

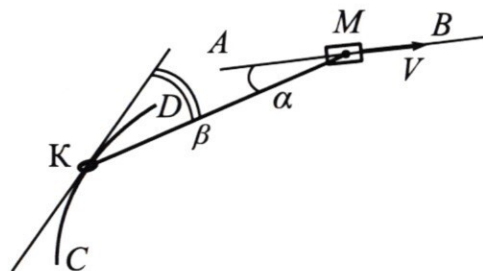
Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Вариант 11-04

Класс 11

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

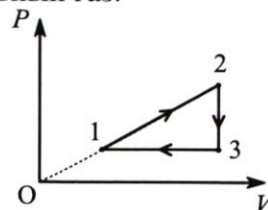
1. Муфту М двигают со скоростью $V = 2$ м/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой $m = 0,4$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 1,9$ м. Кольцо и муфта связаны легким тросом длиной $l = 17R/15$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент трос составляет угол α ($\cos \alpha = 4/5$) с направлением движения муфты и угол β ($\cos \beta = 8/17$) с направлением движения кольца.



- ✓1) Найти скорость кольца в этот момент.
- ✓2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
- ✓3) Найти силу натяжения троса в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.

- ✓1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило понижение температуры газа.
- ✓2) Найти для процесса 1-2 отношение изменения внутренней энергии газа к работе газа.
- ✓3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.



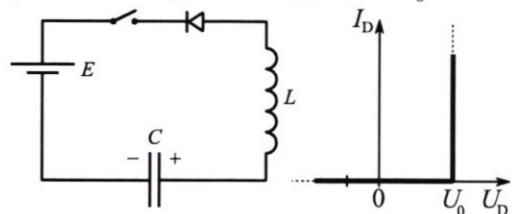
3. Обкладки конденсатора – квадратные металлические сетки, сторона квадрата во много раз больше расстояния d между обкладками. Напряжение на конденсаторе U . Отрицательно заряженная частица движется на большом расстоянии к конденсатору по оси симметрии, перпендикулярно обкладкам, влетает в него со скоростью V_1 и останавливается на расстоянии $0,2d$ от отрицательно заряженной обкладки.

- ✓1) Найдите удельный заряд частицы $\gamma = \frac{|q|}{m}$.
- ✓2) Через какое время T после влета в конденсатор частица вылетит из него?
- ✓3) Найдите скорость V_0 частицы на бесконечно большом расстоянии от конденсатора.

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

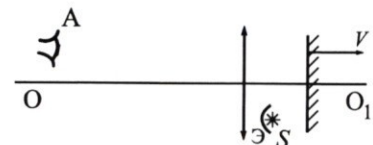
4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 6$ В, конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 9$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0,4$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В. Ключ замыкают.

- ✓1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
- ✓2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
- ✓3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.

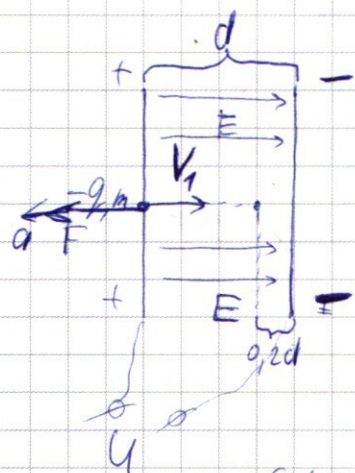


5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F , плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $8F/15$ от оси OO_1 и на расстоянии $3F/5$ от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $6F/5$ от линзы.

- ✓1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
- ✓2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- ✓3) Найти скорость изображения в этот момент.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Заряд тормозится $\Rightarrow$ он вылетит со скоростью меньше напряженности поля (E). Пусть модуль его заряда q , масса - m . Внутри конденсатора на заряд действует прот. сила $F \Rightarrow$ его движение равноускоренно с ускор. a .

1.) По ЗУЭ: $\frac{mV_1^2}{2} = F \cdot (d - 0,2d) = E \cdot q \cdot 0,8d$

$U = E \cdot d \Rightarrow \frac{mV_1^2}{2} = 0,8q \cdot U \Rightarrow \boxed{\frac{q}{m} = \frac{V_1^2}{1,6U}} \quad \frac{1}{1,6} = \frac{5}{8} = 0,625$

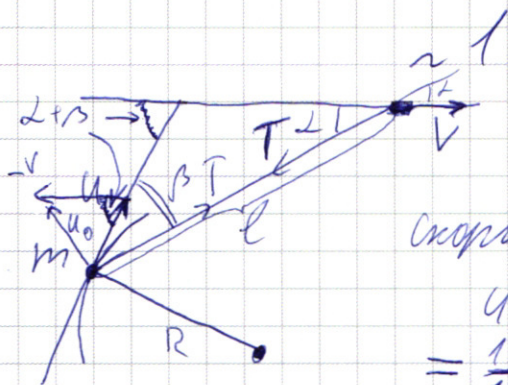
Ответ: $\gamma = \frac{qU}{m} = \frac{5V_1^2}{8U} = 0,625 \frac{V_1^2}{U}$.

2.) Движение равноускоренное $\Rightarrow$ если с момента вылета до остановки прошло время t , то $T = 2t$.

$t = \frac{V_1}{a}$

$F = ma = Eq \Rightarrow a = \frac{Eq}{m} = \frac{U}{d} \cdot \frac{q}{m} = \frac{V_1^2}{1,6d} \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \frac{V_1}{a} = \frac{V_1 \cdot 1,6d}{V_1^2} = \frac{1,6d}{V_1} \Rightarrow \boxed{T = 2t = \frac{3,2d}{V_1}} \quad \text{Ответ: } 3,2 \cdot \frac{d}{V_1}$

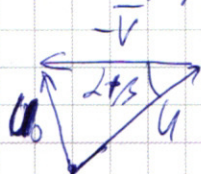


1) Трос нерастяжим $\Rightarrow$ проекции скоростей концов на ось троса равны:

$$u \cos \beta = V \cos 2 \Rightarrow u = \frac{V \cos 2}{\cos \beta} = V \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{17}{8} = \frac{17}{10} V = 1,7 V = 1,7 \cdot 2 = 3,4 \text{ м/с} \quad \text{Ответ: } 3,4 \text{ м/с}$$

Прим.: ск. u направлена по кас. к окр.-мис.

2) В СО, со скоростью u_0 (скорость конца отн. мушкет.) $\vec{u}_0 = \vec{u} - \vec{V}$:



$$\left. \begin{aligned} \cos 2 &= \frac{4}{5} \Rightarrow \sin 2 = \frac{3}{5} \\ \cos \beta &= \frac{8}{17} \Rightarrow \sin \beta = \frac{15}{17} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos(2+\beta) = \cos 2 \cos \beta - \sin 2 \sin \beta = \frac{32}{85} - \frac{45}{85} = -\frac{13}{85}$$

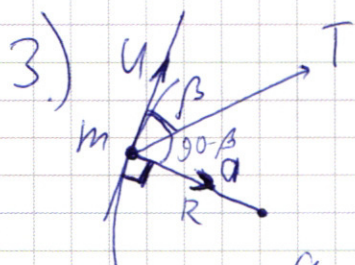
По теор. кос:

$$u_0 = \sqrt{u^2 + V^2 + 2uV \cdot \cos(2+\beta)}$$

$$u_0 = \sqrt{\frac{289}{100} V^2 + V^2 + V^2 \cdot 2 \cdot \frac{17}{10} \cdot \frac{13}{85}} =$$

$$= V \sqrt{\frac{289}{100} + 1 + \frac{26}{50}} = V \sqrt{\frac{441}{100}} = \frac{21}{10} V = 2,1 V = 4,2 \text{ м/с}$$

Ответ: 4,2 м/с.



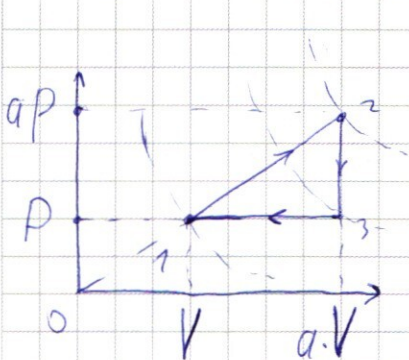
По 2 З.Н. на центростр. ос:

$$T \cos(90-\beta) = m a, \text{ где } a - \text{центростр. уск.}$$

$$a = \frac{u^2}{R} \Rightarrow T = \frac{m u^2}{R \sin \beta} = \frac{0,4 \cdot (3,4)^2}{1,9 \cdot \frac{15}{17}} = \frac{17 \cdot 0,4 \cdot 11,56}{1,9 \cdot 15} =$$

$$= 0,4 \cdot 1,1(3) \cdot 6 = 2,4 \cdot 1,1(3) = 2,7 \text{ Н} \quad \text{Ответ: } 2,7 \text{ Н.}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Пусть объем газа в т. 1 равен V , а давление P .
Тогда если объем газа в точке 2 равен $a \cdot V$,
то давление в точке 2 равно $a \cdot V \cdot \left(\frac{P}{V}\right) = aP$,
т.к. т. 1 и 2 лежат на прямой, прох. через 0
с условием коэф-та $= \frac{P}{V}$. γ -к-во ль-ва ($\gamma=1$), $C_{1,2} = \frac{P}{V}$ ^{изотерм}

1) Температура газа увеличивается в процессах 2-3 и 3-1,
т.е. на изохоре и изобаре:

$$C_{23} = C_V = \frac{3}{2} R \quad (\text{т.к. } Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} \text{ на изохоре } \Rightarrow \text{т.к. } V \text{ не изменяется, } A=0 \Rightarrow Q = \Delta U = \frac{3}{2} \gamma R \Delta T \Rightarrow C_{23} = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{3}{2} \gamma R \Delta T = \frac{3}{2} R)$$

$$C_{31} = C_P = \frac{5}{2} R \quad (\text{т.к. } Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \text{ на изобаре } \Rightarrow \text{при } P = \text{const} \\ A_{31} = P \Delta V = \gamma R \Delta T \text{ и } \Delta U = \frac{3}{2} \gamma R \Delta T \Rightarrow C_{31} = \frac{\gamma R \Delta T + \frac{3}{2} \gamma R \Delta T}{\Delta T} = \frac{5}{2} R)$$

по ур-ню К-М

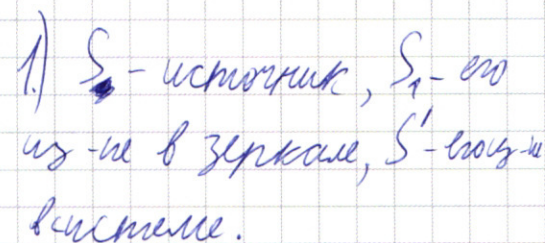
$$\gamma = \frac{C_{31}}{C_{23}} = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{3} = 1,67. \quad \text{Ответ: } 1,67.$$

2) $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \gamma R (T_2 - T_1)$ По ур-ню К-М: $aP V = \gamma R T_2$
 $P V = \gamma R T_1 \Rightarrow \gamma R (T_2 - T_1) = P V (a - 1)$

$$A_{12} = \text{площадь под зр.} = \frac{(P + aP)}{2} \cdot (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} P V (a + 1) (a - 1) = \frac{1}{2} P V (a^2 - 1)$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot P V (a^2 - 1)}{\frac{1}{2} P V (a^2 - 1)} = 3 \quad \text{Ответ: } 3$$

См. прод-ие на стр. 5.


$$\Rightarrow f = \frac{dF}{d-F} = \frac{\frac{9}{5} \cdot F^2}{F(\frac{9}{5}-1)} = \boxed{\frac{9}{4} F} \text{ . Поперечное ув-ие в точке } S_1:$$

2) S_1 движется отк-но мкнзы со ск. $2V \parallel OO_1 \Rightarrow S'$ всегда
летит на лже, иск. из $S \parallel OO_1 \Rightarrow S'$ движется под углом
 α (см. рис.) к OO_1 , причем $\operatorname{tg} \alpha = \frac{H}{F} = \frac{\frac{8}{15} F}{F} = \frac{8}{15} = 0,533$
Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = 0,533 = \frac{8}{15}$.

$\Rightarrow \cos \angle = \frac{15}{17} \Rightarrow$ ели сн. $u_2 - u_3$ U , то еѝ проекция
на ось u_3 00_1 $u \cos \angle = \Gamma^2 \cdot 2V^{(x*)}$

Druck: $U = 3,5 \text{ V} \times$

* И направлена в 1 сторону волны (см. рис.),
н, к волн и т. д. $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = \text{const} \Rightarrow$ при увеличении
 d должно уменьшаться f .

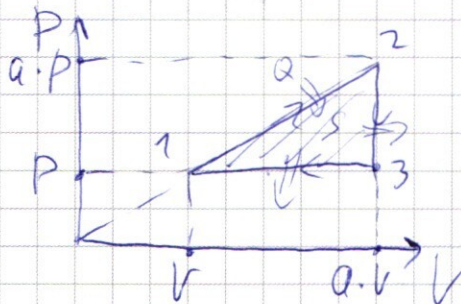
* По теор. о проз. у-ии $\mathcal{B}_{AB} = \Gamma_A \cdot \Gamma_B \rightarrow U_{\text{взаимоси}} = \Gamma^2 \cdot V_{\text{взаимоси}}$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_A} - \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_B} \geq 1 \quad \frac{f_A - f_B}{d_1 d_2} = \frac{f_A}{d_1} \cdot \frac{f_B}{d_2} \Rightarrow \text{prod. gl-} u_{\beta_{AB}} = P_A \cdot P_B.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 2 (прод)

3) По п. 2 $\Delta U_{12} = 3 A_{12} \Rightarrow Q_{12} = \Delta U_{12} A_{12} = 4 A_{12} \text{ кДж}$



термодинам.

Тепло проводится только на участ-
ке 12 $\Rightarrow \eta = \frac{A_{цикла}}{Q_{12}}$

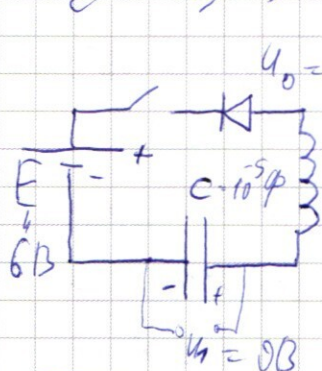
$$A_{цикла} = S_{под трапецией} = \frac{P(a-1) \cdot V(a-1)}{2}$$

$$Q_{12} = 4 A_{12} = 4 \cdot \frac{P(a-1)}{2} \cdot V(a-1) = 2PV(a-1)(a-1)$$

$$\eta = \frac{PV(a-1)(a-1)}{4PV(a-1)(a-1)} = \frac{a-1}{4(a-1)} = \frac{(a+1)-2}{4(a+1)} =$$

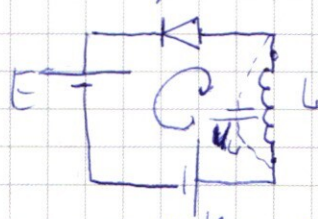
$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{2(a+1)} \Rightarrow \text{при } a \rightarrow \infty \eta \rightarrow \frac{1}{4} \rightarrow \text{предельное зн-е}$$

$\eta = 0,25$ Ответ: 0,25.



I - сила тока
в контуре

а) В начальный момент времени
конденсатор равнозначен источнику тока
с напряж. $U_0 \Rightarrow$ экв. схема:

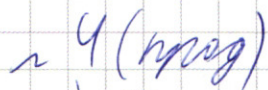


По 2-3. Кирхгофа:

$$E + U_C - U_L = 0, \text{ где } U_C - \text{н-е}$$

на конденсаторе

$$\Rightarrow U_C = U_L - E = L \dot{I} \Rightarrow \dot{I} = \frac{U_0 - E}{L} = \frac{9-6}{0,4} = \boxed{7,5 \frac{\text{А}}{\text{с}}} \text{ Ответ: } 7,5 \frac{\text{А}}{\text{с}}$$


$$A_{\text{источника}} = \Delta W_c, \text{ т.к. в усм.}$$

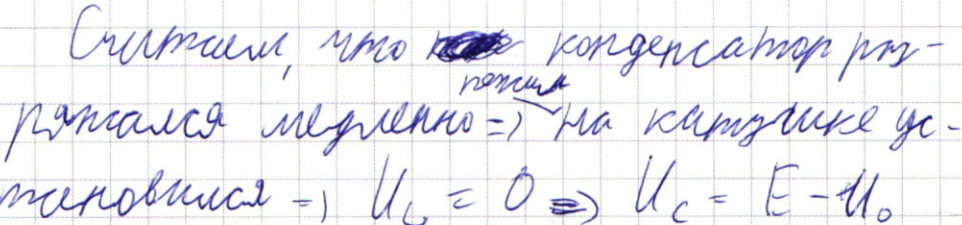
~~А~~ Пусть заряд на C изм. с q_1 до q_2 .

$$A_{\text{norm}} = \mathbf{E}(q_2 - q_1) = EC(U_2 - U_1)$$

$$\Delta W = \frac{CU_2^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} \Rightarrow CE(U_2 - U_1) = \frac{C(U_2^2 - U_1^2)}{2} =$$

$$\Rightarrow 2Eu_2 - 2Eu_1 = u_2^2 - u_1^2 \Rightarrow (u_2 - u_1)(u_2 + u_1 - 2E) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_2 = u_1 \\ u_2 = 2E - u_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 9B \\ u_2 = 2 \cdot 6 - 9 = 3B \end{cases} \quad \text{Daher: } 3B \text{ und } 9B.$$

$$\Rightarrow U_{\text{на диоде}} = U_{\text{д}} = 1 \text{ В} :$$


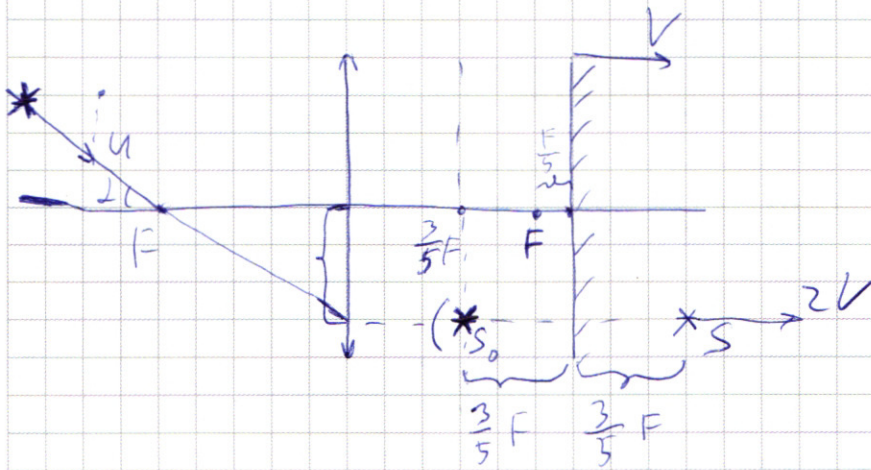
$$A_{\text{ном}} = \frac{C U_{\text{н}}^2}{2} - \frac{C U_{\text{н}}^2}{2} + \frac{L I^2}{2} = \underline{\underline{E C (U_{\text{н}} - U_{\text{н}})}}$$

$$U^2 = (E - U_0 - U_1)(2E - U_1 - E + U_0) = 10^5 \cdot (6 - 1 - 9)(6 - 9 + 1) = 8 \cdot 10^5$$

$$I = \sqrt{\frac{8 \cdot 10^5}{0,4}} = \sqrt{2} \cdot 10^3 = 1,41 \cdot 10^3 = 0,00141 \text{ A} \quad \text{Antwort: } 0,00141 \text{ A}$$

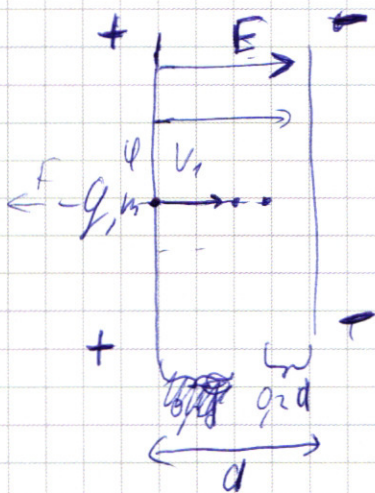
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$q = \Delta \varphi = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = q \cdot \Delta E_k$
 $\frac{m V_1^2}{2} = q \varphi$
 $f = \frac{dF}{d-F} = \frac{\frac{28}{15} F^2}{\frac{13}{15} F} = \frac{28}{13} F$
 $f = \frac{28}{13} F$
 $F \left(\frac{6}{5} - \frac{8}{15} \right) = \frac{2}{3} F \rightarrow d = \frac{6}{5} F + \frac{2}{3} F = \frac{28}{15} F$
 $U = \frac{P^2}{S_2}$



$$\frac{400}{50} \cdot 15 = 12$$

$$5/12$$



$$\frac{mv_1^2}{2} = |q| E \cdot 0,8d = |q| \cdot 0,8U$$

$$U = dE \Rightarrow E = \frac{U}{d}$$

$$2) \quad \frac{q}{m} = \frac{v_1^2}{1,6U}$$

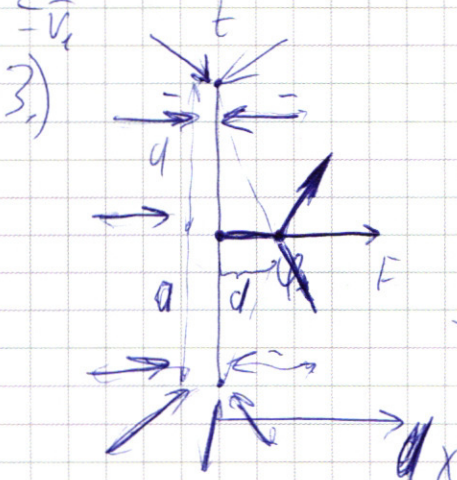
$$\begin{array}{r} 3,4 \\ \times 3,4 \\ \hline 136 \\ 1156 \\ \hline 1160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \mid 15 \\ -15 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,13 \\ -1,13 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$2) \quad F = Eq = ma \Rightarrow a = E \cdot \frac{q}{m} = \frac{U}{d} \cdot \frac{q}{m} = \frac{v_1^2}{1,6d}$$

$$t_0 = 2t = 2 \frac{v_1}{a} = 2 \frac{v_1 \cdot 1,6d}{v_1^2} = \frac{3,2d}{v_1}$$



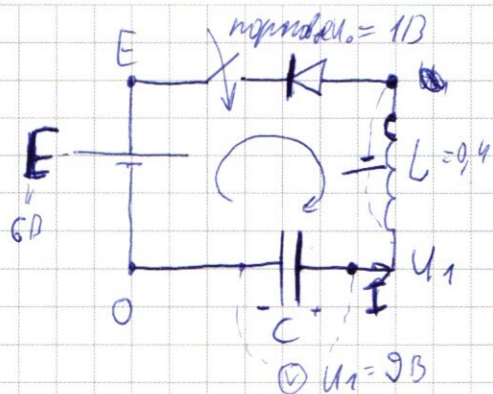
$$Q = \sum F_i d_i = \int F(x) \cdot dx$$

$$F = kqQ \Rightarrow \varphi = \frac{kq}{d}$$

$$\begin{array}{r} 1,13 \\ \times 2,4 \\ \hline 452 \\ 226 \\ \hline 2,712 \end{array}$$

$$\frac{3}{2,4} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4} = 1,25$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} \text{1) } \Sigma: \\ +L\dot{I} + E - U_1 &= 0 \\ I &= \frac{U_1 - E}{L} \end{aligned}$$

$$\text{2) } W = \frac{U_1^2}{2} C \rightarrow W_L = \frac{LI^2}{2} \text{ кинетическая}$$

$A_{\text{ист}} = \Delta W$, Также при $U_c = E$ перестает течь

$$E \left(C(U_c - U_1) \right) = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU_c^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} \quad | : 2$$

$$LI^2 = C(2EU_c - 2EU_1 - U_c^2 + U_1^2)$$

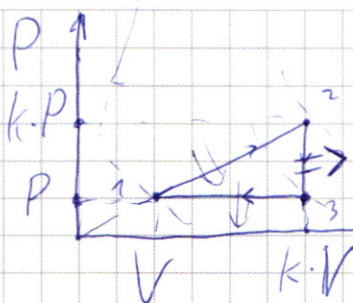
$$I = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sqrt{(U_1 - U_c)(U_1 + U_c - 2E)} \quad \text{отсюда} = I(U_c)$$

$$I'(U_c) = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{1}{2(U_1 - U_c)(U_1 + U_c - 2E)} \cdot (-2U_c + 2E) = 0$$

$\rightarrow I$ макс при $U_c = +E$

$$\begin{aligned} U_c \rightarrow E \text{ и } U_c = E + U_0 \\ EC(E + U_0 - U_1) = \frac{LI^2}{2} + \frac{CU_c^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} \end{aligned}$$

$$I = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \sqrt{(U_1 - E - U_0)(U_1 + E + U_0 - 2E)}$$



$i=3$

1) $\frac{C_{23}}{C_{31}} = ?$

~~2) $\eta_{1-2} = ?$~~

2) $\eta_{1-2} = ?$

3) $\eta_{max} = ?$

1) $C_{23} = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U_{23}}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2} R \Delta T}{\Delta T} = \frac{3}{2} R = C_V$

$C_{31} = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2} R (T_3 - T_1) + P V (k-1)}{T_3 - T_1} = \frac{5}{2} R = C_P$

$P V = T_1 R$

$P \cdot k V = T_3 R$

$P V (k-1) = \frac{3}{2} R (T_3 - T_1)$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 15 \\ \hline 0 & 0,153333 \\ \hline 8 & 0 \\ -25 & \\ \hline 50 & \\ -45 & \end{array}$$

$\frac{1}{\gamma} = \frac{C_V}{C_P} = \frac{3}{5}$

2) $\frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} = \frac{\frac{3}{2} R (T_2 - T_1)}{\frac{K P + P}{2} \cdot V (k-1)} = \frac{3 R (T_2 - T_1)}{P V (k+1)(k-1) = P V k^2 - P V}$

$$\begin{array}{r|l} 85 & 24 \\ \hline 32 & 3,5 \\ \hline 13 & 0 \\ -12 & 0 \\ \hline 10 & 0 \\ -10 & \end{array}$$

$P V = R T_1$

$K P V = R T_2 \Rightarrow R (T_2 - T_1) = P V (k^2 - 1)$

~~$\eta_{12} = \frac{Q_{12} - Q_{23} - Q_{31}}{Q_{12}} = \frac{\frac{1}{2} P V (k^2 - 1)}{\frac{3}{2} R (T_2 - T_1) + P V (k^2 - 1)} = \frac{P V (k^2 - 1)}{\frac{3}{2} R (T_2 - T_1) + P V (k^2 - 1)}$~~

3) $\eta_{12} = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{Q_{12}} = \frac{Q_{12} - 3 R (T_2 - T_1) + Q_{13} - 2 R (T_1 - T_3)}{Q_{12}}$

$\Delta U_{12} = 3 A_{12} = [Q_{12} - 4 A_{12}] = 2 P (k+1) V (k-1)$

$\eta = 1 - \frac{A_{23}}{A_{12}} = 1 - \frac{P V (k-1)}{4 P (k+1) V (k-1)} = 1 - \frac{1}{4(k+1)} = \frac{4(k+1) - 1}{4(k+1)} \rightarrow \max$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten solution for a physics problem involving vector addition and trigonometry.

Given:

- $m = 0,4 \text{ kg}$
- $R = 1,9 \text{ m}$
- $\cos \alpha = \frac{4}{5}$
- $\cos \beta = \frac{8}{17}$

Tasks:

- 1) $U = ?$
- 2) $U \cos \alpha$
- 3) $T = ?$

Diagram 1: Shows a mass m moving along a curved path with radius R . The velocity vector V is horizontal, and the normal vector U is at an angle α to the vertical. The angle between V and U is $2 + \beta$.

Diagram 2: Vector diagram showing the addition of U and V to find the resultant U_0 . The angle between U and V is $2 + \beta$.

Equations:

$$\frac{U}{\sin(2 + \beta)} = \frac{V}{\sin \beta} = \frac{a}{\sin 2}$$

$$V \cos 2 = U \cos \beta$$

$$U = V \frac{\cos 2}{\cos \beta} = \frac{17}{10} V$$

Resultant Calculation:

$$U_0 = \sqrt{U^2 + V^2 - 2UV \cdot \cos(2 + \beta)}$$

Trigonometric Values:

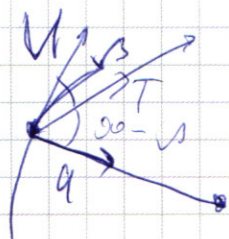
$$\sin 2 = \frac{3}{5}, \cos 2 = \frac{4}{5}$$

$$\sin \beta = \frac{15}{17}, \cos \beta = \frac{8}{17}$$

Final Calculation:

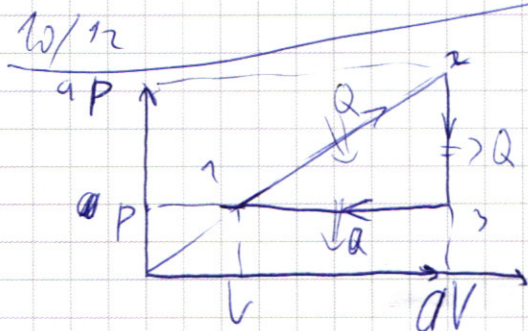
$$U_0 = \frac{289}{100} V^2 + V^2 + 2 \frac{17}{10} V \cdot \frac{13}{5 \cdot 17} = V \sqrt{\frac{289}{100} + \frac{26}{50} + 1} = V \sqrt{\frac{289 + 52 + 100}{100}} = \frac{21}{10} V$$

$$\frac{3}{0,4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7,5$$



$$T \sin \beta = m g = \frac{m U^2}{R}$$

$$T = \frac{m U^2}{R \sin \beta}$$



$$z = \frac{\frac{1}{2} P V (a-1)^2}{Q_{12}}$$

$$Q_{12} = 4 A_{12} = \frac{4 P V (a^2 - 1)}{2}$$

$$z = \frac{(a-1)^2}{2a^2 - 2} \rightarrow \max$$

$$z(a) = \frac{\frac{a^2 - 2a + 1}{2a^2 - 2}}{\frac{1}{2} + \frac{2a + 2}{2a^2 - 2}} = \frac{(a-1)^2}{2(a-1)(a+1)} = \frac{a-1}{2(a+1)}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{2}{2(a+1)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{a+1} = \frac{1}{2} - (a+1)^{-1}$$

$$z'(a) = -(-1) \cdot \frac{1}{(a+1)^2}$$

