$$S_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{59}$$

$$S_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{29}$$

$$S_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$$

$$S_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{14}$$

$$S_5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{11}$$

$$S_6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{8}$$

$$S_7 = \left(\frac{1}{2}\right)^{6}$$

$$S_8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{5}$$

$$S_9 = \left(\frac{1}{2}\right)^{4}$$

$$S_{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3}$$

$$S_{11} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2}$$

$$S_{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1}$$

$$S_{13} = \left(\frac{1}{2}\right)^{0}$$

$$S_{14} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$S_{15} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

$$S_{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

$$S_{17} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$$

$$S_{18} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$$

$$S_{19} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$$

$$S_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-7}$$

$$S_{21} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

$$S_{22} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-9}$$

$$S_{23} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-10}$$

$$S_{24} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-11}$$

$$S_{25} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-12}$$

$$S_{26} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-13}$$

$$S_{27} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-14}$$

$$S_{28} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-15}$$

$$S_{29} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-16}$$

$$S_{30} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-17}$$

$$S_{31} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-18}$$

$$S_{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-19}$$

$$S_{33} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-20}$$

$$S_{34} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-21}$$

$$S_{35} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-22}$$

$$S_{36} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-23}$$

$$S_{37} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-24}$$

$$S_{38} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-25}$$

$$S_{39} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-26}$$

$$S_{40} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-27}$$

$$S_{41} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-28}$$

$$S_{42} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-29}$$

$$S_{43} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-30}$$

$$S_{44} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-31}$$

$$S_{45} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-32}$$

$$S_{46} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-33}$$

$$S_{47} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-34}$$

$$S_{48} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-35}$$

$$S_{49} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-36}$$

$$S_{50} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-37}$$

$$S_{51} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-38}$$

$$S_{52} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-39}$$

$$S_{53} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-40}$$

$$S_{54} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-41}$$

$$S_{55} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-42}$$

$$S_{56} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-43}$$

$$S_{57} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-44}$$

$$S_{58} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-45}$$

$$S_{59} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-46}$$

$$S_{60} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-47}$$

$$S_{61} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-48}$$

$$S_{62} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-49}$$

$$S_{63} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-50}$$

$$S_{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-51}$$

$$S_{65} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-52}$$

$$S_{66} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-53}$$

$$S_{67} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-54}$$

$$S_{68} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-55}$$

$$S_{69} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-56}$$

$$S_{70} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-57}$$

$$S_{71} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-58}$$

$$S_{72} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-59}$$

$$S_{73} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-60}$$

$$S_{74} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-61}$$

$$S_{75} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-62}$$

$$S_{76} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-63}$$

$$S_{77} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-64}$$

$$S_{78} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-65}$$

$$S_{79} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-66}$$

$$S_{80} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-67}$$

$$S_{81} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-68}$$

$$S_{82} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-69}$$

$$S_{83} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-70}$$

$$S_{84} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-71}$$

$$S_{85} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-72}$$

$$S_{86} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-73}$$

$$S_{87} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-74}$$

$$S_{88} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-75}$$

$$S_{89} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-76}$$

$$S_{90} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-77}$$

$$S_{91} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-78}$$

$$S_{92} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-79}$$

$$S_{93} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-80}$$

$$S_{94} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-81}$$

$$S_{95} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-82}$$

$$S_{96} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-83}$$

$$S_{97} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-84}$$

$$S_{98} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-85}$$

$$S_{99} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-86}$$

$$S_{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-87}$$

$$S_{101} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-88}$$

$$S_{102} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-89}$$

$$S_{103} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-90}$$

$$S_{104} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-91}$$

$$S_{105} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-92}$$

$$S_{106} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-93}$$

$$S_{107} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-94}$$

$$S_{108} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-95}$$

$$S_{109} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-96}$$

$$S_{110} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-97}$$

$$S_{111} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-98}$$

$$S_{112} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-99}$$

$$S_{113} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-100}$$

$$S_{114} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-101}$$

$$S_{115} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-102}$$

$$S_{116} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-103}$$

$$S_{117} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-104}$$

$$S_{118} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-105}$$

$$S_{119} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-106}$$

$$S_{120} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-107}$$

$$S_{121} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-108}$$

$$S_{122} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-109}$$

$$S_{123} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-110}$$

$$S_{124} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-111}$$

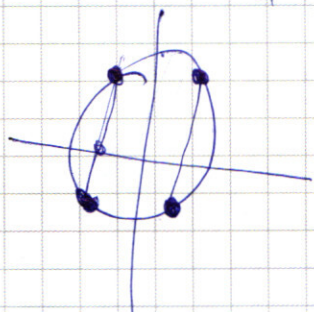
$$S_{125} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-112}$$

$$S_{126} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1$$

$$\frac{-\sqrt{2} \cos(gx + \frac{3\pi}{4})}{\cos 10x} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos 10x &\neq 0 \\ 10x &\neq \frac{\pi}{2} + \pi n \\ x &\neq \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{20} \end{aligned}$$

$$\cos(gx + \frac{3\pi}{4}) = \cos 10x < 1$$



$$\pm (gx + \frac{3\pi}{4}) = \cos 10x + e^{i\pi n}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha - \cos \beta &= \\ &= \frac{2}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} gx + \frac{3\pi}{4} = \cos 10x + e^{i\pi n} \\ -gx - \frac{3\pi}{4} = \cos 10x + e^{i\pi n} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sin^2(\alpha + \beta) \cdot \sin(\alpha - \beta) &= \\ &= (\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha) / \\ &= (\sin \alpha \cos \beta - \sin \alpha \cos \beta) = \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -x + \frac{3\pi}{4} = 2\pi n \\ -1gx - \frac{3\pi}{4} = 2\pi m \end{cases}$$

$$= \sin^2 \alpha \cos^2 \beta \quad y = \sqrt{a}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{3\pi}{4} - 2\pi n = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ -1gx = \frac{3\pi}{4} + 2\pi m \end{cases}$$

$$x = -|g - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \\ x = \frac{3\pi}{36} + \frac{2\pi k}{1g} \end{cases}$$

$$x_0 = \frac{6 - \sqrt{a}}{1g}$$

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{a} \\ x &= 6 - \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$y = 6 - x$$

$$x = -y + 6 - \sqrt{a}$$

$$\begin{aligned} -\sqrt{2} \cos(gx + \frac{3\pi}{4}) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos gx \cos \frac{3\pi}{4} + \sqrt{2} \sin gx \sin \frac{3\pi}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^{\sqrt{\log_x 2}} &= a \\ \log_x 2 &= \log_x(a) \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+12+15}/4$$

$$= \cos gx + \sin gx$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{S_{O_2BO_1C}}{S}$

$k^2 \neq (R-u)^2 = R^2 - R^2 + 2Ru - u^2$

$2R$

$2R - 2u = -2\cos\alpha R$

$2u - R = \cos\alpha R$

$\cos\alpha = \frac{2u-R}{R}$

$2R^2 \times = 2u$

$x = 2u - R$

$u(2u - R) = k - u$

$u(2u - k) = k - u$

$u(2u - k) = k - u$

$S_{O_2BE} =$

$= (R-u) \frac{1}{2} \cdot 2 \sqrt{R^2 - R^2 + 2Ru - u^2}$

$S_{O_2BE} = \frac{(R-u)}{2} (\sqrt{u(2R-u)})$

$R^2 - (2R-u)(2u-k) = 2\sqrt{Rk-u^2}$

$= R^2 - 4u^2 + 4uk - k^2 =$

$= 4u(uk - u^2) = 2\sqrt{uk-u^2}$

$S_{O_2BE} =$

$= (2k-u) \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \sqrt{uk-u^2} = 2(2k-u) \sqrt{uk-u^2}$

$k^2 + 2u =$

$2k^2 + 2ku - 3u^2 =$

$= k^2 + u^2 - 2\cos\alpha Rk$

$2k - 3u = k - 2\cos\alpha R$

$2k - 3u = k - 2\cos\alpha R$

$$\sqrt{k^2 - uv^2 + a^2k - k^2} =$$

$$R^2 + Rn^2 - 2Rn \cos \alpha = R^2 + n^2 - 2Rn \cos \alpha \quad | : n$$

$$2R - 3u = u - 2R \cos 2$$

$$\Sigma R - q_n = -2R \cos \alpha$$

$$r - R = R \cos 2$$

$$\omega_{sd} = \frac{2\pi \cdot k}{k}$$

$$\frac{2\sqrt{k m h^2}}{R}$$

$$\begin{aligned} \text{So } C_{10} &= \frac{1}{2} k \cdot n \cdot \sin \alpha = \\ &= \underline{k \cdot n \cdot \sqrt{1 - n^2}} \end{aligned}$$

$$= W \sqrt{\frac{R}{R-h^2}}$$

$$S_0, CO_2 B - 2 S \Delta O_1 CO_2 = 2n \sqrt{k_1 k_2 n}$$

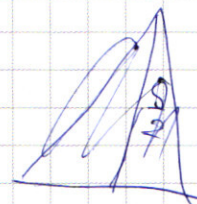
$$\frac{S_{\text{act}}}{S_{\text{BE}}} = 5 = \frac{2n\sqrt{R^2 - n^2}}{2(R-n)\sqrt{R^2 - n^2}}$$

$$\frac{5}{2k-5} = 5$$

$$\frac{R_{an}}{n} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2R}{h} = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}$$

$$\frac{2k}{n} = \frac{2^3}{5}$$



$$S^2 = an^2 + a(Rn - n^2)$$

$$S^2 = \cancel{a^2} + 4b^2 - \cancel{a^2}$$

$$3k = 5k$$

$$25 = 9 \text{ km}$$

$$25 = \frac{9 \cdot 9h^2}{5}$$

~~$$\frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{5}{10} - \frac{6}{10} = -\frac{1}{10}$$~~

$$5 \frac{27}{5} = 5 \frac{27}{5}$$

Handwritten calculation for $\sqrt{55}$:

$$\begin{array}{r} 7.415 \\ 55 \overline{) 55.000} \\ \underline{55} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

$$R = \frac{8.8\sqrt{5}}{5.62}$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{1}{2k-k} = 5$$

2-15

$$\frac{R}{n} = \frac{10-1}{5} = \frac{9}{5}$$

$$g_k = b_k$$

$$p = \frac{95}{15}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\star \cos 9x + \sin 9x = -\sqrt{2} \cos\left(9x + \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\frac{-\sqrt{2} \cos\left(9x + \frac{3\pi}{4}\right)}{\cos 10x} = -\sqrt{2} \cdot 1$$

$$\cos\left(9x + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos 10x$$

$$\begin{cases} 9x + \frac{3\pi}{4} = 10x + 2\pi n \\ n \in \mathbb{Z} \\ -9x - \frac{3\pi}{4} = 10x + 2\pi n \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = +\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \\ x = -\frac{3\pi}{4} + \frac{2\pi n}{19} \\ n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \\ x = -\frac{3\pi}{4} + \frac{2\pi n}{19} \\ n \in \mathbb{Z} \end{cases}$

№5

Найти a : выражения

$$\begin{cases} x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a} & \textcircled{1} \\ (|x| - 2)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Пусть $\sqrt{a} = \sqrt{a}$
 $\sqrt{a} \geq 0$

① $x = -|y - \sqrt{a}| + 6 - \sqrt{a}$

$a = \sqrt{a}$ — точка смены знака

$x(\sqrt{a}) = 6 - \sqrt{a}$

$\begin{cases} a = \sqrt{a} \\ x = 6 - \sqrt{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{a} \\ x = 6 - \sqrt{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{a} \\ x = 6 - \sqrt{a} \end{cases}$

$y = 6 - x$ — все точки смены знака

$$1) y \geq \sqrt{a} \Rightarrow x = -y + \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a}$$

$$x = -y + 6$$

$$2) y \leq -\sqrt{a} \Rightarrow$$

$y = 6 - x$ — совпадает с линией тенью
точек, имеет
значение

$$x = y - \sqrt{a} + 6 - \sqrt{a}$$

$$x = y - 2\sqrt{a} + 6$$

$$x - 6 + 2\sqrt{a} = y \quad \text{— прямая перпендикулярная}$$

$$y = 6 - x, \text{ и.ч.}$$

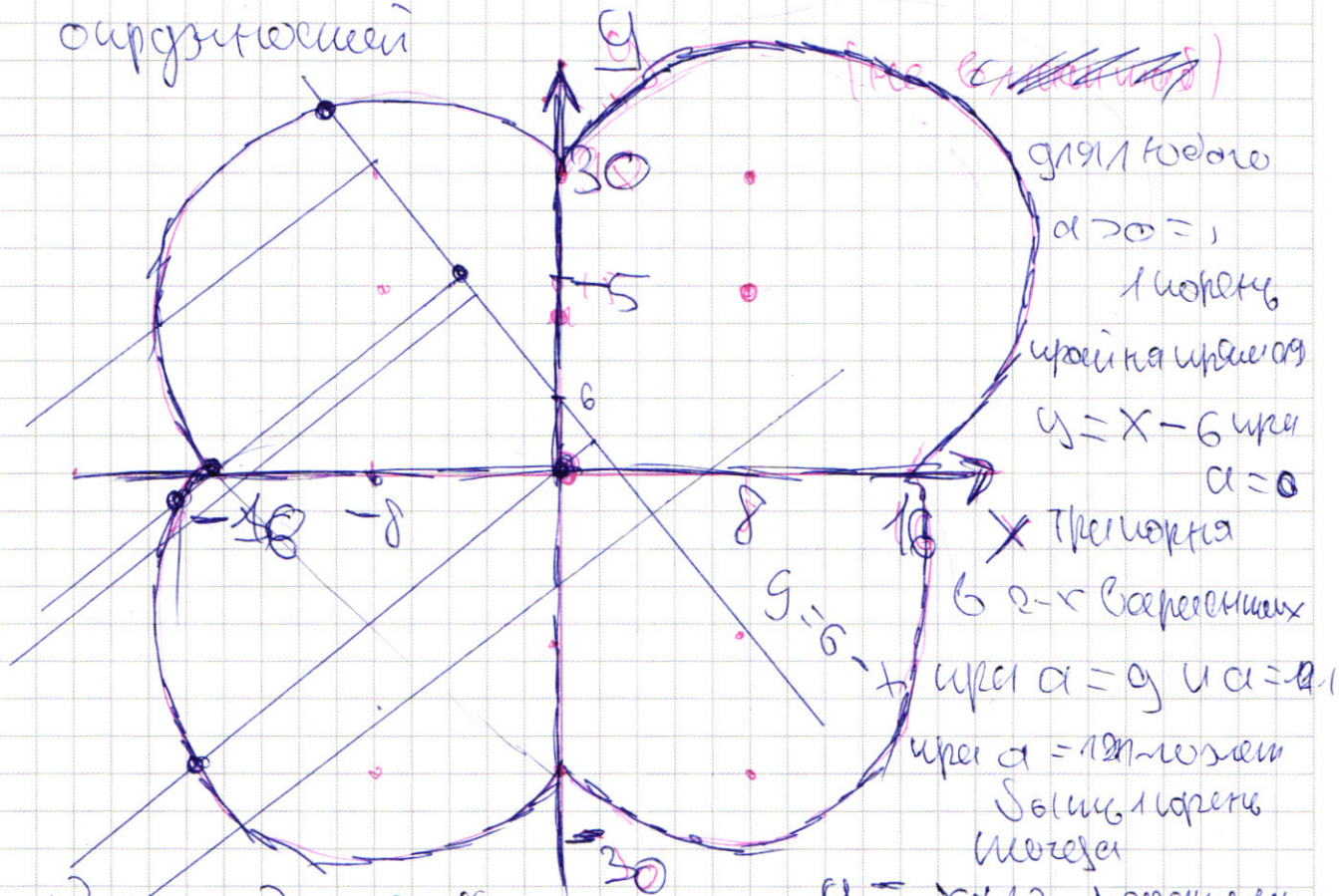
$$-1 \cdot 1 = -1$$

$$\textcircled{2} (|x-8|)^2 + (|y-15|)^2 = 289$$

точки имеют значения:

$$(0; 0); (16; 0); (-16; 0); (0; 30); (0; -30)$$

всю очередь точки пересечения
определяющей

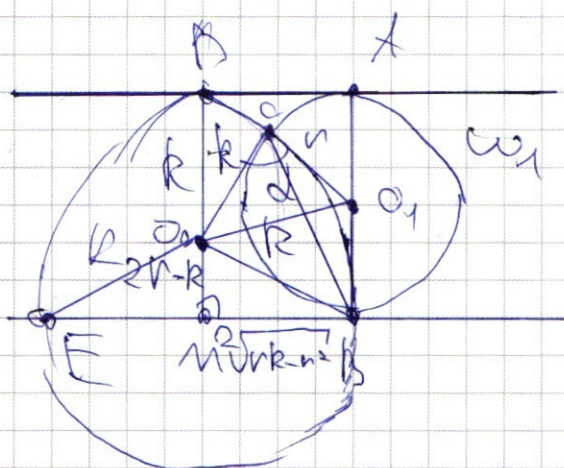


$$(x+8)^2 + (y+15)^2 = 17^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Решение

Orbiter: $a = g, a = 101$
No 5



$$\underline{SO_2CO_2H} = 5$$

$$\text{SnO}_2\text{En}$$

$$\frac{R}{r} = ?$$

Asp 55

R. 7

h

Феномен

$$S_A F O_2 B = 2(2r-k) \sqrt{rk - n^2}$$

$$\text{SO}_2\text{CO}_2\text{B: } 2\text{SO}_2\text{O}_2\text{O}_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \text{ vksind}$$

$$O_1 O_2^2 = (k-n)^2 + 4(k-n^2) = 2k^2 + 2kn - 5n^2$$

$$\Delta CO_2: k^2 + 2kn - n^2 = k^2 + n^2 - 2kn \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2r - k}{R}$$

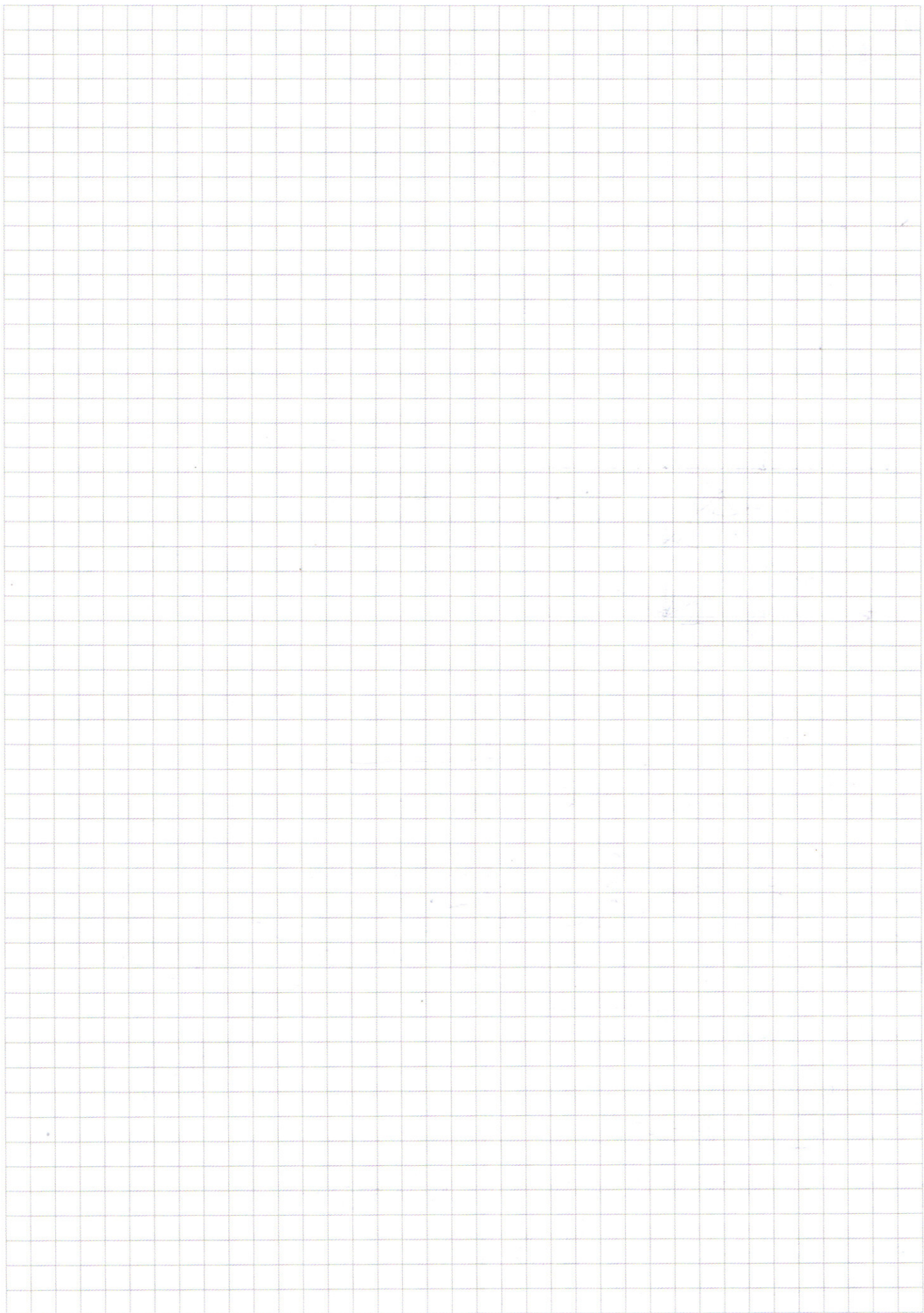
$$S_0 c_0 \beta = \pm n \sqrt{k v - n^2}$$

$$\sin \alpha = \frac{2 \sqrt{Rn - nr^2}}{R}$$

$$S = \frac{N}{2k - N} \quad (\Rightarrow) \frac{k}{N} = \frac{g}{g-1}$$

$$d) b^2 = a(rk - r^2) + 4h^2 = 4kh = g^2,$$

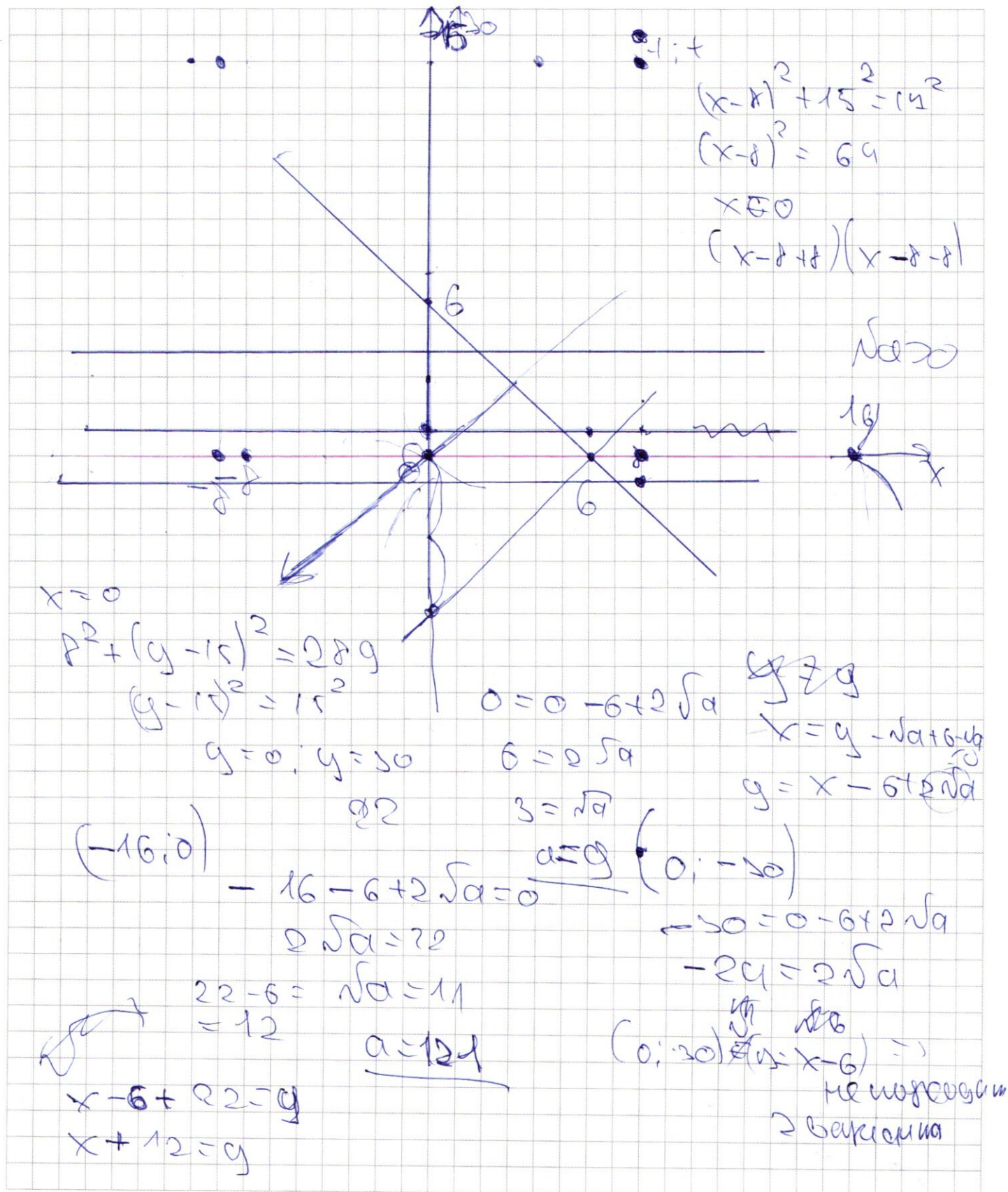
$$\Rightarrow \underline{V = \frac{5\sqrt{5}}{6}} \quad \underline{R = \frac{3\sqrt{5}}{2}}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$P = P_{52} + P_{53} + P_{54} \dots + P_{80} = \left(\frac{1}{2}\right)^{52} + \left(\frac{1}{2}\right)^{53} + \left(\frac{1}{2}\right)^{54} \dots \left(\frac{1}{2}\right)^{80}$$

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

$$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$b_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{52}$$

$$n = 29$$

$$S_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{52} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{29} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{52} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2}^{29}}{\frac{1}{2}} =$$

$$S_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{52} \frac{1 - \frac{1}{2}^{29}}{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{52} \cdot \frac{1 - \frac{1}{2}^{29}}{\frac{1}{2}} =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{51} \cdot (1 - \frac{1}{2}^{29})$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{1}{2} \frac{1 - (\frac{1}{2})^4}{1 - \frac{1}{2}} =$$

$$P - Q = \left(\frac{1}{2}\right)^{52} (1 - (\frac{1}{2})^{29}) - (1 - (\frac{1}{2})^{29}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - (\frac{1}{2})^{29}}{\frac{1}{2}} =$$

$$= (1 - (\frac{1}{2})^{29})$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{52} - 1$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\right)^{52} + \left(\frac{1}{2}\right)^{51} + \left(\frac{1}{2}\right)^{50} - 1$$

№2

$$\frac{\cos 5x + \sin 5x}{\cos 5x - \sin 5x} = -\sqrt{2}$$

$$\frac{(\cos 5x \cos 5x + \cos 5x \sin 5x + \sin 5x \cos 5x - \sin 5x \sin 5x)}{\cos 10x}$$

$$= -\sqrt{2}$$

$$\frac{\cos 5x + \sin 5x}{\cos 10x} = -\sqrt{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p - q = \left(\frac{1}{2}\right)^{52} \left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{29} - 1}{\frac{1}{2} - 1} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{29} - 1}{\frac{1}{2} - 1} \right) =$$

$$= \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{52} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{29}}{1/2} \right) - \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{52} - \frac{1}{2} \right) \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{29} \right) / 2 =$$

$$p = \left(\frac{1}{2}\right)^{51} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{29} - 1}{\frac{1}{2} - 1} \right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{51} \cdot q$$

$$p - q = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{51}\right) q$$

$$p - q = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{51} - 1 \right) \frac{1}{2} \left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{29} - 1}{\frac{1}{2} - 1} \right) = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{51} - 1 \right) \left(\frac{1}{2} - 1 \right) =$$

$$= \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{50} - \left(\frac{1}{2}\right)^{51} - \left(\frac{1}{2}\right)^{29} + 1 \right)$$

cos

$$\cos(5x) \cos(5x) + \cos(5x) \sin(5x)$$

$$\cos(5x) \sin(5x) - \sin(5x)$$

$$\cos(5x) + \sin(5x)$$

$$\cos a + \sin a = A \cos(a + \varphi)$$

$$\cos 10x$$

$$A \cos(a + \varphi) =$$

$$A \cos a \cos \varphi - \sin a \sin \varphi$$

$$-\sqrt{2} \cos\left(a + \frac{3\pi}{4}\right) =$$

$$A = \sqrt{2}$$

$$\cos \varphi = -\sin \varphi$$

$$= \sqrt{2} \cos a \cos \frac{3\pi}{4} + \sqrt{2} \sin a \sin \frac{3\pi}{4} =$$

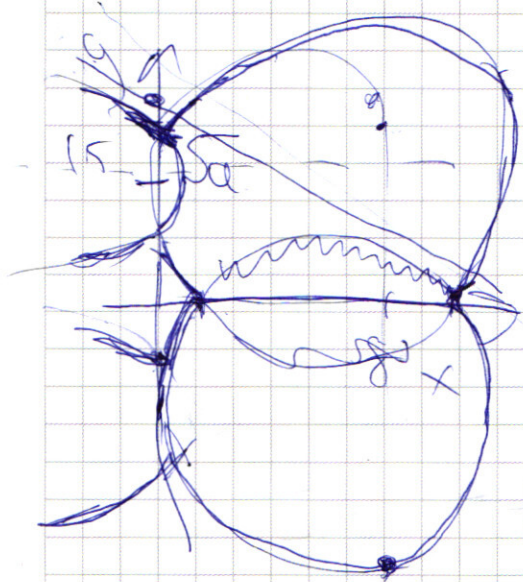
$$\varphi = -\frac{\pi}{4}$$

$$= -\sqrt{2} \cos a \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \sqrt{2} \sin a \sin \frac{3\pi}{4} = \cos a + \sin a$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{4}$$

$$\cos 5x - \sin 5x / (\cos 5x + \sin 5x) =$$

$$= \cos^2 5x - \sin^2 5x = \cos 10x$$



$$y < 0; x > 0$$

$$(x-8)^2 + (y+15)^2 = 14^2$$

$$y=0 \quad (x-8)^2 = 14^2$$

$$15+15=30$$

$$|x-8|=14$$

$$x-8=14$$

$$x=14+8=22$$

$$0.32 \quad (17+15)(15-15) =$$

$$x=0; x=$$

$$x=25$$

$$-x+8=14$$

$$-x=-6$$

$$x = -|y-15| + 8 - \sqrt{14^2 - y^2}$$

$$-y$$

$$x+8+\sqrt{14^2 - y^2} = -|y-15| + 8 - \sqrt{14^2 - y^2}$$

$$y \geq 15$$

$$x+8+\sqrt{14^2 - y^2} = -|y-15| + 8 - \sqrt{14^2 - y^2}$$

$$x+8=y$$

$$y = -x+8$$

$$x = y+8$$

$$x+8+\sqrt{14^2 - y^2} = y$$

$$y = |x+1| - 1$$

$$x \geq -1 \quad y = x+1-1-x$$

$$x \leq -1 \quad y = -x-2$$

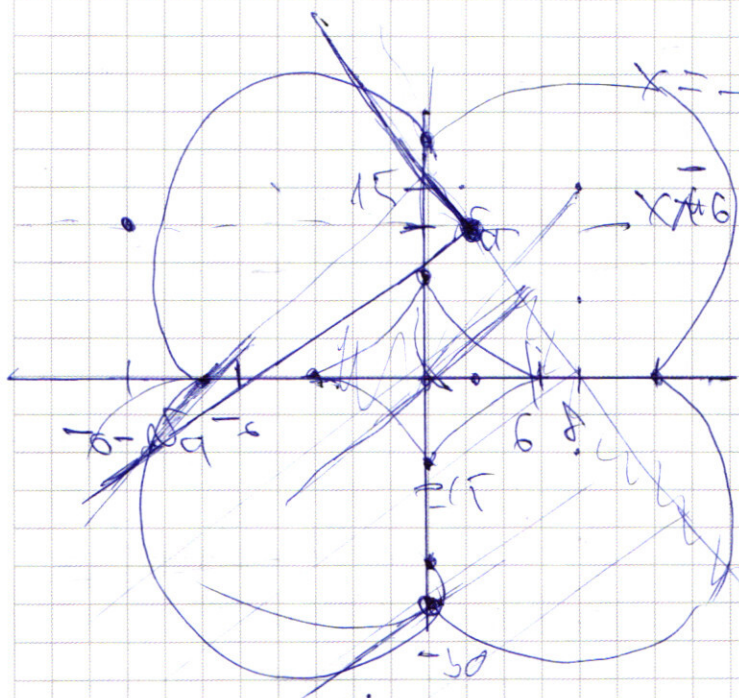
$$y = x-6+2\sqrt{14^2 - (x-6)^2}$$

$$-x+6 = x-6+2\sqrt{14^2 - (x-6)^2}$$

$$-2x-12 = 2\sqrt{14^2 - (x-6)^2}$$

$$-x-6 = \sqrt{14^2 - (x-6)^2}$$

$$x = -6 - \sqrt{14^2 - (x-6)^2}$$



$$x = -|y-15| + 8 - \sqrt{14^2 - y^2}$$

$$y = 15$$

$$x+8+\sqrt{14^2 - y^2} = y$$

$$\forall \sqrt{14^2 - y^2}, y \geq 15 \Rightarrow$$

$$y^2 = 15^2 = 225$$

$$y = 15$$

$$y = 15$$

$$y = 15$$

$$y = 15$$

$$y = 15$$

$$y = 15$$

$$y = 15$$

$$y = 15$$

$$x = y - \sqrt{14^2 - y^2} = -y + \sqrt{14^2 - y^2}$$

$$x - 6 + 2\sqrt{14^2 - y^2} = y \quad y = -x + 6$$

$$(\sqrt{14^2 - y^2}; 6 - \sqrt{14^2 - y^2})$$

$$y = \sqrt{14^2 - y^2}$$

$$x = 6 - \sqrt{14^2 - y^2}$$

$$\sqrt{14^2 - y^2} = -x + 6$$

$$x = 6 - \sqrt{14^2 - y^2}$$

$$x = 6 - y$$