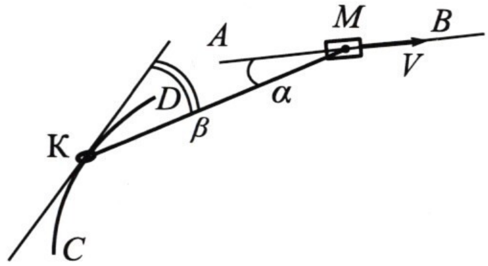
Класс 11

Олимпиада «Физтех» по физике,
Вариант 11-03

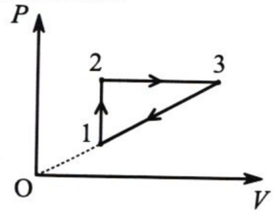
Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вложенного задания не проверяются.

1. Муфту М двигают со скоростью $V = 34$ см/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой $m = 0,3$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 0,53$ м. Кольцо и муфта связаны легкой нитью длиной $l = 5R/4$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент нить составляет угол $\alpha (\cos\alpha = 15/17)$ с направлением движения муфты и угол $\beta (\cos\beta = 3/5)$ с направлением движения кольца.



1) Найти скорость кольца в этот момент.
2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
3) Найти силу натяжения нити в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.



1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило повышение температуры газа.
2) Найти в изобарном процессе отношение изменения внутренней энергии газа к работе газа.
3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.

3. Обкладки конденсатора – круглые металлические сетки, площадью S радиус обкладок намного больше расстояния d между обкладками. Из точки, находящейся между обкладками на оси симметрии на расстоянии $0,3d$ от отрицательно заряженной обкладки стартует с нулевой начальной скоростью отрицательно заряженная частица и вылетает из конденсатора перпендикулярно обкладкам со скоростью V_1. Удельный заряд частицы $\dfrac{|q|}{m} = \gamma$.

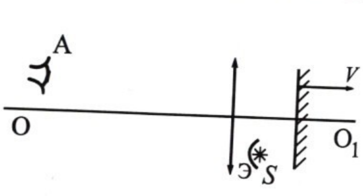
1) Через какое время T частица будет находиться на одинаковых расстояниях от обкладок?
2) Найдите величину Q заряда обкладок конденсатора.
3) С какой скоростью V_2 будет двигаться частица на бесконечно большом расстоянии от конденсатора?

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 6$ В, конденсатор емкостью $C = 40$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 2$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0,1$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В. Ключ замыкают.

1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.

5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F, плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO$_1$ линзы. Источник S находится на расстоянии $3F/4$ от оси OO$_1$ и на расстоянии плоскости $F/4$ от линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO$_1$. В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $3F/4$ от линзы.



1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
2) Под каким углом α к оси OO$_1$ движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
3) Найти скорость изображения в этот момент.

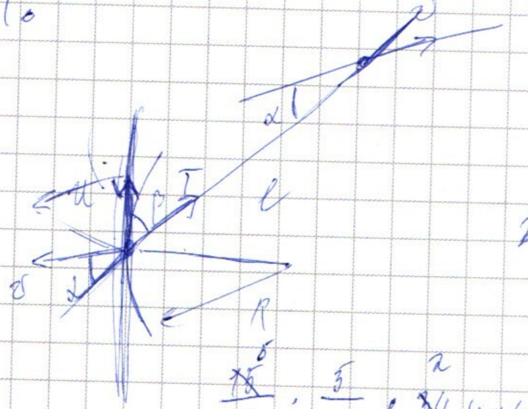
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 – вакуум s-ссть

5 – от пл-ти мышм

1.



$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sigma \cdot 4\pi$ $\quad dE = k\sigma\, d\Omega$

$u\cos\beta = v\cos\alpha$

$u = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} v$ $\quad \Omega = \int \frac{dS}{R^2}$ $\quad dE = \frac{k\sigma dS\cos\alpha}{r^2}$

2. $v_{отн.} = \sqrt{u^2 + v^2 - 2vu\cos(180^\circ - (180^\circ - (\alpha+\beta))}$

$v_{отн.} = v\sqrt{\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta} + 1 - 2\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\cos(\alpha+\beta)}$

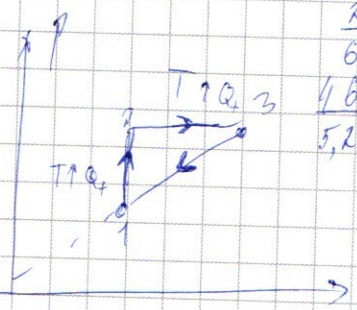
$\frac{\cancel{15}^{\,6}}{\cancel{14}} \cdot \frac{5}{\cancel{2}} \cdot \cancel{3,4}^{\,2}$ (см/с)

3.

$\begin{array}{r} 2{,}3 \\ \times 2{,}3 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 5{,}29 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r} 2{,}2 \\ \times 2{,}2 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 4{,}84 \end{array}$

$T\sin\beta = m\frac{u^2}{R}$ $\quad \sqrt{40 \cdot 10^{-6}(3 \cdot 25 + 2 \cdot 5 \cdot 2 - 4)}$

$T = \frac{m}{\sin\beta R} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} v$ $\quad 2\sqrt{10^{-5}(\underbrace{45+20-4}_{55})}$



$p = \alpha V$ $\quad \frac{C_p}{C_V} - ?$ $\quad 2 \cdot \sqrt{51 \cdot 10^{-5}}$

$\alpha V^2 = \nu RT \rightarrow T = \frac{\alpha}{\nu R} V^2$ $\quad \frac{2 \cdot \sqrt{5{,}1} \cdot 10^{-2}}{0{,}1}$

$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} p_2 (V_3 - V_2)$

$\eta = \frac{A}{Q_+}$ $\quad \Omega$ $\quad E = k\sigma\Omega$ $\quad \rightarrow \frac{\Delta U}{A} = \frac{3}{2}$ $\quad 0{,}2 \cdot \sqrt{5{,}1}$

$A = p_2(V_3 - V_2)$

$Q_+ = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 + \frac{3}{2}p_2(V_3 - V_1) + p_2(V_3 - V_1)$

$dI < 0$ $\quad \frac{p_1}{p_2}(0,1)$

$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1)$ $\quad \mathcal{E} - U_C - L\frac{dI}{dt} = U_0$

$\begin{array}{r} 2{,}22 \\ \times 2{,}22 \\ \hline 444 \\ 444 \\ 444 \\ \hline 4{,}9284 \end{array}$

$\max\left(1 - \frac{p_1}{p_2}\right) \rightarrow \min\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$

$\begin{array}{r} 2{,}25 \\ \times 2{,}25 \\ \hline 1125 \\ 450 \\ 450 \\ \hline 5{,}0625 \end{array}$

$\eta = \frac{\frac{1}{2}\Delta p \Delta V}{\frac{3}{2}\Delta p V_1 + \frac{5}{2} p_2 \Delta V} = \frac{\Delta p \Delta V}{3\Delta p V_1 + 5 p_2 \Delta V} = \frac{1}{3\frac{V_1}{\Delta V} + 5\frac{p_2}{\Delta p}} \rightarrow \frac{1}{5}$

$\min\left(3\frac{V_1}{\Delta V} + 5\frac{p_2}{\Delta p}\right) = \min\left(3\frac{V_1}{V_3 - V_1} + 5\frac{p_2}{p_2 - p_1}\right) = \min\left(\frac{3}{\frac{V_3}{V_1} - 1} + \frac{5}{1 - \frac{p_1}{p_2}}\right) = 5$

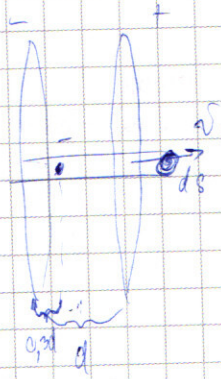
$2{,}25 \cdot 0{,}2$

$\frac{2{,}25}{5} = 0{,}45$

$\frac{V_3}{V_1} = \max \rightarrow \infty$ $\quad \frac{p_1}{p_2} = \min \rightarrow 0$

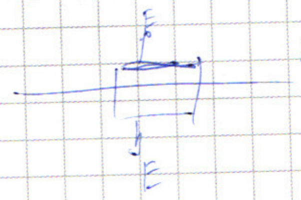
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$\gamma = \frac{|q|}{m}$

$C = \frac{Q}{U}$



$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$ $\sigma = \frac{dq}{ds}$

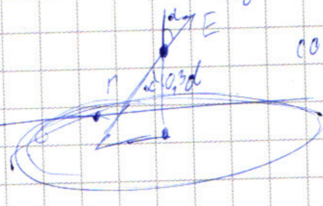
$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$U = 2Ed$

$ma = 2qE$

$a = 2\gamma \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \gamma \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{2d \cdot \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$



$\cos\alpha = \frac{0{,}3d}{r}$

$v_1 = at$

$0{,}7d = \frac{at^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{1{,}4d}{a}}$

$v_1 = a \cdot \sqrt{\frac{1{,}4d}{a}} = \sqrt{1{,}4da} = \sqrt{1{,}4d\gamma\frac{\sigma}{\varepsilon_0}} \rightarrow \sigma$

$dE = \frac{k\,dQ}{r^2}\cos\alpha$

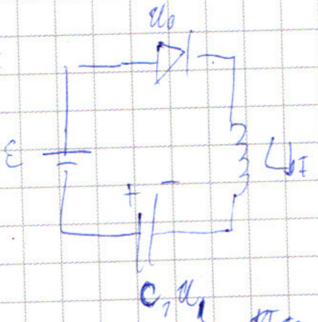
$dE = k\frac{\cos^3\alpha}{0{,}09d^2}dQ$

$0{,}2d = \frac{a}{2}T^2 \rightarrow T$

$\frac{4}{10}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

$dE = k\frac{\cos^3\alpha\,\sigma}{0{,}09d^2}ds$

4_0



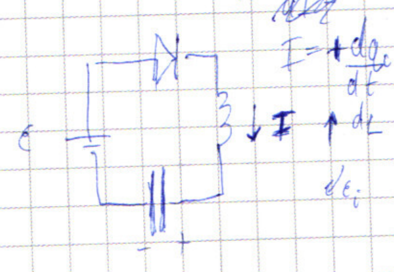
$\mathcal{E} + U_1 - U_0 = L\frac{dI}{dt}$

$E = \int k\frac{dQ}{r^2}\cos\alpha$

$\mathcal{E} - U_c - U_0 = 0 = L\frac{dI}{dt}$

$\varphi = \int_{0{,}3d}^{\infty}\int k\frac{dQ}{r^2}\cos\alpha \cdot dl$

$dI < 0$



$I = +\frac{dq_c}{dt}$

$\mathcal{E} - U_c - L\frac{dI}{dt} = U_0$

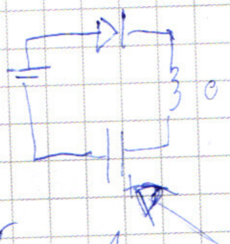
$\mathcal{E} - \frac{q_c}{C} - U_0 = 0$ $U_c = \mathcal{E} - U_0$

$\mathcal{E} - \frac{q_c}{C} - L\frac{dI}{dt} = U_0$

$q_c = C(\mathcal{E} - U_0)$

$q_c = C(\mathcal{E} - U_0)$

$-\frac{I}{C} - L\dot{I} = 0$



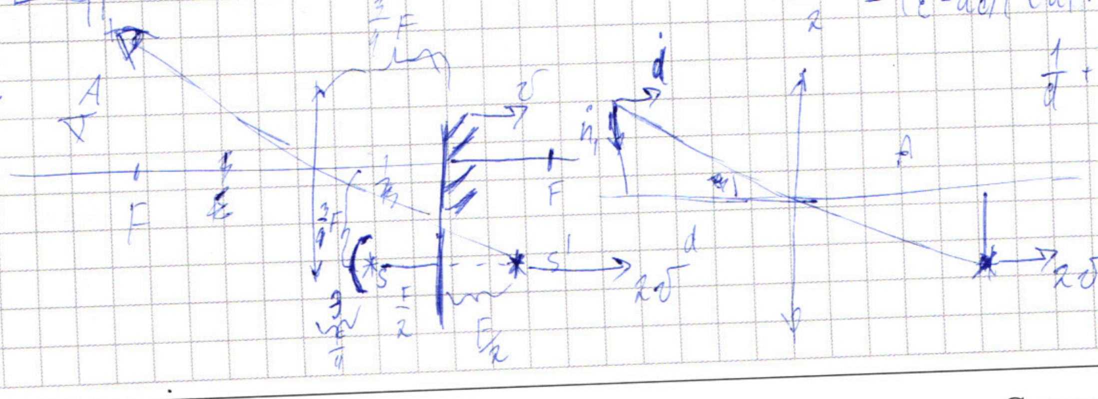
$\frac{CU_1^2}{2} = \mathcal{E}(q_1 + q_c) + \frac{LI_{max}^2}{2}$ $(\mathcal{E} - U_0)$

$L\dot{I} = -\frac{I}{C}$

$\frac{CU_1^2}{2} - (\mathcal{E} - U_0)(CU_1 + C(\mathcal{E} - U_0)) = \frac{LI_{max}^2}{2}$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$

6.



$f = \frac{dF}{d-F}$

$(f')_{2v} = \left(\frac{dF}{d-F}\right)'_t$

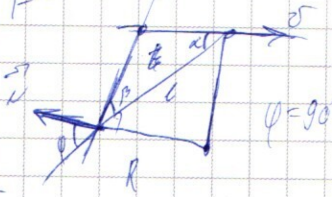
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2v = \frac{F\dot{d}(d-F) - Fd\dot{d}}{(d-F)^2} = -\frac{F^2}{(d-F)^2}\dot{d} \to \dot{d} = -\frac{2v(d-F)^2}{F^2}$

$Fd(d-F-d)$ $\qquad \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \to$ $2 \cdot 16$



$\varphi = 90^\circ - \beta$

$\frac{h_1}{d} = \frac{h_2}{F} \to$ $h_1 = \frac{d}{F}h_2 = \frac{\frac{xF}{x-F}}{x} h_2 = \frac{h_2 F}{2vt - F}$

$-3 \cdot 5 - 5 \cdot 2 = 50$

$\frac{p_2V_2 - p_2V_1 - p_1V_2 + p_1V_1}{3p_2V_1 - 3p_1V_1 + 5p_2V_2 - 5p_2V_1} = \frac{p_2V_2 - p_2V_1 - p_1V_2 + p_1V_1}{5p_2V_2 - 5p_2V_1 - 3p_1V_1 + 3p_2V_1}$

$\sqrt{\frac{\cos^2\beta + \cos^2\alpha - 2\cos\alpha\cos\beta(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta)}{\cos^2\beta}} = \frac{\sqrt{\cos^2\beta + \cos^2\alpha - 2\cos^2\alpha\cos^2\beta + \frac{1}{2}\sin\alpha\sin\beta}}{\cos\beta}$

$\frac{\sqrt{(\cos\alpha - \cos\beta)^2 + 2\sqrt{1-\cos^2\alpha}\sqrt{1-\cos^2\beta}\cos\alpha\cos\beta}}{\cos\beta}$

$\sqrt{\left(\frac{15}{17} - \frac{3}{5}\right)^2 + 2\sqrt{\left(1-\frac{15}{17}\right)\left(1+\frac{15}{17}\right)}\sqrt{\left(1-\frac{3}{5}\right)\left(1+\frac{3}{5}\right)}\frac{15}{17}\cdot\frac{3}{5}} \cdot \frac{3}{5} = \sqrt{\frac{(75-51)^2}{(17\cdot5)^2} + \frac{2\sqrt{2\cdot32}\sqrt{2\cdot8}\cdot15\cdot3}{(17\cdot5)^2}} \cdot \frac{3}{5}$

24 $\quad$ 8 $\quad$ 4

$\frac{\sqrt{24^2 + 8\cdot8\cdot15\cdot3}}{17\cdot3} = \frac{\sqrt{8^2\cdot3^2 + 5\cdot8^2\cdot3^2}}{17\cdot3} = \frac{\sqrt{6}\cdot8\cdot3}{17\cdot3} = \frac{8}{17}\sqrt{6}$

$\frac{8}{17}\cdot\sqrt{6}\cdot34 = 16\cdot\sqrt{6}$

$N = T\sin\beta - \frac{mu^2}{R}$

$v\frac{d\cos\alpha}{dt} = \frac{d(u\cos\beta)}{dt}$

25 × 25 = 125, 50, 625

245 × 245 = 1225, 980, 490, 60025

245 × 16 = 1470, 245, 3920

$v\cos\alpha = u\cos\beta$

$T - \sin^2\beta(T\sin\beta -$

$\frac{dv}{dt}\cos\alpha = \frac{du}{dt}\cos\beta$

$ma_x\cos\beta = T - N\cos(90^\circ - \beta)$

$ma_x\cos\beta = T - N\sin\beta = T(1-\sin^2\beta) + \frac{mu^2}{R}\sin\beta$

$T = ma_u\cos\alpha = ma_x\cos\beta$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$\frac{0{,}3\cdot 5^2}{3^2}\cdot\left(\frac{16^2\cdot 6}{\frac{5}{4}\cdot 0{,}53}\right.$

$\sqrt{1-\frac{3^2}{5^2}}=\frac{4}{5}$

$\frac{0{,}3\cdot 5^2}{3^2\cdot 0{,}53}\left(\frac{4}{5}\cdot 16^2\cdot 6-50^2\cdot\frac{4}{5}\right)=\frac{4}{5}\cdot\frac{5^2}{3\cdot 5{,}3}\left(4^4\cdot 6-5^4\cdot 4\right)$

$64\cdot 6=384$ $\quad 25\cdot 25 = 125+50 = 825$

$\frac{20\cdot 4}{3\cdot 5{,}3}(384-825)$

$7\cdot\frac{1}{0{,}1}=70$

$dE=k\sigma d\Omega$

$dE=\frac{k\,dq}{R^2}\cos\alpha$

$ds=dl=$

$(fg)'=f'g+fg'$

$fg=\int g\,df+\int f\,dg$

$dE=\frac{k\,dq\cdot g}{R^3}$

$\mathcal{E}-\frac{q_c}{C}-L\frac{dI}{dt}=U_0$

$A=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos\alpha_0)ds \qquad dq_0=\frac{2\pi r\cdot ds}{\pi R^2}$

$E=\int_g^R k\frac{\sqrt{R^2-g^2}\cdot g}{R^5}ds$

$LI''=-\frac{I}{C}\quad\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}dg \qquad dq_0=\frac{2r}{R^2}ds$

$\int f\,dg=fg-\int g\,df$

$I''=-\frac{1}{LC}I$

$\sqrt{CL}\,I_{mx}\to\sqrt{\frac{L}{C}}\,I_{mx}\to\sqrt{\frac{0{,}1}{40\cdot 10^{-6}}}\cdot 0{,}45$

$g'=\cos\alpha$

$\sqrt{(8\cdot 4)^2+(8\cdot 3)^2}$

$\sqrt{\frac{1}{4\cdot 10^{-4}}}\cdot 0{,}45 \qquad f=\frac{1}{1-\cos^2\alpha}$

$q_2=A+C(\mathcal{E}-U_0)$

$8\sqrt{16+9}=40\,\text{В}$

$\int=\frac{\sin\alpha}{1-\cos^2\alpha}-\int\frac{\sin\alpha}{1-\cos^2\alpha}$

$I=0\to\sin(\omega t+\varphi_0)=0$

$\frac{1}{R}\cdot 45=22{,}5+5$

$\frac{r}{g}=\operatorname{tg}\alpha$

$g=\operatorname{ctg}\alpha\, r$

$I_{mx}=A\omega$

$-\frac{\cos\alpha\, r}{\sin^2\alpha}d\alpha$

$17{,}5-\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{}$

$dg=-\frac{r}{\sin^2\alpha}d\alpha$

$dE_1=k\frac{dq}{r^2}\cos\alpha$

$r=\int\frac{-2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^3\alpha}$

$\frac{\cos\alpha}{1-\cos^2\alpha}$

$g=\cos\alpha\, r$

$r=\frac{g}{\cos\alpha}$

$\frac{\cos\alpha-1}{\sin^2\alpha}$

$dE=k\frac{dq_0}{r^2}\cos\alpha$

$\sin\alpha=\frac{r}{R}$

$dq_0=\sigma ds$

$dE=k\frac{\sigma\cdot 2\pi R\cdot dR}{r^2}\cos\alpha$

$\cos\alpha=\frac{g}{R}$

$S=\pi R^2$

$ds=2\pi R\,dR$

$dE=\frac{1}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{\sigma\cdot R\cos\alpha}{r^2}dR$

$dE=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{g\,R}{r^3}dR$

$R=\operatorname{tg}\alpha\, g$

$E=\int_0$

$dR=g\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha}d\alpha$

$g=\operatorname{ctg}\alpha\, r\to dg=-\frac{r}{\sin^2\alpha}d\alpha$

$dE=\frac{\sigma g}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{R}{(R^2+g^2)^{\frac{3}{2}}}dR$

$dA=E\,dl=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos\alpha)dg$

$dE=\frac{\sigma g}{2\varepsilon_0}\cdot\frac{\sin\alpha\cos^2\alpha}{g^2}\cdot\frac{g}{\cos^2\alpha}d\alpha$

$dA=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\cancel{1-\cos\alpha})\cos\alpha-1)\frac{r}{\sin^2\alpha}d\alpha$

$dE=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sin\alpha\, d\alpha$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

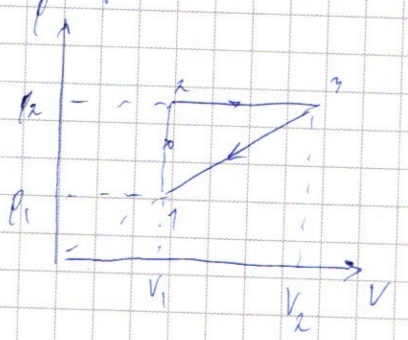
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМН
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2



1) Температура повышается только на уч. 12 и 23

$$C_{12} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU + \delta A}{dT} = \frac{3}{2}R + \frac{\delta A}{dT}$$

На уч. 12 $V_1 = const \Rightarrow \delta A = 0$:

$$C_{12} = \frac{3}{2}R$$

$$C_{23} = \frac{3}{2}R + \frac{p_2 dV}{\nu dT}$$

$$p_2 V = \nu R T \rightarrow p_2 dV = \nu R dT$$

$$\Rightarrow C_{23} = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

$$\frac{C_{23}}{C_{12}} = \frac{5}{3}$$

2) $$\begin{cases} \Delta U_{23} = \frac{3}{2} p_2 (V_2 - V_1) \\ A_{23} = p_2 (V_2 - V_1) \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta U_{23}}{A_{23}} = \frac{3}{2}$$

3) $$\begin{cases} \eta = \frac{A}{Q_+} \cdot 100\%, \text{ где } Q_+ \text{ — теплота, подвед. к газу} \\ Q_+ = Q_{12} + Q_{23} = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 + \frac{3}{2}p_2(V_2 - V_1) + p_2(V_2 - V_1) = \frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 + \frac{5}{2}p_2(V_2 - V_1) \\ A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_2 - V_1) \end{cases}$$

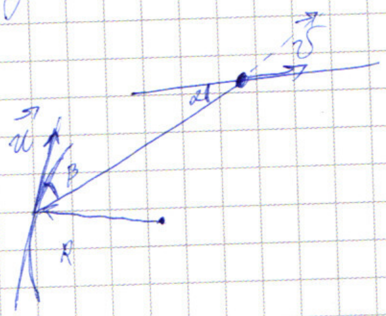
$$\eta = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{3(p_2 - p_1)V_1 + 5p_2(V_2 - V_1)} = \frac{1}{\frac{3(p_2 - p_1)V_1 + 5p_2(V_2 - V_1)}{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}} = \frac{1}{3\frac{V_1}{V_2 - V_1} + 5\frac{p_2}{p_2 - p_1}} = \frac{1}{\frac{3}{\frac{V_2}{V_1} - 1} + \frac{5}{1 - \frac{p_1}{p_2}}}$$

Для того чтобы КПД было максимальным, нужно, чтобы знаменатели $\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)$ и $\left(1 - \frac{p_1}{p_2}\right)$ были максимальными. Следовательно

$\frac{v_2}{v_1} \to \infty$, а $\frac{\rho_1}{\rho_2} \to 0$. Тогда:

$$\eta_{max} = \frac{1}{0+5} = \frac{1}{5}$$

Задача 1

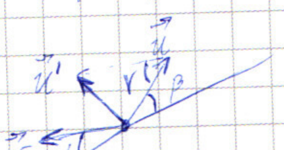


1) u – скорость кольца

Т.к. нить нерастяжима, то проекции скоростей муфты и кольца должны быть равны:

$$v\cos\alpha = u\cos\beta \Rightarrow u = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} v = 50 \text{ (см/с)}$$

2) Перейдём в С.О. муфты:

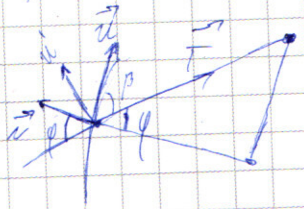


$$\gamma = 180° - (180° - (\alpha+\beta)) = \alpha+\beta$$

$$u' = \sqrt{v^2+u^2-2vu\cos\gamma} = v\sqrt{1+\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta} - 2\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\cos(\alpha+\beta)}$$

$$u' = v\sqrt{\frac{(\cos\alpha-\cos\beta)^2 + 2\sin\alpha\sin\beta\cos\alpha\cos\beta}{\cos^2\beta}} = 16\cdot\sqrt{6} \text{ (см/с)} \approx 39{,}2 \text{ (см/с)}$$

3) Кольцо движется по окружности:



$$T\sin\beta - N = \frac{mu^2}{R} \Rightarrow N = T\sin\beta - \frac{mu^2}{R}$$

Т.к. нить нераст., то кольцо относ. муфты движ. по окружности:

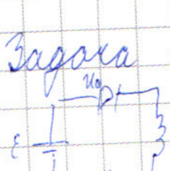
$$T - N\cos\varphi = \frac{mu'^2}{l}, \text{ где } \varphi = 90° - \beta$$

$$T - \sin\beta\left(T\sin\beta - \frac{mu^2}{R}\right) = \frac{mu'^2}{l}$$

$$T = \frac{m}{1-\sin^2\beta}\cdot\left(\frac{u'^2}{l} - \frac{u^2}{R}\sin\beta\right) = \cancel{\frac{m}{\cos^2\beta}\left(\frac{u'^2}{l} - \frac{u^2}{R}\sin\beta\right)} \quad \frac{m}{\cos^2\beta R}\left(\frac{4}{5}u'^2 - u^2\sin\beta\right)$$

$T =$

Задача 4



1) Запишем ~~закон~~ закон Кирхгофа в нач. момент:

$$\varepsilon + U_1 - U_0 = L\frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{1}{L}(\varepsilon + U_1 - U_0) = 40 \text{ (А/с)}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Ток будет максимальным, когда $\frac{dI}{dt}=0$:

$\mathcal{E} - U_c - U_0 = 0$, где U_c — напр. на конденсаторе

$U_c = \mathcal{E} - U_0$

Запишем закон сохр. энергии:

$$\begin{cases} \frac{CU_1^2}{2} = \frac{CU_c^2}{2} + (\mathcal{E}-U_0)(q_1+q_c) - \frac{LI_{mx}^2}{2} \\ q_c = CU_c \\ q_1 = CU_1 \end{cases}$$

, где q_c — заряд на конд. в данный момент, q_1 — нач. заряд конд.

$$\frac{LI_{mx}^2}{2} = \frac{C}{2}\left((\mathcal{E}-U_0)^2 - U_1^2\right) + C(\mathcal{E}-U_0)(\mathcal{E}-U_0+U_1)$$

$$I_{mx} = \cancel{\sqrt{C(3(\mathcal{E}-U_0)^2+U_1^2)}} \quad \sqrt{\frac{C}{L}\left(3(\mathcal{E}-U_0)^2+2(\mathcal{E}-U_0)U_1-U_1^2\right)} \approx 0{,}95\ (A)$$

3) ~~Когда напр. на конд. установится:~~

~~$\mathcal{E}-U_0$~~

Запишем 2-й закон Кирхгофа в момент, когда напр. на конд. ещё не уст.:

$\mathcal{E} - U_0 - U = L\frac{dI}{dt}$, где U — напр. на конд. $U=\frac{q}{C}$, где q — заряд на конд.

$$L\ddot{q} = -\frac{q}{C} + \mathcal{E} - U_0$$

$$\ddot{q} = -\frac{1}{CL}\left(q - C(\mathcal{E}-U_0)\right) \qquad \xi = q - C(\mathcal{E}-U_0) \Rightarrow \ddot{\xi} = \ddot{q} \qquad \omega = \sqrt{\frac{1}{CL}}$$

$$\ddot{\xi} = -\frac{1}{CL}\xi \Rightarrow \xi = A\cos(\omega t+\varphi_0) \Rightarrow q = A\cos(\omega t+\varphi_0) + C(\mathcal{E}-U_0) \qquad q(0) = -q_1$$

$$I = -A\omega\sin(\omega t+\varphi_0)$$

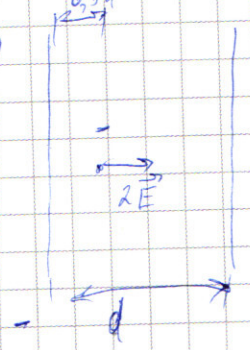
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} q_x = A + C(\varepsilon - U_0) \\ q_x = CU_x \\ I_{mx} = A\omega \end{cases} \Rightarrow CU_x = \sqrt{CL}\, I_{mx} + C(\varepsilon - U_0)$$

$$U_x = \sqrt{3(\varepsilon-U_0)^2 + 2(\varepsilon-U_0)U_1 - U_1^2} + (\varepsilon - U_0) \approx 27{,}5 \text{ (В)}$$

Задача 3

1), 2)



$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, где E – напряж. от 1-й сетки, σ – распред. заряда сетки по площади

$$ma = q \cdot 2E$$

$$a = \gamma \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Для момента когда частица вылетела со скоростью v_1:

$$0{,}7d = \frac{a t_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{1{,}4d}{a}}$$

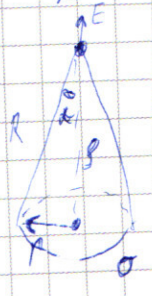
$$v_1 = a t_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{1{,}4da} \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{1{,}4d} \Rightarrow \sigma = \frac{\varepsilon_0 v_1^2}{1{,}4d\gamma}$$

$$\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow Q = \frac{\varepsilon_0 v_1^2 S}{1{,}4d\gamma} = \frac{5}{7} \cdot \frac{\varepsilon_0 v_1^2 S}{d\gamma}$$

Когда частица будет на один. раст. от обкладок:

$$0{,}2d = \frac{aT^2}{2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2d}{5a}} = \cancel{\frac{1{,}4d^2}{5v_1^2}} = \cancel{\frac{7}{25} \cdot \left(\frac{d}{v_1}\right)^2} \; \sqrt{\frac{14}{25}} \cdot \frac{d}{v_1}$$

3)



Рассмотрим напряж. в точке, ур. от заряж. круга на расст. ρ: Возьмем круг на элем. окружности:

$dE_0 = k \cdot \frac{dq_0}{R^2} \cos\alpha$, где dE_0 – напр. от окр. dq_0 – заряд окр.

$\cancel{dE_0 = k}$ $dq_0 = \sigma\, dS$

$dS = 2\pi r\, dr$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$dE_0 = \frac{1}{\cancel{4}_2\pi\varepsilon_0} \cdot \sigma \cdot \frac{2\pi r dr}{R^2} \cos\alpha$$

$$dE_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \cancel{\cos^2\alpha} \frac{dr}{R} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$r = tg\alpha\, \rho \rightarrow dr = \frac{\rho}{\cos^2\alpha} d\alpha \Rightarrow dE_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \sin\alpha\, d\alpha$$

$$R = \frac{\rho}{\cos\alpha}$$

$$E = \int_0^{\alpha_0} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \sin\alpha\, d\alpha = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\cos\alpha)\Big|_0^{\alpha_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos\alpha_0)$$

Отсюда работа, соверш. пластиной, при удалении на бесконечность равна

$$dA = qE\,d\rho = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}(1-\cos\alpha)\,d\rho$$

$$A = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\rho} d\rho - \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\rho} \cos\alpha\, d\rho = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\rho + \frac{q\sigma r}{2\varepsilon_0} \underbrace{\int_0^{\alpha} \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha} d\alpha}_{=S}$$

$$S = \frac{\sin\alpha}{\sin^2\alpha} - \int \frac{-\sin\alpha \cdot 2\cos\alpha}{\sin^3\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha} + 2\int \frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$$

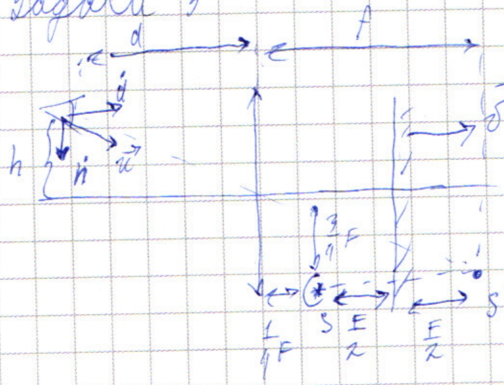
$$S = \frac{1}{\sin\alpha} + 2S$$

$$S = -\frac{1}{\sin\alpha}$$

$$A = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\rho + \frac{q\sigma r}{2\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{\sin\alpha}\right)\Big|_0^{\alpha}$$

$$A = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\rho - \frac{r}{\sin\alpha}\right) = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}(\rho - R) = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\rho - \sqrt{\rho^2 + r^2}\right)$$

Задача 5



1) $\begin{cases} \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \\ f = \frac{5}{4} F \end{cases} \Rightarrow d = \frac{fF}{f-F} = \frac{5F^2}{(5-4)F} = 5F$

2) скорость S' равна $2\vec{\vartheta}$ ~~и направ~~

$d = \frac{fF}{f-F} = \cancel{\frac{2F\vartheta t}{2\vartheta t - F}}$

$\dot{d} = \frac{\dot{f}F(f-F) - fF\dot{f}}{(f-F)^2} = \frac{-F^2\dot{f}}{(f-F)^2} = -\frac{2F^2}{(f-F)^2}\vartheta = -32\vartheta$

$\frac{h}{d} = \frac{3F}{4f}$

$h = \frac{3F}{4} \cdot \frac{d}{f} \to \dot{h} = \frac{3F}{4} \cdot \frac{\dot{d}f - d\dot{f}}{f^2} = \frac{3F}{4} \cdot \frac{-32\vartheta \cdot \frac{5}{4}F - 5F \cdot 2\vartheta}{\frac{25}{16}F^2} = -\frac{3}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{25}} \cdot \cancel{50}^{2}\vartheta$

$\dot{h} = -24\vartheta$

$tg\alpha = \frac{\dot{h}}{\dot{d}} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$

$\alpha = arc\,tg\frac{3}{4}$

3) $|\vec{u}| = \sqrt{\dot{d}^2 + \dot{h}^2} = \sqrt{32^2 + 24^2}\,\vartheta = 40\vartheta$