

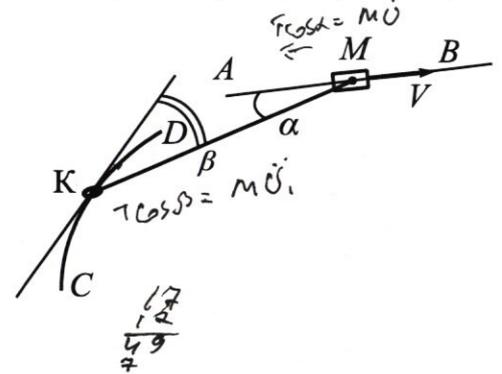
# Олимпиада «Физтех» по физике, ф

## Вариант 11-04

Класс 11

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

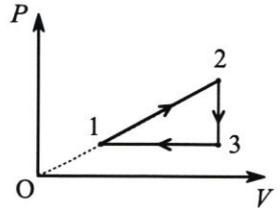
1. Муфту М двигают со скоростью  $V = 2$  м/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой  $m = 0,4$  кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом  $R = 1,9$  м. Кольцо и муфта связаны легким тросом длиной  $l = 17R/15$ . Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент трос составляет угол  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 4/5$ ) с направлением движения муфты и угол  $\beta$  ( $\cos \beta = 8/17$ ) с направлением движения кольца.



- 1) Найти скорость кольца в этот момент.
- 2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
- 3) Найти силу натяжения троса в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления  $P$  от объема  $V$  (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.

- 1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило понижение температуры газа.
- 2) Найти для процесса 1-2 отношение изменения внутренней энергии газа к работе газа.
- 3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.



3. Обкладки конденсатора – квадратные металлические сетки, сторона квадрата во много раз больше расстояния  $d$  между обкладками. Напряжение на конденсаторе  $U$ . Отрицательно заряженная частица движется на большом расстоянии к конденсатору по оси симметрии, перпендикулярно обкладкам, влетает в него со скоростью  $V_1$  и останавливается на расстоянии  $0,2d$  от отрицательно заряженной обкладки.

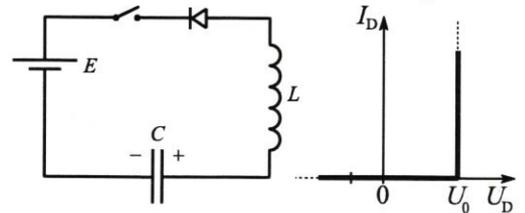
- 1) Найдите удельный заряд частицы  $\gamma = \frac{|q|}{m}$ .
- 2) Через какое время  $T$  после влета в конденсатор частица вылетит из него?
- 3) Найдите скорость  $V_0$  частицы на бесконечно большом расстоянии от конденсатора.

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника  $E = 6$  В, конденсатор емкостью  $C = 10$  мкФ заряжен до напряжения  $U_1 = 9$  В, индуктивность идеальной катушки  $L = 0,4$  Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода  $U_0 = 1$  В.

Ключ замыкают.

- 1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
- 3) Найти установившееся напряжение  $U_2$  на конденсаторе после замыкания ключа.

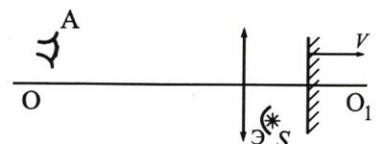


5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием  $F$ , плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника  $S$  может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси  $OO_1$  линзы. Источник  $S$  находится на расстоянии  $8F/15$  от оси  $OO_1$  и на расстоянии  $3F/5$  от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью  $V$  вдоль оси  $OO_1$ . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии  $6F/5$  от линзы.

1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?

2) Под каким углом  $\alpha$  к оси  $OO_1$  движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)

3) Найти скорость изображения в этот момент.







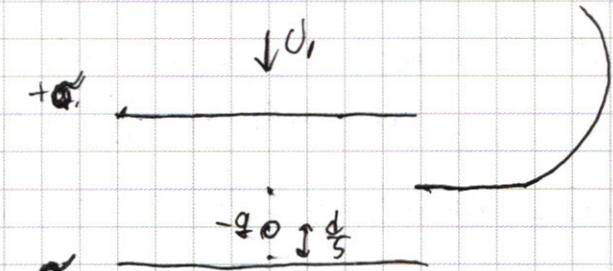
Реш. 1) 3:5

2) 3

3)  $\frac{1}{4}$

№ 3

1) Воспользуемся известной  
формулой потенциала в  
точках между пластинами  
конденсатора  $U_0$  на расстоянии  
 ~~$\frac{d}{2}$~~   $\frac{d}{2}$  и леммы.



В плоскости проходящей через

середину квадратов и параллельной сторонам  
квадрата, равен 0;  $\varphi = 0$

т.к. силовые линии проходят через эти точки углов  
на расстоянии  $\frac{d}{8}$  от  $0$ ;  $\varphi = 0$ ; ~~Все предположим, что~~  
~~Все конденсатора как есть,  $\rightarrow$  т.к. влет в конденсатор,~~  
соответственно влет в конденсатор.

$\varphi_1 = +\frac{U}{2}$  (влет через положительную пластину)

на расстоянии  $\frac{d}{8}$  от  $0$ :  $\varphi_2 = -U \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) = -U \cdot 0,3$

из 3.с.т:  $m \frac{U_0^2}{2} = -(-|q|\varphi_1 + (-|q|\varphi_2) = m|q|(\varphi_1 - \varphi_2) = |q| \cdot 0,34 \Rightarrow$

$$\gamma = \frac{|q|}{m} = \frac{U_0^2 \cdot 10^5}{2 \cdot 3 \cdot U} = \frac{5U_0^2}{8U}$$

2)  $E = \frac{U}{d} \Rightarrow$  из 3.л.т.  $ma = |q| \cdot E = |q| \frac{U}{d} \Rightarrow a = \gamma \frac{U}{d}$

до влета электр. частицы пройдет расст.  $s = 0,3d$  т.к.  $s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow$

$$\frac{t^2}{2} = \frac{2 \cdot 0,3d}{a} = \frac{16d^2}{108U} = \frac{34d^2}{55U} = \frac{64d^2}{25U_0^2} \Rightarrow T = \frac{8d}{5U_0}$$

Время влета  $\rightarrow$  время  $\rightarrow$  время  $\rightarrow$  в грав. поле  $\varphi = 2T = \frac{16d}{5U_0}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) ~~как это~~ в пункте <sup>N 3</sup> я указал значение потенциала при влёте (т.к. было известно значение в центре конденсатора, а  $\Delta\varphi = -E \cdot \Delta x$ )  $\Rightarrow$  запишем з.с.з. связав скорость параллельно с потенциалом на бесконечности, нуль на бесконечности скорости:  $0_0$  потенциал:  $\varphi_0$ ;  $\Rightarrow$

$$\frac{mU_0^2}{2} - \frac{mU_1^2}{2} = (\varphi_0 - \varphi_1) \cdot |q| \Rightarrow U_0^2 = 2 \left( \frac{q \cdot \Delta\varphi}{m} \right) + U_1^2 = 2\delta \frac{-U}{2} + U_1^2$$

$$U_0 = \sqrt{U_1^2 - \delta U} = \sqrt{U_1^2 - \frac{5U_1^2}{8}} = U_1 \sqrt{\frac{3}{8}}$$

Ответ: 1)  $\frac{5U_1^2}{8U}$

2)  $\frac{16d}{50}$

3)  $U_1 \sqrt{\frac{3}{8}}$

N 4

1) при замыкании ключа заряд не может мгновенно измениться  $\Rightarrow$

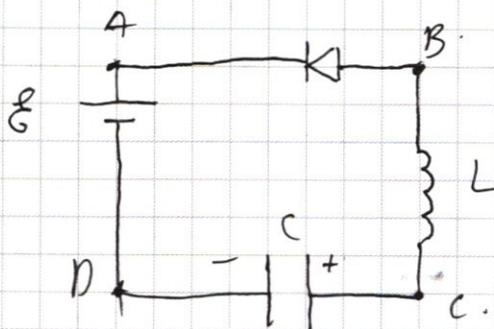
т.к.  $\mathcal{E}_i = -\dot{I}L \Rightarrow$

$$U_{CB} = \dot{I}L$$

$$U_{CB} = U - \mathcal{E} \quad U_{CB} + U_{BA} + U_{AD} + U_{DC} = 0 \Rightarrow$$

$$U_{CB} + U_0 + \mathcal{E} - U = 0 \Rightarrow U_{CB} = U - \mathcal{E} - U_0$$

$$\dot{I}L = U - \mathcal{E} - U_0 \Rightarrow \dot{I} = \frac{U - \mathcal{E} - U_0}{L} = \frac{2 \cdot 10}{0,4} = 5 \text{ А/с.}$$



№4 Прогнозирование

2) Пусть заряды две открыты и по нему перейти с конденсатора заряд  $q \Rightarrow A_{\text{эс}} = -q \Rightarrow$  (пусть  $q_0 = U_0 C$ )

$$\frac{q_0^2}{2C} - \varepsilon q = U_0 q + \frac{LI^2}{2} + \frac{U_0^2 C}{2} \frac{(q_0 - q)^2}{2C} \Rightarrow$$

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C} - q(\varepsilon + U_0) - \frac{q_0^2}{2C} + \frac{q q_0}{C} - \frac{q^2}{2C} \Rightarrow$$

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{q^2}{2C} - q(U_0 - \varepsilon + U_0) - \frac{q^2}{2C}$$

то чтобы был бы не парадокс с первым случаем

$$q_{\text{max}} = \frac{\varepsilon(U_0 - \varepsilon + U_0)C}{2}$$

Значит, что  $q > 0 \Rightarrow$  такая ситуация

$LI^2 =$  возможно (заряд не может закрыт)

$$\frac{LI^2}{2} = \frac{(U_0 - \varepsilon + U_0)^2 C}{2} - \frac{q(U_0 - \varepsilon + U_0)^2 C}{2} \Rightarrow$$

$$I^2 = \frac{q(U_0 - \varepsilon + U_0)^2 C}{L} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{q}{L}} (U_0 - \varepsilon + U_0) \sqrt{\frac{C}{L}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{10^{-6}}{4 \cdot 10^{-1}}} = 10010 \text{ А.}$$

3) Значит, что в установившемся режиме ток ток не может, т.е. дуга возникает только на заряде, а конденсатор дуга совершает  $A_{\text{эс}} < 0$  то есть энергия из источника уходит  $\Rightarrow$

пусть на конденсаторе  $q_2$  тогда з.с.э.:

$$\varepsilon q_2 = \varepsilon q \quad \varepsilon (q_2 - q_0) + \frac{q_2^2}{2C} = U_0 (q_0 - q_2) + \frac{q_2^2}{2C} \Rightarrow$$

$$\varepsilon q_2^2 - 2C(q_2(\varepsilon + U_0)) - q_0^2 + 2C\varepsilon q_0 + 2C\varepsilon U_0 q_0 = 0$$

$$q_2^2 - 2q_2 C(\varepsilon + U_0) - q_0^2 + 2Cq_0(\varepsilon + U_0) = 0$$

$$q_2 = \frac{C(\varepsilon + U_0)}{2} \pm \sqrt{\frac{C^2(\varepsilon + U_0)^2}{4} + q_0^2 - 2Cq_0(\varepsilon + U_0)}$$

$$U = \varepsilon + U_0 \pm \sqrt{(\varepsilon + U_0)^2 + U_0^2 - 2U_0\varepsilon} = \varepsilon + U_0 \pm |U_0 - \varepsilon - U_0| =$$

$$= \varepsilon + U_0 \pm (U_0 - \varepsilon - U_0) + \text{знак не может быть. Т.к. тогда придет две заряды}$$

что две не может быть заряд со дв не получится.  $\Rightarrow U = \varepsilon + U_0 - U_0 + \varepsilon + U_0 = 2(\varepsilon + U_0) - U_0$   
 Ответ на последний сч.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)  $S_1$  - изображение

искомого в зеркале.

расстояние от  $S_1$  от

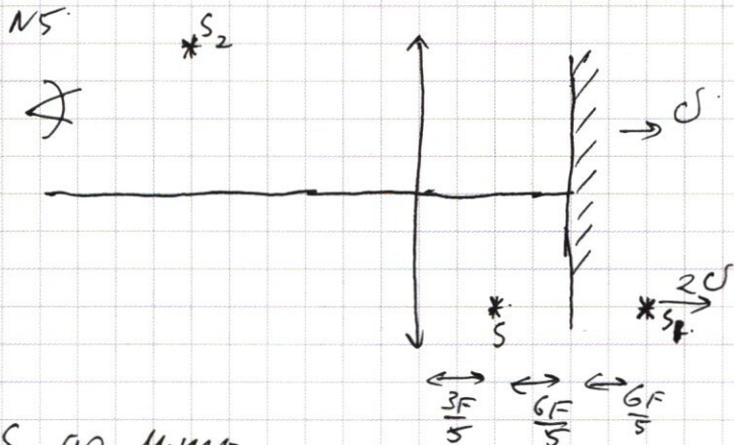
линзы:  $\frac{3+6+6}{5} F = 3F$

если  $a_1$  - расстояние от  $S_1$  до линзы

$b_1$  - расстояние от линзы до  $S_2$  то воспользуемся формулой

линзы:  $\frac{1}{b_1} + \frac{1}{a_1} = \frac{1}{F} \Rightarrow b_1 = \frac{F a_1}{a_1 - F}$

т.к.  $a_1 = 3F \Rightarrow b_1 = \frac{3F^2}{2F} = \frac{3}{2} F$



2) перейдем в С.О. Зеркала в ней  $S$  удаляется со скоростью  $U$

влево  $\Rightarrow S_1$  удаляется с  $U$  вправо; перейдем обратно в

С.О. Земли тогда в ней  $U_1 = U + U = 2U$  (скорость  $S_1$ )

продифференцируем формулу линзы по  $t$ :

$$\frac{1}{b_1} + \frac{1}{a_1} = \frac{1}{F} \quad \left| \frac{d}{dt} \right. \Rightarrow -\frac{\dot{b}_1}{b_1^2} - \frac{\dot{a}_1}{a_1^2} = 0 \Rightarrow \text{или } \dot{b}_1 = -\dot{a}_1 \frac{b_1^2}{a_1^2}$$

т.к.  $\dot{a}_1 > 0 \Rightarrow \dot{b}_1 < 0 \Rightarrow S_2$  приближается к горизонту.

$$|\dot{b}_1| = 2U \cdot \left(\frac{\frac{3}{2}F}{3F}\right)^2 = \frac{2U}{4} = \frac{U}{2}; \quad \dot{b}_1 = -\frac{U}{2}$$

Найдем теперь вертикальную скорость если  $h$  - высота  $S_2$

над оптической осью, то  $h = \Gamma \cdot \frac{2}{15} F$  где  $\Gamma = \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \Gamma = \frac{a_1}{b_1}$

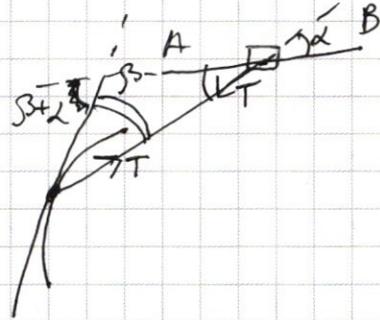
$$h = \frac{2}{15} F \frac{a_1}{b_1} \quad \left| \frac{d}{dt} \right. \Rightarrow \dot{h} = \frac{2}{15} F \left( \frac{\dot{a}_1 b_1 - b_1 \dot{a}_1}{b_1^2} \right) = \frac{2}{15} F \left( \frac{2U \cdot \frac{3}{2}F + \frac{U}{2} \cdot 3F}{\left(\frac{3}{2}F\right)^2} \right) \Rightarrow$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 1

1) Зная, что Катюгузю или  
можно расщаривать или свернуть  
сартель погу воспользуемся  
законом косинусов по еса



если скорости думали:  $U_\alpha$ , то:

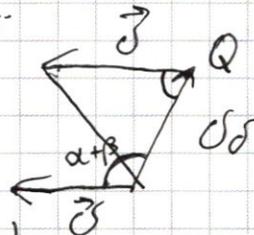
$$U_\alpha \cos \beta = U \cos \alpha$$

$$U_\alpha = U \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} ; U_\alpha = 2 \cdot \frac{4 \cdot 17}{5 \cdot 8} = \frac{34}{10} = 3,4 \text{ м/с}$$

2) из закона сложения скоростей

$$\vec{U}_{\text{отн}} = \vec{U}_\alpha - \vec{U}$$

угол между векторами:



$2 + \beta$  (как внешний угол в треугольнике)

перенесем  $\vec{U}$  параллельно в конец вектора  $U_\alpha$  (в точку Q)

погу угол с вершиной в Q и сторонами  $\vec{U}$ ;  $U_\alpha$  равен:

$180 - \alpha - \beta$ ; по теореме косинусов:

$$U_{\text{отн}} = \sqrt{U_\alpha^2 + U^2 - 2 \cos(180 - \alpha - \beta) U U_\alpha} = \sqrt{U_\alpha^2 + U^2 + 2 \cos(\alpha + \beta) U U_\alpha}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \sqrt{\frac{225}{289}} = \frac{15}{17} \Rightarrow$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{17} - \frac{3}{5} \cdot \frac{15}{17} = \frac{32 - 45}{5 \cdot 17} = \frac{-13}{85}$$

$$U_{\text{отн}} = \sqrt{U^2 \left(1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta}\right) - \frac{13}{85} U^2 \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}} = U \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} - \frac{13 \cos \alpha}{85 \cos \beta}} \Rightarrow U_{\text{отн}} = 2 \sqrt{1 + \frac{17^2}{5^2} - \frac{13 \cdot 17}{85 \cdot 5}} =$$

$$= 2 \sqrt{1 + \frac{239-13}{25}} = 2 \sqrt{\frac{25+246}{25}} = \frac{2 \sqrt{301}}{5} \text{ н/с.} \approx \frac{2 \cdot 17 \cdot 10^2}{5} = 4 \cdot 10^2 = 400 \text{ н/с.}$$

3) 3) Пусть  $\beta$  и  $\alpha$  - меняются во времени, но найти

объём работы  $\alpha$  и  $\beta$

пусть пройдёт малое время  $dt$ , тогда

длина дуги  $d\ell$  равна  $d\ell = dt \frac{v}{R}$

$$d\ell = dt \frac{v}{R}$$

Скорость  $v$  равна  $v = R \omega$

и  $d\ell = dt \frac{v}{R} = dt \omega$   $\Rightarrow$   $130 = \alpha + \beta$

$$130 - (\alpha + d\alpha) - (\beta + d\beta) = 130 - \alpha - \beta - d\alpha - d\beta \Rightarrow$$

$$d\alpha + d\beta = -dt \frac{v}{R} \Rightarrow \frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} = -\frac{v}{R}$$

~~Затем составим~~

~~Затем составим уравнение энергии~~

~~относительно O; пусть угловая скорость колеса:  $\omega$~~

~~$$\frac{dW}{dt} M R^2 + \frac{dU}{dt} M v^2 = -N v_2 \text{ где } v_1 - \text{мгновенная скорость по AB}$$~~

~~$v_2$  - скорость центра масс  $M$ .~~

~~из II-го з.п. замкнём для тела  $M$  в проекции на  $AB$  перпендикуляр~~

~~к  $AB$ :  $N = T \sin \alpha$ ; замкнём также II з.п. для  $M$  в проекции~~

~~на  $AB$  для  $K$  в проекции на касательную:  $d\ell = \omega R$ .~~

~~$$\begin{cases} \frac{dW}{dt} M R^2 = T \cos \beta \\ \frac{dU}{dt} M v^2 = -T \cos \alpha \end{cases}$$~~

~~найдём  $v_1$  и  $v_2$ :~~

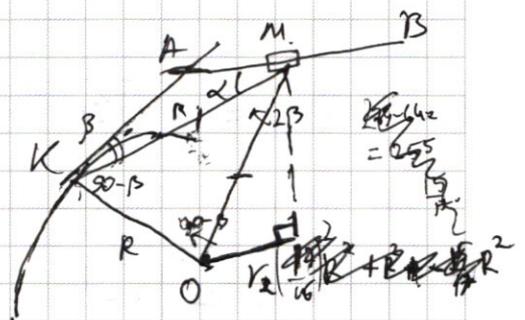
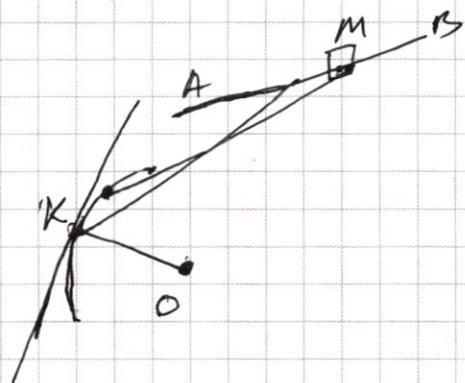
~~$\angle MKO = 90 - \beta$ ; из теоремы Пифагора~~

~~$$OM^2 = \left(\frac{17}{15}R\right)^2 + R^2 - 2 \sin \beta \frac{17}{15}R^2$$~~

~~$$\text{т.к. } \sin \beta = \frac{15}{17} \Rightarrow OM^2 = \left(\frac{17}{15}R\right)^2 - R^2 \Rightarrow \left(\frac{17}{15}R\right)^2 = OM^2 + R^2$$~~

~~по теореме обратной теореме Пифагора  $\Delta KMO$  - прямоугольный.  $\angle O = 90^\circ \Rightarrow$~~

~~$$\angle KMO = \beta \quad MO = l \cos \beta = \frac{8}{17} \cdot \frac{17}{15} R = \frac{8}{15} R;$$~~



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Прогнозные.

$$V_2 = \sigma M (\cos \alpha + \beta) = \frac{3}{15} R = \frac{13}{85} = \frac{104 R}{85 \cdot 21}$$

$$\sin \alpha + \beta = \sqrt{1 - \frac{169}{7220}} = \sqrt{\frac{7051}{85^2}}$$

$$V_1 = \frac{\sqrt{7051}}{85} R.$$

$$\begin{array}{r} 67 \\ 85 \\ 85 \\ \hline 170 \\ 630 \\ \hline 7220 \end{array}$$

Заметим, что  $K$  ~~двигается~~ в С.О. М движется

по окружности КС от перелома в точке С.О. угол  $\alpha$  не

меняется тогда заметим, что в данный момент

$$(1) \frac{d\alpha}{dt} = -\frac{v_{\text{отн}}}{l}; \quad \frac{d\beta}{dt} = \frac{v_{\text{отн}}}{l}$$

$$\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} = -\frac{v_{\text{отн}}}{R} \Rightarrow \frac{d\beta}{dt} = \frac{v_{\text{отн}}}{R} - \frac{v_{\text{отн}}}{l} \quad (2)$$

Запишем закон сохранения:

$$v_{\text{отн}} \cos \beta = v_{\text{отн}} \cos \alpha \quad \left| \frac{d}{dt} \right. \Rightarrow \dot{v}_{\text{отн}} \cos \beta + v_{\text{отн}} \dot{\beta} \sin \beta = \dot{v}_{\text{отн}} \cos \alpha - v_{\text{отн}} \dot{\alpha} \cos \alpha \quad (3)$$

или запишем П.З.И. на вращении на АВ при М;

и на касательную, для К:

$$\begin{cases} m \dot{v}_{\text{отн}} = T \cos \beta \\ M \dot{v} = -T \cos \alpha \end{cases}$$

Или  $\begin{cases} m \dot{v}_{\text{отн}} = T \cos \beta \\ M \dot{v} = -T \cos \alpha \\ \dot{v}_{\text{отн}} \cos \beta = \dot{v} \sin \beta \end{cases}$  в урав (3) воспользу (2) и (1)

$$\dot{v}_{\text{отн}} \cos \beta - \frac{v_{\text{отн}}^2}{R} \sin \beta + \frac{v_{\text{отн}} v_{\text{отн}}}{l} \sin \beta = \dot{v}_{\text{отн}} \cos \alpha + \frac{v_{\text{отн}} v_{\text{отн}} \cos \alpha}{l} \Rightarrow \dot{v}_{\text{отн}} = \frac{\dot{v}_{\text{отн}} \cos \alpha}{\cos \beta} + \frac{v_{\text{отн}} v_{\text{отн}} (\cos \alpha - \cos \beta)}{l \cos \beta} + \frac{v_{\text{отн}}^2 \sin \beta}{R}$$

$$\dot{v} = -\frac{T \cos \alpha}{M} \Rightarrow T = \frac{m \dot{v}_{\text{отн}}}{\cos \beta} = \frac{m}{\cos \beta} \left( -\frac{T \cos \alpha}{M} \right) + \frac{m v_{\text{отн}} v_{\text{отн}} (\cos \alpha - \cos \beta)}{l \cos \beta} + \frac{m v_{\text{отн}}^2 \sin \beta}{R \cos \beta} \Rightarrow$$

$$T \left( 1 + \frac{m \cos \alpha}{M \cos \beta} \right) = \frac{m \omega \omega_{\text{cm}} (\cos \alpha - \cos \beta)}{R \cos \beta} + \frac{m \omega_j^2 \tan \beta}{R \cos \beta}$$

Ответ: 1) 3,4 м/с.

2)  $\frac{2 \cdot \sqrt{301}}{5} \text{ м/с} \approx 6,8 \text{ м/с}$

3) 
$$\frac{\frac{m \omega \omega_{\text{cm}} (\cos \alpha - \cos \beta) + m \omega_j^2 \tan \beta}{R \cos \beta}}{1 + \frac{m \cos \alpha}{M \cos \beta}}$$

в 4 программах.

$\tan \alpha = \frac{A}{B} \quad 14 - 9 = 5 \text{ В.}$

Ответ: 1) 5 А/с.

2) 100 Вт/А

3) 5 В.