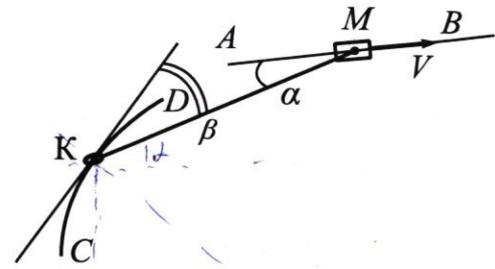


Олимпиада «Физтех» по физике, Вариант 11-03

Класс 11

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вложенного задания не проверяются.

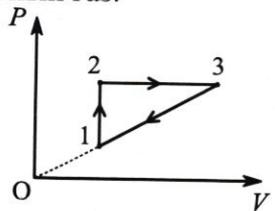
1. Муфту M двигают со скоростью $V = 34$ см/с по горизонтальной направляющей AB (см. рис.). Кольцо K массой $m = 0,3$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 0,53$ м. Кольцо и муфта связаны легкой нитью длиной $l = 5R/4$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент нить составляет угол α ($\cos \alpha = 15/17$) с направлением движения муфты и угол β ($\cos \beta = 3/5$) с направлением движения кольца.



- 1) Найти скорость кольца в этот момент.
- 2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
- 3) Найти силу натяжения нити в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.

- 1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило повышение температуры газа.
- 2) Найти в изобарном процессе отношение изменения внутренней энергии газа к работе газа.
- 3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.



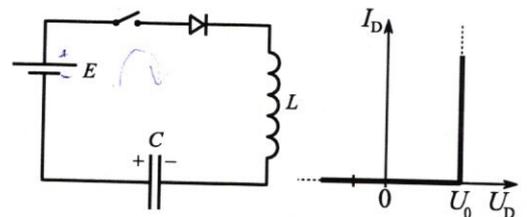
3. Обкладки конденсатора – круглые металлические сетки, радиус обкладок намного больше расстояния d между обкладками. Из точки, находящейся между обкладками на оси симметрии на расстоянии $0,3d$ от отрицательно заряженной обкладки стартует с нулевой начальной скоростью отрицательно заряженная частица и вылетает из конденсатора перпендикулярно обкладкам со скоростью V_1 . Удельный заряд частицы $\frac{|q|}{m} = \gamma$.

- 1) Через какое время T частица будет находиться на одинаковых расстояниях от обкладок?
- 2) Найдите величину Q заряда обкладок конденсатора.
- 3) С какой скоростью V_2 будет двигаться частица на бесконечно большом расстоянии от конденсатора?

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

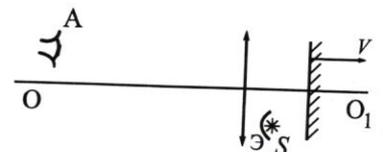
4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 6$ В, конденсатор емкостью $C = 40$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 2$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0,1$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В. Ключ замыкают.

- 1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
- 3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.



5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F , плоского зеркала и небольшого экрана \mathcal{E} , расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $3F/4$ от оси OO_1 и на расстоянии плоскости $F/4$ от линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $3F/4$ от линзы.

- 1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель A сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
- 2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найти скорость изображения в этот момент.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

51

\vec{u} - скорости муфты

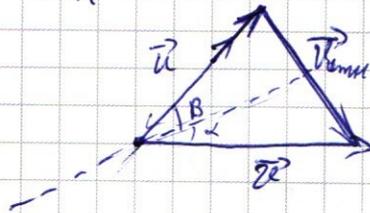
1) т.к. шить не растягивалась, то проекции скорости муфты и камня должны быть равны \Rightarrow

$$\cancel{u \cdot \cos \alpha} \quad u \cdot \cos \beta = v \cdot \cos \alpha \Rightarrow u = \frac{v \cdot \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$u = 0.34 \text{ м/с} \cdot \frac{15^{\circ}}{17} \cdot \frac{5}{3} = 0.02 \text{ м/с} \cdot 25 = 0.5 \text{ м/с}$$

2) $\vec{v}_{\text{отн}}$ - скорость камня относительно муфты
з-к сложения скоростей

$$\vec{u} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v} \Rightarrow \vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v} - \vec{u}$$



угол между векторами \vec{v} и \vec{u} равен $\alpha + \beta$

по т.к косинусов

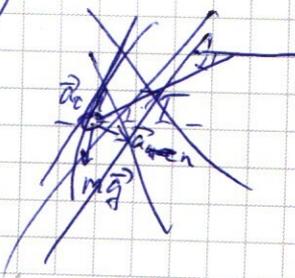
$$v_{\text{отн}}^2 = u^2 + v^2 - 2uv \cdot \cos(\alpha + \beta) =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{17}{50}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{17}{50} (\cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta) =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{289}{2500} - \frac{17}{50} \left(\frac{15}{17} \cdot \frac{3}{5} - \frac{8}{17} \cdot \frac{4}{5} \right) = \frac{1}{4} + \frac{289}{2500} - \frac{9}{50} + \frac{16}{125}$$

$$= \frac{625 + 289 - 450 + 320}{2500} = \frac{774}{2500} \approx \left(\frac{28}{50}\right)^2 \Rightarrow v_{\text{отн}} \approx 0.66 \text{ м/с}$$

3)

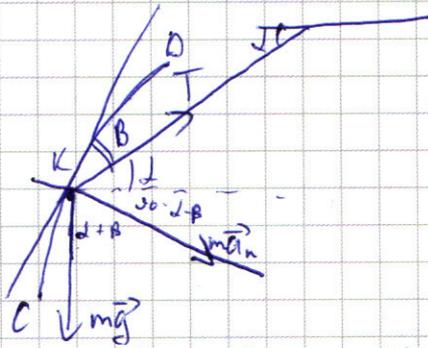


у камня есть тангенциальное и нормальное ускорение

запишем 2-ой з-к Ньютона на ось сонаправ с \vec{a}_n , тогда проекция

$m \vec{a}_n$

будет равна нулю



$$m a_n = mg \cdot \cos(\alpha + \beta) + T \cdot \cos(90 - \beta)$$

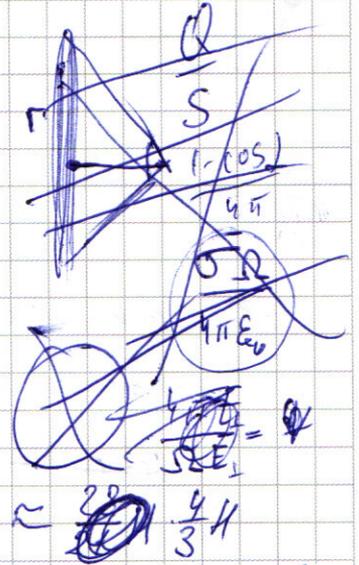
$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$T = \frac{m \left(\frac{v^2}{R} - g(\cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta) \right)}{\sin\beta}$$

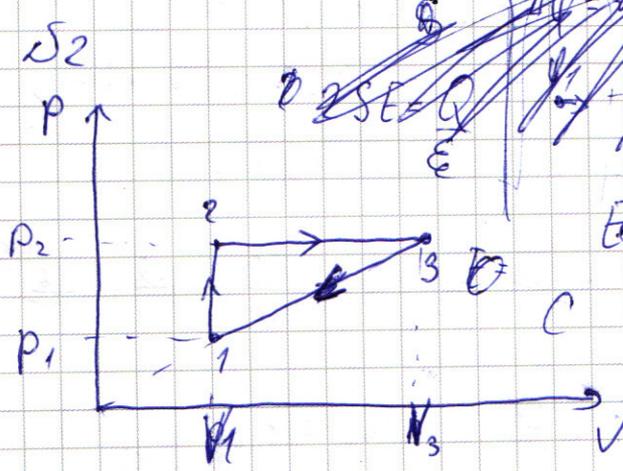
$$T = 50 \cdot 3 \left(\frac{1}{4 \cdot 0.53} - \frac{10}{17} \cdot \frac{3}{5} - \frac{8}{17} \cdot \frac{4}{5} \right)$$

$$\approx \frac{5 \cdot 0.3}{16 \cdot 0.51} - \frac{15(45 - 32)}{20 \cdot 17} - \frac{15}{16 \cdot 5 \cdot 1} - \frac{15 \cdot 13}{20 \cdot 17}$$

$$= \frac{50}{16 \cdot 0.51} - \frac{15 \cdot 13}{20 \cdot 17} = \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{5} \cdot \frac{3 \cdot 13}{5}$$



Ответ: $\frac{4}{3} \text{ Н}$



$\Delta p \cdot q = \frac{m v^2}{2}$
 1-2: изохора
 $\frac{p}{T} = \text{const} \Rightarrow$
 м.к. $p_1 < p_2$, то и $T_1 < T_2$
 \Rightarrow температура увелич.
 2-3: изобара $\Rightarrow \frac{v}{T} = \text{const}$
 м.к. $v_3 > v_1$, то и $T_3 > T_1$
 температура увелич.

3-1: $p = \rho v$, где ρ - плотность газа
 постоянная

$$\frac{p_3 v_3}{T_3} = \frac{p_1 v_1}{T_1} \Rightarrow \frac{\rho v^2}{T_3} = \frac{\rho v_1^2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = \left(\frac{v_1}{v_3} \right)^2, \text{ м.к. } \frac{v_1}{v_3} < 1, \text{ то и } \frac{T_1}{T_3} < 1 \Rightarrow$$

температура уменьшилась

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\Rightarrow \frac{C_{12}}{C_{23}} = \frac{C_v}{C_p} = \frac{\frac{3}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{3}{5}$$

C_{12} - ~~маленькая~~ теплоемкость
в процессе 1-2
 C_{23} - в процессе 2-3

Ответ: $\frac{3}{5}$

2) 2-3: изохор. внутренняя энергия $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) =$
 $= \frac{3}{2} (P_2 V_3 - P_2 V_1) = \frac{3}{2} P_2 (V_3 - V_1)$
 работа газа $A = P_2 (V_3 - V_1)$, тогда искомое
 отношение $\frac{\Delta U}{A} = \frac{3}{2}$ Ответ: $\frac{3}{2}$

3) в процессах 1-2 и 2-3 тепло поглощается,
 в 3-1 отводится $\Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{23}}$, где A - работа
 газа за цикл
 считаем A как площадь внутри цикла

$$A = \frac{1}{2} (V_3 - V_2) (P_2 - P_1) = \frac{1}{2} (V_3 - V_1) (P_3 - P_1) = \frac{1}{2} (V_3 - V_1)^2$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1), \quad Q_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) + P_2 (V_3 - V_2)$$

$$Q_{12} + Q_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) + \nu R T_3 - \nu R T_2 =$$

$$= \frac{5}{2} \nu R T_3 - \frac{3}{2} \nu R T_1 - \nu R T_2 = \frac{5}{2} P_3 V_3 - \frac{3}{2} P_1 V_1 - P_1 V_2 =$$

$$\eta = \frac{A}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{\frac{1}{2} (V_3 - V_1)^2}{\frac{5}{2} \nu R V_3 - \frac{3}{2} \nu R V_1 - P_1 V_2}$$

η достигает максимума
 когда $P_2 = P_1 \Rightarrow$

$$\eta_{\max} = \frac{\frac{1}{2} (V_3 - V_1)^2}{\frac{5}{2} \nu R (V_3 + V_1)} = \frac{V_3 - V_1}{5 \nu R (V_3 + V_1)} = \frac{V_3}{V_1} \cdot \frac{1}{5 (1 + \frac{V_3}{V_1})} < \frac{1}{5}$$

в среднем $\frac{V_3}{V_1} \rightarrow \infty$
 $\eta = \frac{1}{5}$

24

1) сразу после замыкания ключа ток пойдет по часовой стрелке

а энергия преобразуется в проводник

затем 2-ое правило Кирхгофа для замкнутой цепи
 $\mathcal{E} = \mathcal{U} - LI \Rightarrow \dot{I} = \frac{\mathcal{E} - \mathcal{U}}{L}$

2) энергия катушки $\frac{LI^2}{2}$, ток максимальный, когда эта энергия максимальна

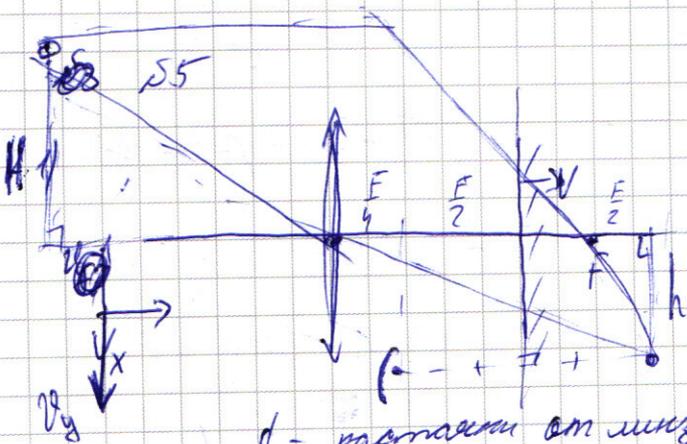
~~3) ЗСЭ:~~

~~$\frac{q^2}{2C} = +q\mathcal{E} + \frac{LI^2}{2}$~~

~~q - заряд прошедший через источник, когда конденсатор полностью заряжен~~

~~$q = UC$~~

~~$\frac{U^2 C^2}{2} - UC\mathcal{E} = \frac{LI^2}{2} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{U^2 C^2 - UC\mathcal{E}}{L}} = \sqrt{\frac{U(CU - \mathcal{E})}{L}}$~~



отражение источника в зеркале будет на расстоянии

$f = \frac{F}{4} + \frac{F}{2} + \frac{F}{2} = \frac{5F}{4}$

по формуле тонкой линзы изображение источника в системе

$\frac{1}{f} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow d = 5F$

2) изображение источника в зеркале за фокусом со скоростью $2v$, пусть v - скорость изображения

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

в системе, тогда $u_x = \Gamma^2 \cdot 2v$, где Γ увеличение длины

$$\Gamma = \frac{d}{f} = \frac{5F}{5F} \cdot 4 = 4 \Rightarrow$$

$$u_x = 32v$$

по оси OY $u_y = \frac{h \cdot \nu}{h} = \frac{4h\nu}{3F} = \frac{d\nu}{f\nu}$

заметьте, что

$$d\nu = 32v$$

$$\frac{1}{d\nu} + \frac{1}{f\nu} = \frac{1}{F}$$

$$1 + \frac{d\nu}{f\nu} = \frac{d\nu}{F} \Rightarrow 1 + \frac{d\nu}{f\nu}$$

$$\left(1 + \frac{h(\nu)}{h}\right)' = \left(\frac{d\nu}{F}\right)' \Rightarrow \frac{h(\nu)}{h} = \frac{32v}{F}$$

$$h(\nu) = \frac{3F \cdot 32v}{4F} = 24v \Rightarrow$$

$u_y = 24v$
искали угол α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{u_y}{u_x} = \frac{24v}{32v} = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{3}{4}$$

Ответ: $\operatorname{arctg} \frac{3}{4}$

3) ~~по~~ по теореме Пифагора

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = 2v \sqrt{32^2 + 24^2} = 8v \sqrt{4^2 + 3^2} = 40v$$

Ответ: $40v$

54

2)

пусть $q_1 = U_1 C$ - заряд ^{на конденсатор} в момент ^{вращения} начального положения
 q - заряд, который протек ^{за время} t через ^{вращающийся} ^{конденсатор} ^{питания},
 ЗСЗ

$$\frac{q_1^2}{2C} = \frac{(q_1 - q)^2}{2C} + qE + \frac{LI^2}{2}$$

max

$$-\frac{q^2}{2C} + \frac{2q_1 q}{2C} - qE = \frac{LI^2}{2}$$

$$I = \sqrt{\frac{\left(-\frac{q^2}{2C} + 2q(U_1/E)\right)}{L}}$$

I_{\max} достигается, при $q = \frac{C(E - U_1)}{C}$

$$I_{\max} = (E - U_1) \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

53

частица начнет двигаться вдоль оси симметрии
 с постоянным ускорением a направ от центра ^{интеракции} ^{частицы}
 \otimes 2 з-и ^{напряжения} $ma = qE$, $U = E \cdot r$ - напряже.

внутри ~~конденсатора~~ конденс. вдоль оси симметрии

$$a = \frac{q}{m} E = \gamma E, \text{ тогда } \frac{aT^2}{2} = 0.2d$$

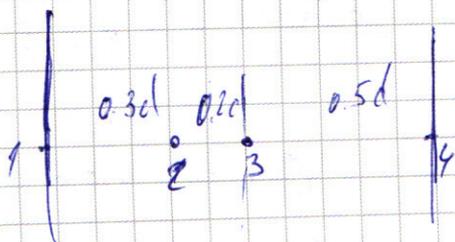
$$\frac{aT^2}{2} = 0.2d, \quad T - \text{время движения частицы}$$



$$0.2dE = (\varphi_4 - \varphi_2) q = \frac{m v_4^2}{2} \quad v_0 - \text{скорости}$$

$$0.2dE = (\varphi_3 - \varphi_2) q = \frac{m v_0^2}{2}$$

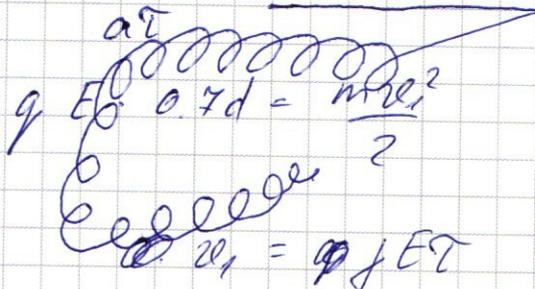
$$\frac{v_4}{v_0} = \sqrt{2}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

$$\tau = \frac{2\epsilon_1}{jE}$$



$$Q = \oint E d \cdot \frac{\epsilon S}{d} = \epsilon_0 E S$$

$$j E \cdot 0.7 d = \omega^2$$

$$\tau = \frac{2\epsilon_1}{jE}$$

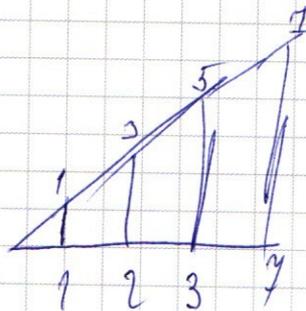
$$\frac{m \omega^2}{2} = \frac{2\epsilon_1}{2\epsilon_0}$$

$$= \frac{0.7 d E}{0.2 j E}$$

$$\frac{j E^2 \tau^2}{2} = \frac{m \omega^2}{2 \epsilon_0}$$

$$U_1 = j E \tau$$

2 7



$$2) Q = C(\varphi_+ - \varphi_-) = C d E = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot d \cdot E = \epsilon_0 S E$$

3) 3C9 ~~в макс и миним~~

$$q\varphi_2 = \frac{mv_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2q\varphi_2}{m}} = v_2 = \sqrt{2k\varphi_2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Diagram 1: RL Circuit
 A circuit with a voltage source \mathcal{E} , a capacitor C , and an inductor L . The current is i . The voltage across the inductor is $U_L = L \frac{di}{dt}$. The total voltage is $U = U_C + U_L = \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt}$.
 The differential equation is $L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$.
 The solution for current is $i(t) = \frac{\mathcal{E}}{L} t + \frac{q_0}{C}$.
 The voltage across the inductor is $U_L = \mathcal{E} - \frac{q}{C}$.

Diagram 2: Falling Mass
 A mass m falls from a height x . The forces are gravity mg and air resistance $R = k \frac{dx}{dt}$.
 The differential equation is $m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - k \frac{dx}{dt}$.
 The terminal velocity is $v_{\infty} = \frac{mg}{k}$.
 The solution for velocity is $v(t) = \frac{mg}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$.
 The solution for position is $x(t) = \frac{mg}{k} t - \frac{m^2 g}{k^2} (1 - e^{-\frac{k}{m}t})$.

Calculations
 Numerical values: $280 + 320 = 600$, $600 + 165 = 765$, $280 + 280 = 560$, $560 + 280 = 840$.
 Other values: $280 - 225 = 55$, $280 - 225 = 55$, $55 \times 1.25 = 68.75$, $68.75 \times 1.25 = 85.94$.
 Final result: $x = \frac{280}{50} = 5.6$.

$$0.3 \left(\frac{100}{212} - \frac{130}{85} \right) \cdot 5 = \frac{1.5}{4} \left(\frac{100}{212} - \frac{130}{85} \right)$$

13
85

45 → 13
5.12

$\frac{130}{85}$

$v_1, 0.7d$

$\frac{1.5}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{130}{85} \right) \cdot 200$

0.7d
7d

$\frac{R}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{130}{85} = 42$

$\frac{172}{85} \cdot \frac{15.3}{408}$

$\frac{2(\epsilon - u) \cdot 8}{2}$

$\frac{172 \cdot 16}{76 \cdot 21}$

21

$\frac{28}{27}$

$\frac{85 \cdot 13}{6 \cdot 28}$
 $\frac{25}{24}$

$\frac{q^2}{2C} = q\epsilon + \frac{LI^2}{2} + \frac{(q-u)^2}{2C}$

$\frac{u^2}{2C} + \frac{2(\epsilon - u) \cdot q}{2C} = q\epsilon + \frac{LI^2}{2} + \frac{(q-u)^2}{2C}$

$-\frac{q^2}{2C} - q\epsilon + q\mu = \frac{LI^2}{2}$

$-\frac{(q-u)^2}{2C} + \frac{2(\epsilon - u) \cdot q}{2C} = \frac{(q-u)^2}{2C} - q\epsilon$

и

$\frac{(q-u)^2}{2C} = \frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2C} - \frac{2q\mu}{2C} - q\epsilon$

0.4
0.2

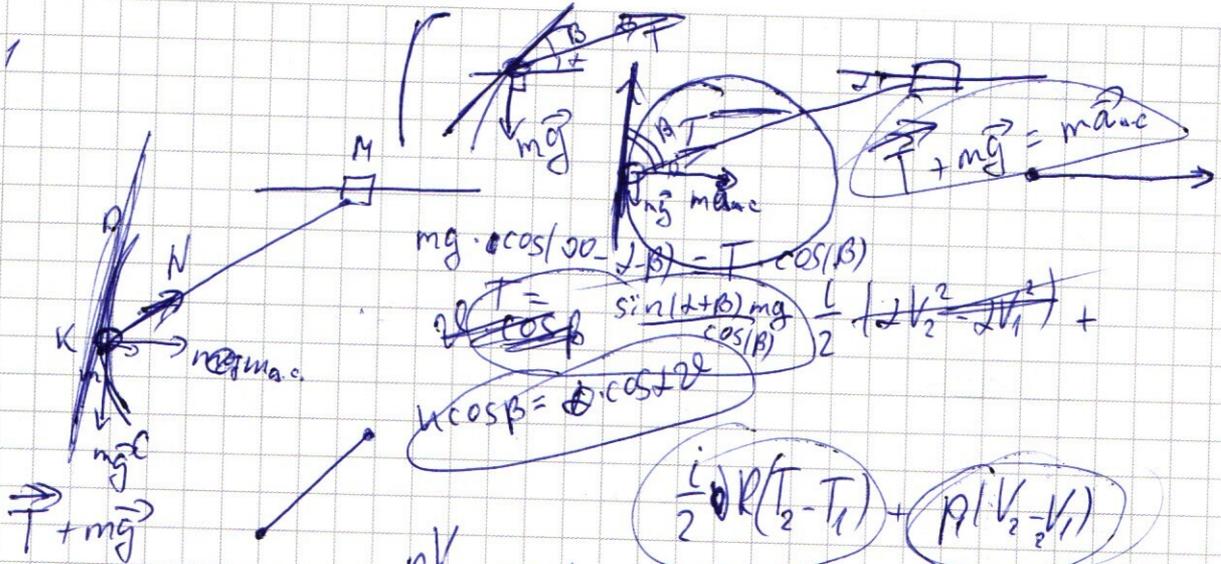
$\frac{q^2}{2C} = 0.7d$
 $\frac{q^2}{2} = 0.2d$

$\frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2} + uq - q\epsilon =$

$\frac{q^2}{2C} + q(u - \epsilon) + \frac{u^2 C}{2} = 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

51



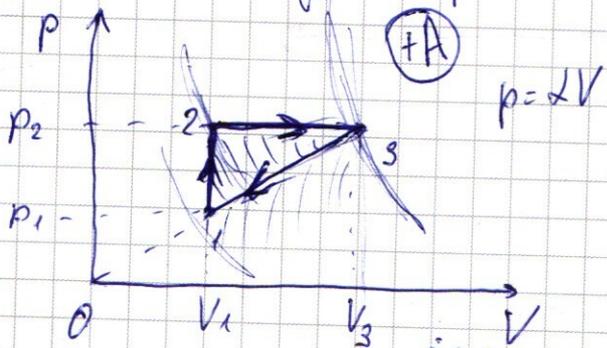
$$mg \cdot \cos(\alpha) - T \cdot \cos(\beta)$$

$$T = \frac{\sin(\alpha + \beta) mg}{\cos(\beta)}$$

$$\mu \cos \beta = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\frac{i}{2} R(T_2 - T_1) + p(V_2 - V_1)$$

52



$$\frac{pV}{T} = \text{const}$$

$$p = \alpha V$$

$$VRT_2 = p_2 V_2$$

$$\frac{pV}{T_3} = \frac{pV}{T_1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = \frac{V_1^2}{V_3^2}$$

$$A = \frac{p_3 - p_1}{2} (V_3 - V_1) \cdot \frac{i}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} V R (T_3 - T_1) \quad dQ =$$

$$A = \frac{(p_1 + p_2)(V_3 - V_1)}{2} = \frac{2V_3^2 + (V_1^2 - V_3^2)}{2}$$

$$Q = \Delta U + A$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (2V_3^2 - 2V_1^2)$$

$$\frac{3}{2} R (T_2 - T_1) = p_2 V_1 - p_1 V_1 + \frac{5}{2} R (T_3 - T_2) =$$

$$p_1 = p_1 \quad 2V_3 = p_2$$

$$\frac{3}{2} 2V_3 V_1 - \frac{3}{2} 2V_1^2 + \frac{5}{2} 2V_3^2 - \frac{5}{2} 2V_3 V_1$$

$$a = \frac{V_3}{V_1}$$

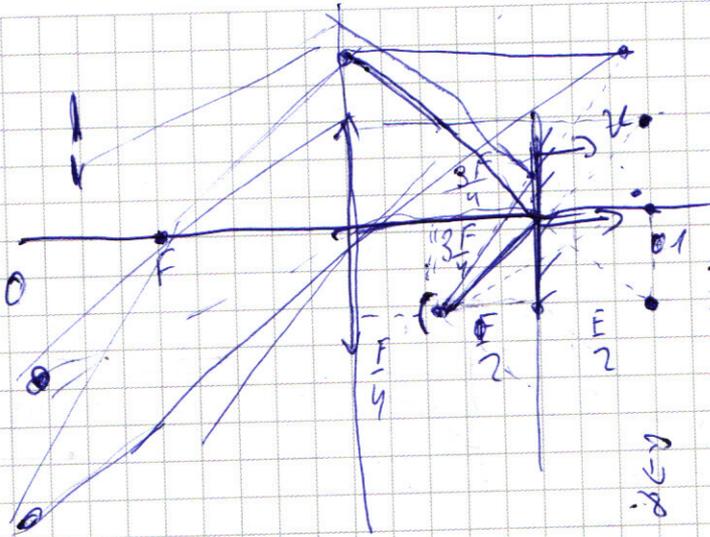
$$(V_3 - V_1) / (P_3 - P_1)$$

$$\frac{a-1}{5/a+0}$$

$$\frac{5}{5/a+0} = \frac{5}{5/a} = a = \frac{V_3}{V_1}$$

$$R = 5F$$

$$\frac{3a+5 - 4a - 6}{5/a+1} = \frac{-a-1}{5/a+1} = -\frac{a+1}{5/a+1}$$



$$\frac{1}{2} \alpha (V_3 - V_1)^2$$

$$\frac{3}{2} \frac{VR}{I_2 - T_1 + T_3 - T_2} + \frac{2}{3} T_3 - \frac{2}{3} T_2$$

$$\frac{3VR}{3T_3 - 3T_2}$$

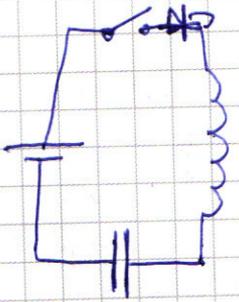
$$\frac{VR}{2(T_3 - T_2)}$$

$$\frac{3}{2} VR (T_3 - T_2) + P_2 (V_3 - V_1)$$

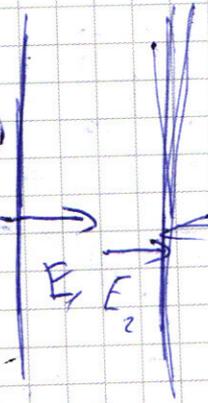
$$P_2 V_3 = VR T_3$$

$$\frac{1}{2} \alpha (V_3 - V_1)^2 = \frac{5VR (T_3 - T_2)}{5(V_3 - V_1)^2}$$

$$\frac{V_3 - V_1}{5(V_3 - V_1)^2} = \frac{V_3 + V_1}{5(V_3 + V_1)}$$



$$I = \frac{VR}{R} = \frac{VR}{5F} = \frac{VR}{5(V_3 - V_1)}$$



$$\frac{F}{H} = \frac{F}{H} + \frac{F}{H}$$

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{H} + \frac{1}{H}$$

$$dH = 32 \cdot 28$$

$$|dH| = 28$$

$$\frac{F}{H} = \frac{F}{H} + \frac{F}{H}$$

$$\frac{F}{H} = 1 + \frac{F}{H}$$

$$\frac{F}{528} = \frac{F}{H} + \frac{F}{H}$$

$$\frac{Q}{dH} = 1 + \frac{Q}{dH}$$

