

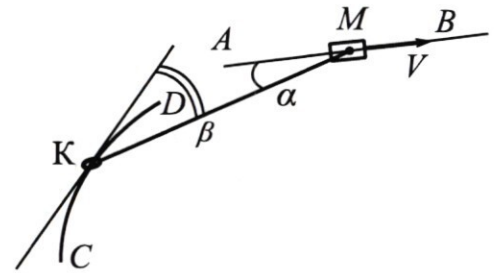
# Олимпиада «Физтех» по физике, 4

Класс 11

## Вариант 11-03

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Муфту М двигают со скоростью  $V = 34$  см/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой  $m = 0,3$  кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом  $R = 0,53$  м. Кольцо и муфта связаны легкой нитью длиной  $l = 5R/4$ . Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент нить составляет угол  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 15/17$ ) с направлением движения муфты и угол  $\beta$  ( $\cos \beta = 3/5$ ) с направлением движения кольца.



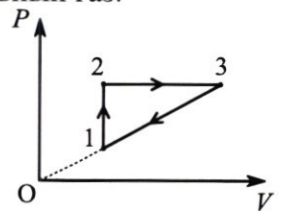
- 1) Найти скорость кольца в этот момент.
- 2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
- 3) Найти силу натяжения нити в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления  $P$  от объема  $V$  (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.

1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило повышение температуры газа.

2) Найти в изобарном процессе отношение изменения внутренней энергии газа к работе газа.

3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.



3. Обкладки конденсатора – круглые металлические сетки, радиус обкладок намного больше расстояния  $d$  между обкладками. Из точки, находящейся между обкладками на оси симметрии на расстоянии  $0,3d$  от отрицательно заряженной обкладки стартует с нулевой начальной скоростью отрицательно заряженная частица и вылетает из конденсатора перпендикулярно обкладкам со

скоростью  $V_1$ . Удельный заряд частицы  $\frac{|q|}{m} = \gamma$ .

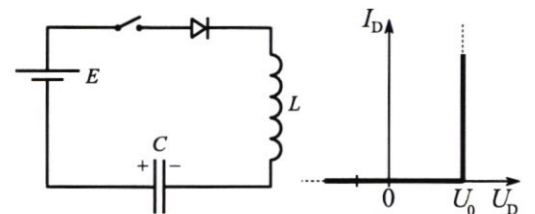
- 1) Через какое время  $T$  частица будет находиться на одинаковых расстояниях от обкладок?
- 2) Найдите величину  $Q$  заряда обкладок конденсатора.
- 3) С какой скоростью  $V_2$  будет двигаться частица на бесконечно большом расстоянии от конденсатора?

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника  $E = 6$  В, конденсатор емкостью  $C = 40$  мкФ заряжен до напряжения  $U_1 = 2$  В, индуктивность идеальной катушки  $L = 0,1$  Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке,

пороговое напряжение диода  $U_0 = 1$  В. Ключ замыкают.

- 1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
- 3) Найти установившееся напряжение  $U_2$  на конденсаторе после замыкания ключа.

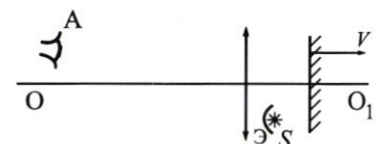


5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием  $F$ , плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника  $S$  может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси  $OO_1$  линзы. Источник  $S$  находится на расстоянии  $3F/4$  от оси  $OO_1$  и на расстоянии плоскости  $F/4$  от линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью  $V$  вдоль оси  $OO_1$ . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии  $3F/4$  от линзы.

1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?

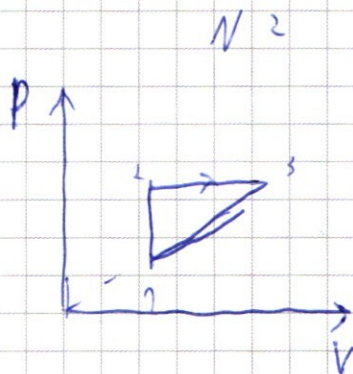
2) Под каким углом  $\alpha$  к оси  $OO_1$  движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)

3) Найти скорость изображения в этот момент.





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) повышение температуры было на участках 12 и 23.

12 - изохора; 23 - изобара; на 31 охлаждение.

ответ  $\frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3}$

2)  $A_{23} = p_2 \cdot (V_3 - V_2)$

$p_3 V_3 - p_2 V_2 = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) = \frac{3}{2} p_2 (V_3 - V_2) \Rightarrow$

$\Rightarrow$  ответ  $\frac{V_3 - V_2}{A_{23}} = \frac{2}{3}$

( $p_i$  и  $V_i$  - характеристика  
в точках  
 $A_{23}$  - работа изохоры 23)

3) работа  $A$  газа за цикл равна площади внутри контура графика в  $pV$  координатах.

$A = \frac{1}{2} (V_3 - V_2) (p_2 - p_1)$

( $Q_{12}$  - ответ на 12)

$Q_{12} = \frac{3}{2} V_1 (p_2 - p_1)$

$Q_{23} = \frac{3}{2} p_2 (V_3 - V_2) + p_2 (V_3 - V_2) = \frac{5}{2} p_2 (V_3 - V_2) \Rightarrow$

N 2

$$\Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{(p_2 - p_1)(V_3 - V_2)}{5(V_3 - V_2)p_2 + 3V_1(p_2 - p_1)}$$

м.к на 1, 3  $p_2 V$  ;  $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_3}{V_3} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow V_3 = \frac{p_2}{p_1} V_1$  *выставляем:*

$$\eta = \frac{(p_2 - p_1) \left( \frac{p_2}{p_1} - 1 \right) V_1}{5 p_2 V_1 \left( \frac{p_2}{p_1} - 1 \right) + 3 V_1 (p_2 - p_1)} = \frac{p_2 (p_2 - p_1)}{5 p_2 + 3 p_1}$$

$$\eta'(p_2) = \frac{(5 p_2 + 3 p_1) - (p_2 - p_1) \cdot 5}{(5 p_2 + 3 p_1)^2} = \frac{3 p_1 + 8 p_2}{(5 p_2 + 3 p_1)^2} > 0$$

монотонно возрастает  $\Rightarrow \eta_{\max}$  ~~достигается при  $p_2 \rightarrow p_1$~~  при  $p_2 \rightarrow +\infty$

~~$p_2 = p_1 + \Delta p$~~

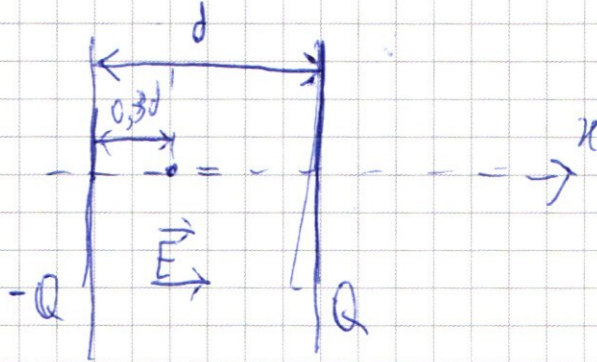
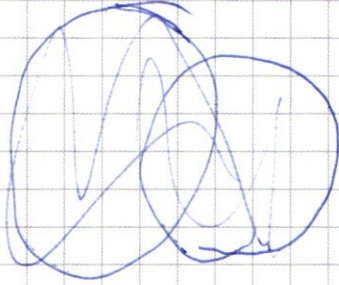
~~$\eta = \frac{\Delta p}{5 \Delta p}$~~

$$\eta_{\max} = \lim_{p_2 \rightarrow +\infty} \frac{p_2 - p_1}{5 p_2 + 3 p_1} = \frac{1}{5}$$

ответ  $\frac{1}{5}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3



S - площадь обкладок

$$\vec{E} = \frac{Q}{S \epsilon_0}$$

по з.о.т:  $\frac{m v_1^2}{2} = E |q| \cdot 0,7d \Rightarrow \frac{m v_1^2}{2} = \frac{Q}{S \epsilon_0} \cdot 0,7d$

1)  $\dot{x} = v = \frac{Q}{S \epsilon_0} \cdot |q| = \frac{v_1^2}{2 \cdot 0,7d} |q| \Rightarrow \frac{v_1^2}{2} = \dot{x} \cdot 1,4d$

за T пройдя  $0,2d \Rightarrow 0,2d = \frac{\dot{x} T^2}{2} \Rightarrow T = \sqrt{0,4 \dot{x}} = \frac{v_1^4}{\sqrt{1,4}} \approx \frac{v_1}{2}$

2)  $Q = \frac{v_1^2 \epsilon_0 S}{1,4d}$

3) Когда заряд окажется в центре конденсатора его потенциальная будет равна 0, т.к.  $\forall dq$  на одной обкладке будет  $E - dq$  центрально симметричный и сумма потенциалов этих 0.

N3

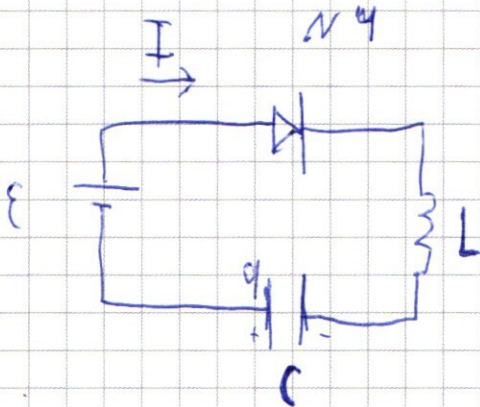
⇒ то ж, с. э. у частицы  
 скорость  $v_2$  будет в центре конденсатора

$$\frac{mv_2^2}{2} = |q| E \cdot 0,2 \text{ д}$$

$$v_2 = \sqrt{0,4 \text{ д} \cdot \left( \frac{Q}{S \epsilon_0} \right)} = \sqrt{\frac{0,4 \text{ д}}{S \epsilon_0} \cdot \left( \frac{v_1^2 \epsilon_0 S}{0,2 \text{ д}} \right)} =$$

$$= v_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{7}} \approx \underline{\underline{0,9 v_1}}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$q$  - заряд конденсатора

изначально

$$1) \frac{dI}{dt} L = \varepsilon - U_0 + U_1 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon + U_1 - U_0}{L} = \frac{7}{0,7} \text{ кВ/с} = 70 \text{ кВ/с}^2$$

2) ток станет максимальным когда  $\frac{dI}{dt}$  станет = 0  
впервые (максимум ~~а энергия уже уходит~~ ~~который только~~).

$$\varepsilon = U_0 + \frac{q_2}{C} \Rightarrow q_2 = C(U_0 - \varepsilon)$$

$$\text{по з. с. э. : } \int (U_1 - q_2) = \frac{I^2 L}{2} + \frac{q_2^2}{2C} - \frac{U_1^2 C}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I^2 L = \int (U_1 - C(U_0 - \varepsilon)) - \frac{(U_0 - \varepsilon)^2 C}{2} + \frac{U_1^2 C}{2}$$

$$I = \sqrt{\frac{2(\varepsilon - U_0)(U_1 C - C(U_0 - \varepsilon)) - (U_0 - \varepsilon)^2 C + U_1^2 C}{2L}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 5 (2 - (-5)) - 25 + 4}{0,7 \cdot 2} \cdot 4 \cdot 10^{-6}} \text{ А} = \sqrt{49 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= \sqrt{2} \cdot 7 \text{ мА} \approx 10^{-2} \text{ А} \quad - \text{максимальный ток}$$

3) т.к. ~~уже~~  $\varepsilon > U_0$ , а в итоге ток будет равен 0  
 (иначе не установившееся)  $\Rightarrow q_3 < 0$  на конденсаторе в этот  
 момент  $\frac{dI}{dt} = 0$  (установившееся).

после ~~раз~~ замыкания ключа  $q > 0$  только на  
 первом интервале времени (дроссель не даст  
 перезарядиться в другую сторону).

$$\text{по з.с. } \varepsilon: (\varepsilon - U_0)(CU_1 - q_3) = \frac{q_3^2}{2C} - \frac{U_1^2 C}{2} \Rightarrow$$

$$U_2 = \frac{q_3}{C}$$

$$\Rightarrow (\varepsilon - U_0)(U_1 - U_2) = \frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} = \frac{1}{2}(U_2 - U_1)(U_2 + U_1) \Rightarrow$$

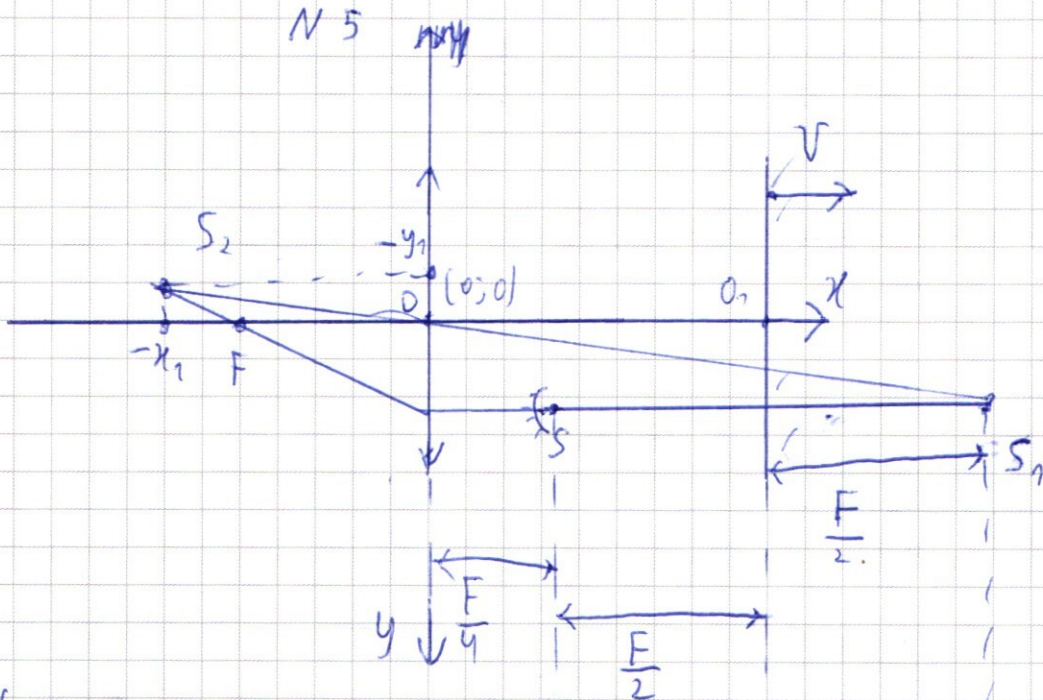
$$\Rightarrow U_1 + U_2 = -2(\varepsilon - U_0)$$

$$U_2 = -2(\varepsilon - U_0) - U_1 = -12\text{ В} \quad (\text{знак - из за ориентации})$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)



Наблюдатель видит изображение в линзе от изобр.  $S_1$  - ~~отраженное~~ отражение  $S$  в зеркале

~~$S_1(x_1; y_1)$~~   $(x; y$  - координаты точки  $S_1$ )

$$x_1(t) = \frac{5}{4}F + 2vt \quad (\text{изначально } t=0)$$

$$y = \frac{3}{4}F$$

$(-x_1; -y_1$  - координаты изобр.  $S_2$    
 после прохождения лучей через линзу)

по формуле тонкой линзы;  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{F}$

1) наблюдатель увидит изобр. если будет не дальше чем на  $x_1$  к линзе:  $x_1 = \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{x}\right)^{-1} = \frac{xF}{x-F}$

ответ:  $\frac{5}{4}F$

$$x_1(0) = \frac{\frac{5}{4}F}{\frac{5}{4}F - F} = 5F$$

N5

- 2) из погодия  $\Delta$  с  $S_2$  и  $S_1$  частото
- 3)  $O_1$  и  $S_1$  частото  $O_1$  ( $S_2$  и  $S_1$  - широтенузи):

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x}{y} = \frac{\frac{5}{4}F + 2vt}{\frac{3}{4}F} = \frac{5}{3} + \frac{8v}{3F}t$$

$$x_1 = \frac{x F}{x - F} = \frac{(\frac{5}{4}F + 2vt)F}{\frac{F}{4} + 2vt} \Rightarrow y_1 = \frac{x_1 \cdot y}{x} = \frac{(\frac{5}{4}F + 2vt)F \cdot \frac{3}{4}F}{(\frac{F}{4} + 2vt)(\frac{5}{4}F + 2vt)}$$

$$= \frac{3F^2}{F + 8vt}$$

в моменте  $t=0$ 

$$|v| = \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} ; \operatorname{tg} \alpha = \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{\frac{dy_1}{dt}}{\frac{dx_1}{dt}}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{2vF - F\left(\frac{5}{4}F + 2vt\right)(2v)}{\left(\frac{F}{4} + 2vt\right)^2} = \frac{2vF^2 - 5F^2 \cdot 2v}{\left(\frac{F}{4}\right)^2} \quad (\text{при } t=0)$$

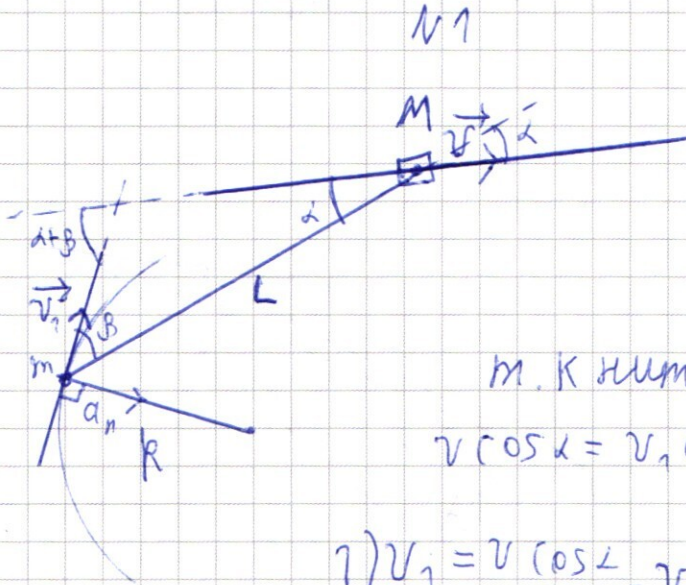
$$= v(8 - 40) = -32v$$

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{-3F^2(8v)}{(F + 8vt)^2} \quad (\text{при } t=0) = -24v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} ; |v| = \sqrt{24^2 + 32^2} v =$$

$$= 8v \sqrt{9 + 16} = 40v$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$v = 34 \text{ см/с}$$

м. к нить невтяжима и нерастяжима;

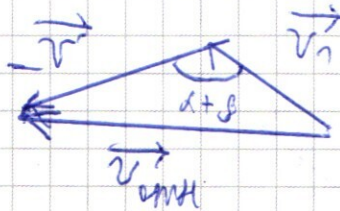
$$v \cos \alpha = v_1 \cos \beta \quad \left( \begin{array}{l} \text{проекция концевых} \\ \text{на её ось равны} \end{array} \right)$$

$$1) v_1 = \frac{v \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{34 \cdot 0.75}{0.8} = \frac{25.5}{0.8} = 31.875 \text{ см/с} \approx 32 \text{ см/с}$$

$v_1$  - скорость конца в этот момент

$$2) \vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_1 - \vec{v}$$

( $v_{\text{отн}}$  - искомая отн. скорость)



по теореме косинусов:

$$v_{\text{отн}} = \sqrt{v_1^2 + v^2 - 2v_1 v \cos(\alpha + \beta)}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{4}; \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{4}{4} = 1$$

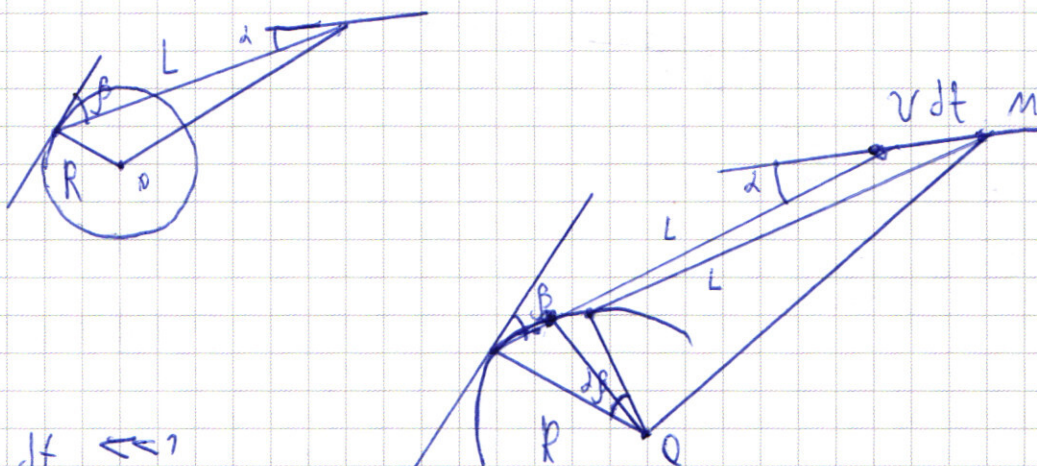
$$\cos \beta = \frac{3}{5}; \quad \sin \beta = \frac{4}{5}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} - 1 \cdot \frac{4}{5} = \frac{9}{20} - \frac{16}{20} = -\frac{7}{20}$$

$$v_{\text{отн}} = \sqrt{\frac{v_1^2}{\cos^2 \beta} + v^2 - 2 \frac{v_1 v}{\cos \beta} \cdot \cos(\alpha + \beta)} = \sqrt{\frac{31.875^2}{0.64} + 34^2 - 2 \cdot \frac{31.875 \cdot 34}{0.8} \cdot (-\frac{7}{20})} = \sqrt{4525 - \frac{4500}{5}} = \dots$$

$$= \sqrt{3625} = 5 \cdot \sqrt{29 \cdot 5} \text{ см/с} \approx 60 \text{ см/с}$$

3) рассмотрим через малый промежуток времени  $\Delta t$



$$d\beta = \frac{v_1}{R} dt \ll 1$$

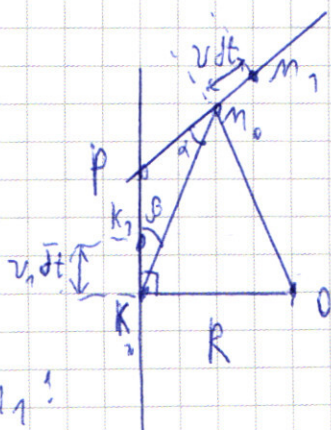
начальное расстояние <sup>OM</sup> между M и O (O - центр окруж.)  
по теореме косинусов для  $\Delta KMO$ :

$$OM^2 = L^2 + R^2 - 2RL \cos(90^\circ - \beta) = R^2 \left( \frac{25}{16} + 1 - \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow OM(t_0) = \frac{5}{4} R = L$$

↑  
в нач. момент.

M и K переместились в  $K_1$  и  $M_1$



по теореме sin для  $\Delta K_1PM_1$ :

$$\frac{K_1M_1}{\sin(\pi - \beta - \alpha)} = \frac{PK_1}{\sin \angle PM_1K_1} = \frac{PM_1}{\sin \angle PK_1M_1} = \frac{4.5 R}{4.5 \sin(\alpha + \beta)} =$$

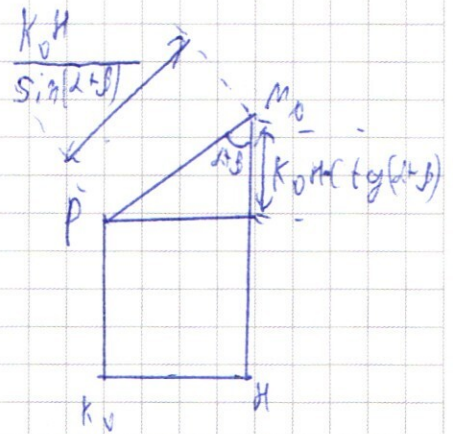
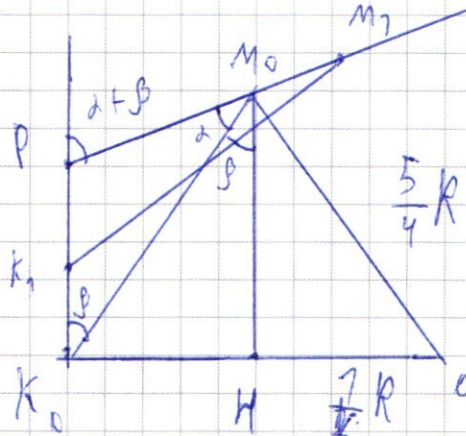
$$= \frac{R \cdot 2.5}{4 \sqrt{24}}$$

по теореме Пифагора: вылет из  $M_0$  на  $K_1O$   
равна  $\sqrt{\frac{25}{16} - \frac{1}{4}} R = \frac{3\sqrt{24}}{4} R$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Основание высоты



$$K_0 P = M_0 H - K_0 H \cdot \cot(\alpha + \beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$K_0 P = \left( \frac{\sqrt{24}}{4} - \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{24}} \right) R \quad P M_0 = \frac{K_0 H}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{7}{\frac{\sqrt{24}}{5}} = \frac{5}{\sqrt{24}} R$$

подставим в теор. косин:

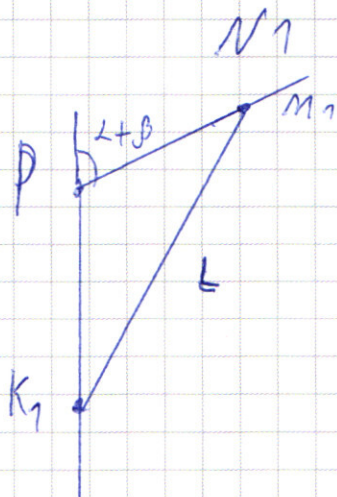
$$\frac{P P_0 M_0 + v dt}{\sin \angle P K_1 M_1} = \frac{R \cdot 25}{4 \sqrt{24}} = \frac{20R + v dt - 4 \sqrt{24}}{4 \sqrt{24}} = \sin \angle P K_1 M_1$$

$$\frac{P K_0 + v dt}{\sin \angle P M_1 K_1} = \left( \frac{\sqrt{24}}{4} - \frac{7}{\sqrt{24}} \right) R + v dt$$

$$\frac{R \cdot 25}{4 \sqrt{24}} \cdot \sin \angle P M_1 K_1 = \frac{R \cdot 25}{4 \sqrt{24}}$$

$$T \cos \beta = \frac{dv_1}{dt} \text{ м/с}$$

к вет. трения



по теореме косинусов для  $\Delta PM_1K_1$  и  $\Delta PM_0K_0$ :

$$L^2 = PM_0^2 + PK_0^2 + 2PK_0 \cdot PM_0 \cos(\alpha + \beta)$$

$$L^2 = (PM_0 + v dt)^2 + (PK_0 - v_1 dt)^2 + 2(PK_0 - v_1 dt)(PM_0 + v dt) \cos(\alpha + \beta)$$

$$0 = 2PM_0 \cdot v dt - 2PK_0 v_1 dt + 2 \cos(\alpha + \beta) (PK_0 v dt - PM_0 v_1 dt)$$

$$v (2PM_0 + \cos(\alpha + \beta) PK_0) = v_1 (PK_0 + PM_0 \cos(\alpha + \beta))$$

~~$$v \left( \frac{5}{\sqrt{24}} + \frac{7}{5} \left( \frac{3}{4} - \frac{7}{\sqrt{24}} \right) \right) = 2v_1$$~~

$$v_1 = v \left( \frac{5PM_0 + PK_0}{5PK_0 + PM_0} \right) \quad \text{гидр. по dt}$$

$$\frac{dv_1}{dt} = v \left( \frac{(5v - v_1)(5PK_0 + PM_0) - (5PM_0 + PK_0)(-5v_1 + v)}{(5PK_0 + PM_0)^2} \right) \Rightarrow$$

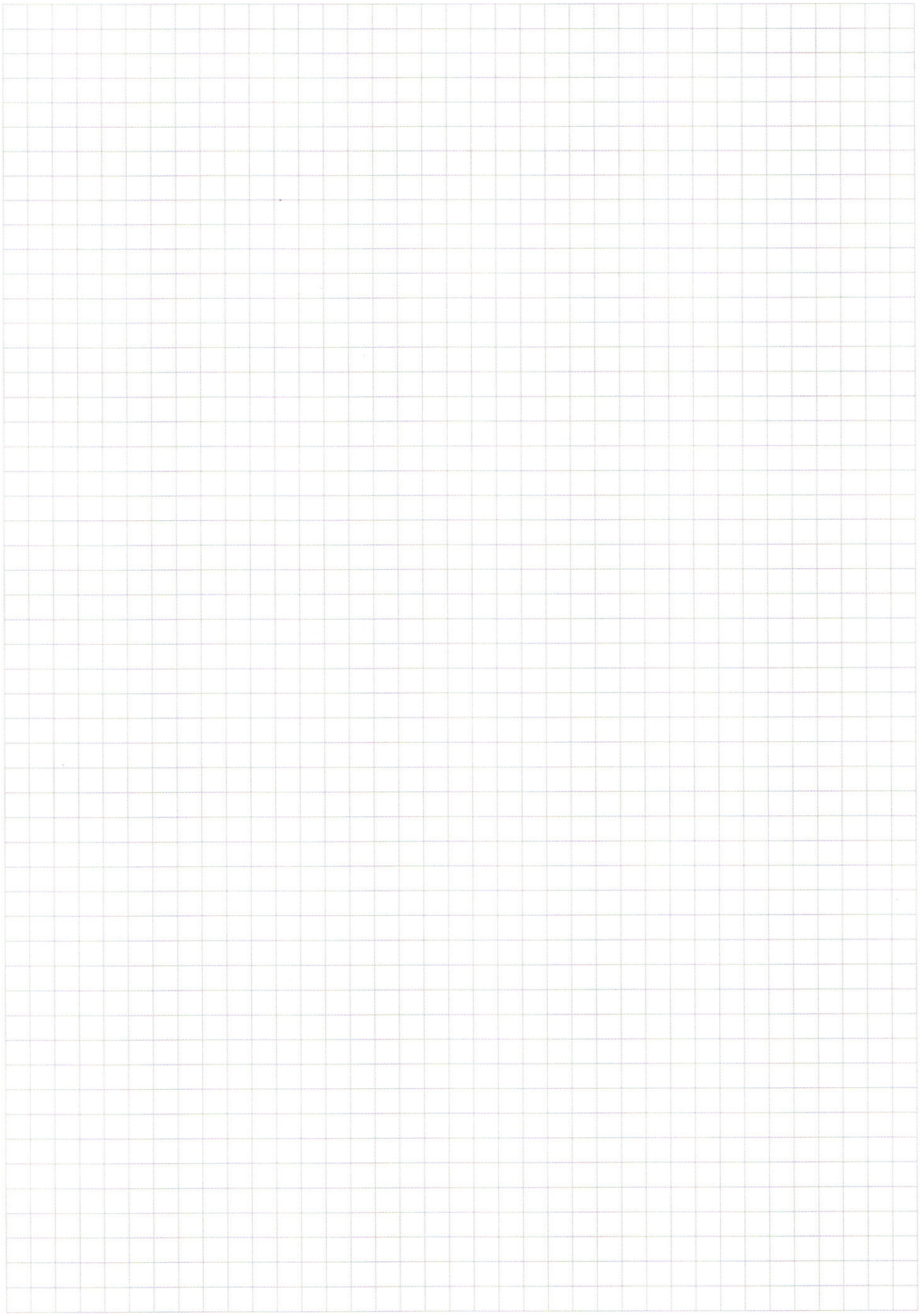
$\frac{T \cos \beta}{m}$

$$\Rightarrow T = \frac{v m}{\cos \beta} \left( \frac{(5v - v_1)(5PK_0 + PM_0) - (5PM_0 + PK_0)(v - 5v_1)}{(5PK_0 + PM_0)^2} \right)$$

(если из этого найдем)  
подставим

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} T &\approx 0,34 \cdot 0,3 \left( \frac{2,05 \cdot \left(\frac{19}{4}\right) - \left(\frac{23}{4}\right) \cdot (-175)}{0,53 \cdot \left(\frac{19}{4}\right)} \right) \text{ Н} \approx \\ &\approx 0,79 \frac{(2,05 \cdot 19 - 7,75 \cdot 23)}{0,53 \cdot 19} \approx \frac{38,95 - 38,25}{3 \cdot 19} \approx \frac{0,7}{3 \cdot 19} \approx 0,01 \text{ Н} \end{aligned}$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten mathematical work on grid paper:

- Top Left:** A vertical multiplication of 77 by 77, resulting in 5929.
- Top Middle:** A vertical multiplication of 45 by 45, resulting in 2025.
- Top Right:** A geometric diagram showing a circle with several lines and points, possibly related to tangents or secants.
- Middle Left:** A vertical multiplication of 45 by 50, resulting in 2250.
- Middle Middle:** A calculation showing  $\frac{4}{49} \approx 0,08$  and the number 900.
- Middle Right:** A right-angled triangle with legs of length 7 and 5, and a hypotenuse of length 7. Next to it is the calculation  $\frac{25}{16} - 7 = \frac{9}{16}$ .
- Bottom Left:** A vertical long division of 3525 by 5, resulting in 705.
- Bottom Middle:** A vertical long division of 3625 by 75, resulting in 48.
- Bottom Left Diagram:** A right-angled triangle with a vertical leg labeled 'd', a horizontal leg labeled 'r', and a hypotenuse labeled  $\sqrt{d^2 + r^2}$ .
- Bottom Middle Diagram:** A complex geometric diagram involving a circle and several intersecting lines.
- Bottom Right Diagram:** A geometric diagram showing a circle with lines passing through it, possibly illustrating a property of tangents or secants.

250

Рк  $\frac{3}{4}$

Рм 1

$$\begin{array}{r}
 \times 205 \\
 \hline
 79 \\
 10 \\
 \hline
 38 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 775 \\
 \hline
 23 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 741 \\
 775 \\
 \hline
 3825
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \times 23 \\
 \hline
 747
 \end{array}$$

750