

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2020

Класс 11

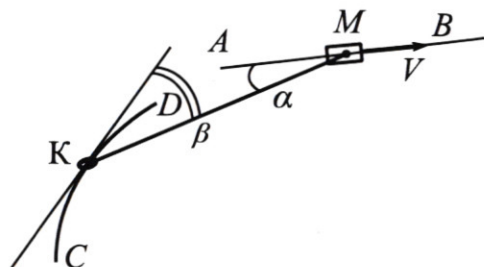
Вариант 11-04

Шифр U.51

(заполняется секретарём)

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вложенного задания не проверяются.

1. Муфту М двигают со скоростью $V = 2$ м/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой $m = 0,4$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 1,9$ м. Кольцо и муфта связаны легким тросом длиной $l = 17R/15$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент трос составляет угол α ($\cos \alpha = 4/5$) с направлением движения муфты и угол β ($\cos \beta = 8/17$) с направлением движения кольца.



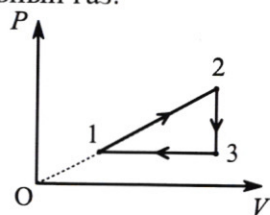
- 1) Найти скорость кольца в этот момент.
- 2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
- 3) Найти силу натяжения троса в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.

1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило понижение температуры газа.

2) Найти для процесса 1-2 отношение изменения внутренней энергии газа к работе газа.

3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.



3. Обкладки конденсатора – квадратные металлические сетки, сторона квадрата во много раз больше расстояния d между обкладками. Напряжение на конденсаторе U . Отрицательно заряженная частица движется на большом расстоянии к конденсатору по оси симметрии, перпендикулярно обкладкам, влетает в него со скоростью V_1 и останавливается на расстоянии $0,2d$ от отрицательно заряженной обкладки.

1) Найдите удельный заряд частицы $\gamma = \frac{|q|}{m}$.

2) Через какое время T после влета в конденсатор частица вылетит из него?

3) Найдите скорость V_0 частицы на бесконечно большом расстоянии от конденсатора.

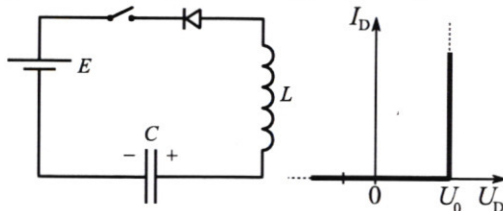
При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 6$ В, конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 9$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0,4$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В. Ключ замыкают.

1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.

2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.

3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.

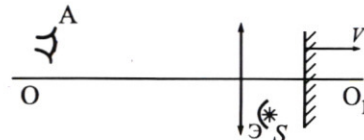


5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F , плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $8F/15$ от оси OO_1 и на расстоянии $3F/5$ от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $6F/5$ от линзы.

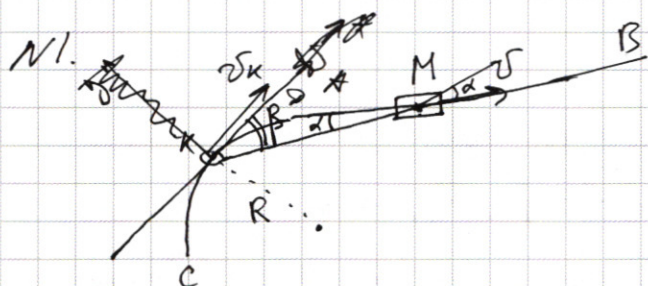
1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?

2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)

3) Найти скорость изображения в этот момент.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Дано: $v = 2 \text{ м/с}$; $n = 0,4 \text{ м}$.

$$R = 1,9 \text{ м}; \quad l = \frac{17R}{15}; \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \beta = \frac{8}{17}$$

1) v_k - ? 2) $v_{огн}$ - ? 3) T - ?

Решение:

1) В данный момент времени ~~скорость~~ скорость кольца v_k по касательной к дуге CD. Т.к. трос нерастяжим, то должно выполняться соотношение: $v_k \cos \beta = v \cos \alpha$.

Тогда $v_k = \frac{v \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{17}{8} = 3,4 \text{ м/с}$.

2) Введём систему координат (см. рисунок)

По теореме сложения скоростей в

проекциях на оси OX и OY :

$$v_{огнy} = v_k \sin \beta + v \sin \alpha; \quad v_{огнx} = v_k \cos \beta - v \cos \alpha$$

Подставим известные значения: $v_{огнx} = 0$; $v_{огнy} = \frac{21}{5}$

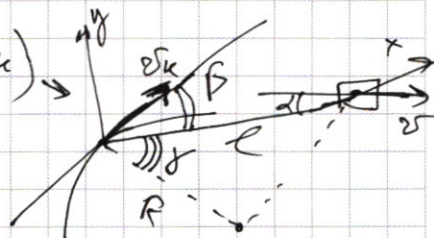
$$v_{огн} = 4,2 \text{ м/с}$$

3) По 234 для кольца: $\frac{mv_k^2}{R} = T \cos \gamma$, где γ -

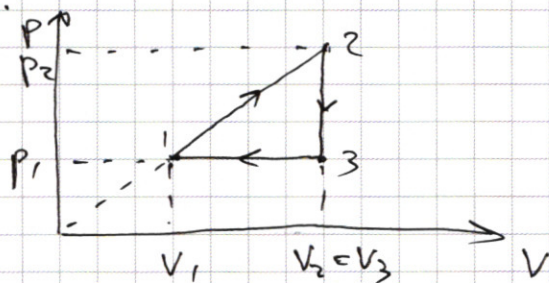
угол между ~~касательной~~ и радиусом. $\cos \gamma = \frac{R}{l} = \frac{15}{17} \Rightarrow$

$$T = \frac{mv_k^2}{R \cos \gamma}$$

Ответ: 1) $v_k = 3,4 \text{ м/с}$ 2) $v_{огн} = 4,2 \text{ м/с}$ 3) $T = \frac{mv_k^2}{R \cos \gamma}$.



N 2.



- 1) $\frac{C_{23}}{C_{31}} - ?$ 2) $\frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} - ?$
3) $\eta_{\max} - ?$

Решение:

1) По 1 закону термодинамики для процесса 2-3:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} \Leftrightarrow C_{23} \Delta T_{23} = \frac{3}{2} \Delta T_{23} + A_{23}.$$

т.к. 2-3 — изохорный процесс, то $A_{23} = 0$. Тогда

$$C_{23} = 1,5 R.$$

Для процесса 3-1: $C_{31} \Delta T_{31} = \frac{3}{2} \Delta T_{31} + P_1(V_1 - V_2)$

Уг-я идеального — идеального газа точки 1 и 3.

$$P_1 V_1 = \nu R T_1, \quad P_1 V_2 = \nu R T_3 \Rightarrow P_1(V_1 - V_2) = \nu R \Delta T.$$

Тогда $C_{31} = 2,5 R.$ $\frac{C_{23}}{C_{31}} = 0,6.$

2) $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{12}; \quad A_{12} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2)(V_2 - V_1) = \frac{\nu R \Delta T_{12}}{2}$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} = 2$$

3) $\eta = \frac{A_{1231}}{Q_{\text{пол}}}$, где A_{1231} — работа газа за цикл, $Q_{\text{пол}}$ —

полученное тепло. $A_{1231} = A_{12} + A_{31} = \nu R \Delta T_{31} + \frac{\nu R \Delta T_{12}}{2}$

$$Q_{\text{пол}} = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 2 \nu R \Delta T_{12}.$$

$$\eta = \frac{\Delta T_{12} + 2 \Delta T_{31}}{4 \Delta T_{12}} = \frac{1}{4} + \frac{T_1 - T_3}{2(T_2 - T_1)}, \quad \text{т.к. } T_1 < T_3, \text{ то}$$

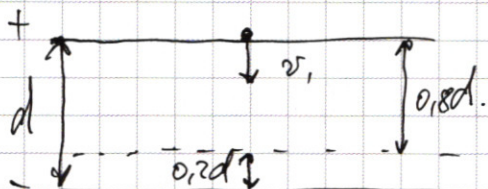
для того, чтобы КПД был максимальным должно выполняться равенство ~~$T_1 = T_3$~~

Ответ: 1) $\frac{C_{23}}{C_{31}} = 0,6$ 2) $\frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} = 2$ 3) $\eta = 25\%$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

1) $\frac{q}{m}$ - ? 2) T - ? 3) v_0 - ?



Решение:

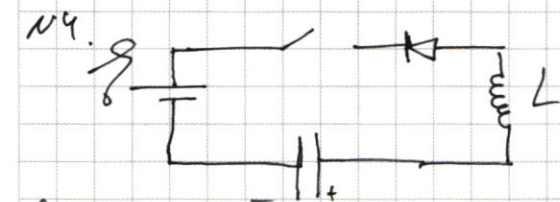
1) П.ч. конденсатор заряжен, то внутри него есть эл. поле напряжённостью $E = \frac{U}{d}$. При входе в конденсатор частица будет двигаться равнозамедленно под действием силы $F = qE$. По 2ЗН: $ma = qE$. П.ч. в начале у частицы скорость v_1 , а в конце 0, то $v_1^2 = 2a \cdot 0,8d \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{1,6d}$. Таким образом:

2) Сила F - постоянная $\Rightarrow a = \text{const}$, тогда можно применить формулу для времени полёта $T = \frac{2v_1}{a} = \frac{1,6d}{5v_1}$

3) На бесконечности у частицы была скорость $v_0 \Rightarrow$ кинетическая энергия $E_k = \frac{mv_0^2}{2}$; В момент остановки она обладала потенциальной энергией. По 3СЭ: $\frac{mv_0^2}{2} = -q\Delta\varphi = -q(\varphi_2 - \varphi_1)$, где φ_1 - потенциал на бесконечности ($\varphi_1 = 0$), φ_2 - потенциал в точке на расстоянии $0,2d$ от нижней обкладки. $\varphi_2 = -E \cdot 0,2d$

$$v_0 = \sqrt{\frac{0,16 q U}{m}} = \sqrt{\frac{3}{8} v_1^2} = v_1 \sqrt{\frac{3}{8}}$$

Ответ: 1) $\frac{q}{m} = \frac{5v_1^2}{8U}$ 2) $T = \frac{1,6d}{5v_1}$ 3) $v_0 = v_1 \sqrt{\frac{3}{8}}$



$$\mathcal{E} = E - r \cdot I$$

Дано: $\mathcal{E} = 6 \text{ В}$; $U_1 = 9 \text{ В}$.

$$C = 10 \text{ мкФ}, L = 0,4 \text{ Гн}.$$

$$U_0 = 1 \text{ В}.$$

1) $\dot{I} - ?$ 2) $I_{\text{max}} - ?$

3) $U_2 - ?$

Решение:

1) По 2 правилу Кирхгофа $\mathcal{E} + L \dot{I} = U_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \dot{I} = \frac{U_1 - \mathcal{E}}{L} = 7,5 \text{ А/с}.$$

2) Когда ток максимальный, то $\dot{I} = 0$, т.е. $\mathcal{E} = U$ - где U - напряжение на конденсаторе в этот момент времени. По ЗСЭ: $\Delta W_{\text{ср}} = \Delta W_C + \Delta W_L$.

$$\Delta W_{\text{ср}} = C U_1 \mathcal{E}; \quad \Delta W_C = \frac{C \mathcal{E}^2}{2} - \frac{C U_1^2}{2}; \quad \Delta W_L = \frac{L I_{\text{max}}^2}{2}.$$

$$2 C U_1 \mathcal{E} = C \mathcal{E}^2 - C U_1^2 + L I_{\text{max}}^2; \Rightarrow I_{\text{max}} = \frac{\sqrt{153}}{200} \text{ А}.$$

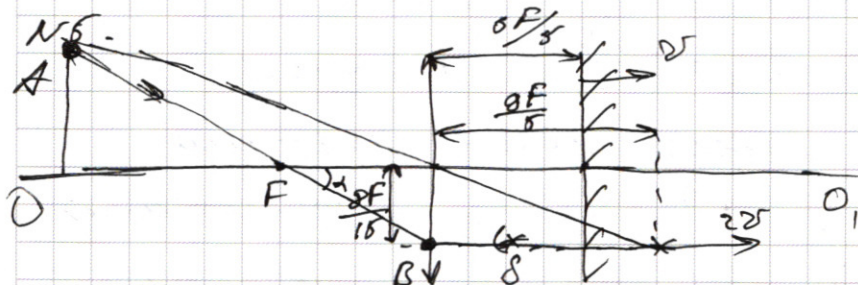
3) ЗСЭ для всего промежутка времени, когда напряжение на конденсаторе меняется с U_1 до U_2 .

$$C U_2 \mathcal{E} = \frac{C U_2^2}{2} - \frac{C \mathcal{E}^2}{2} - \frac{L I_{\text{max}}^2}{2}$$

$$U_2^2 - 2 U_2 \mathcal{E} - \mathcal{E}^2 - \frac{L I_{\text{max}}^2}{C} = 0 \quad \mathcal{E} = \frac{4 I_{\text{max}}^2 L}{C}$$

$$U_2 = \mathcal{E} - I_{\text{max}} \sqrt{\frac{L}{C}} = 6 - \sqrt{153} \text{ В}.$$

Ответ: 1) $\dot{I} = 7,5 \text{ А/с}$; 2) $I_{\text{max}} = \frac{\sqrt{153}}{200} \text{ А}$; 3) $U_2 = 6 - \sqrt{153} \text{ В}.$



1) $\mathcal{F} - ?$ 2) $\alpha - ?$

3) $U' - ?$

Решение:

1) По ~~ЗСЭ~~: По правилу моментов: $\frac{1}{d} + \frac{1}{F} = \frac{1}{F}$

$$f = \frac{F d}{d - F}, \text{ где } d = \frac{3F}{5} \Rightarrow f = \frac{3}{4} F$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) В СО зеркала источник движется влево со скоростью 5 , а его ~~изображение~~ ^{обращение} движется вправо со скоростью 25 . В СО зеркала ~~изображение~~ ^{обращение} источника движется со скоростью 25 вправо.

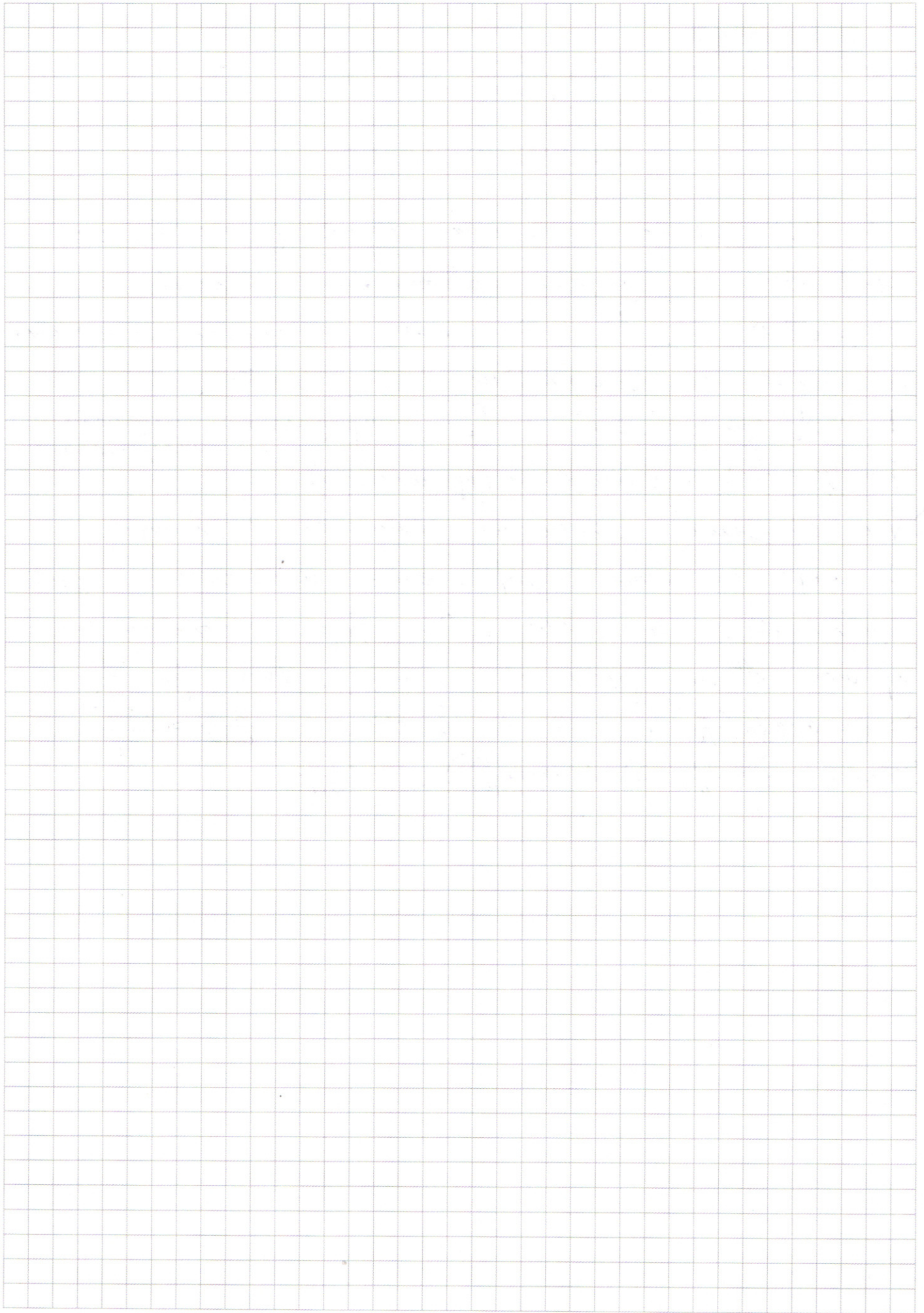
$$\Gamma^2 = \frac{u}{25} \Rightarrow u = 25 \Gamma^2 = \frac{25 \cdot 5}{8} - \text{продольная скорость изображения.}$$

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{5}{4} - \text{увеличение (продольное).}$$

4) И.к. ~~изображение~~ ^{обращение} источника движется от линзы по мере удаления изображения источника будет приближаться к линзе. Оно будет двигаться по прямой АВ под углом α к OO_1 . Тогда $\operatorname{tg} \alpha = \frac{f}{15} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \alpha = \arctg\left(\frac{f}{15}\right). \Rightarrow \cos \alpha = \frac{15}{17} \Rightarrow u' = \frac{u}{\cos \alpha} = \frac{85 \cdot 5}{24}$$

Ответ: 1) $f = \frac{9F}{4}$ 2) $\alpha = \arctg\left(\frac{f}{15}\right)$ 3) $u' = \frac{85 \cdot 5}{24}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$+CU_1g = \frac{Cg^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} + \frac{L\Gamma_{\max}^2}{2} ; +2CU_1g = Cg^2 - CU_1^2 + L\Gamma_{\max}^2$$

$$L\Gamma_{\max}^2 = CU_1^2 - Cg^2 + 2CU_1g = C(U_1^2 - g^2 + 2U_1g)$$

$$\Gamma_{\max} = \sqrt{\frac{C(U_1^2 - g^2 + 2U_1g)}{L}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-6}(81 - 36 + 108)}{0,4}} = \sqrt{\frac{10^{-4} \cdot 153}{4}} = \frac{10^{-2} \sqrt{153}}{2} = \frac{\sqrt{153}}{200} \text{ м.}$$

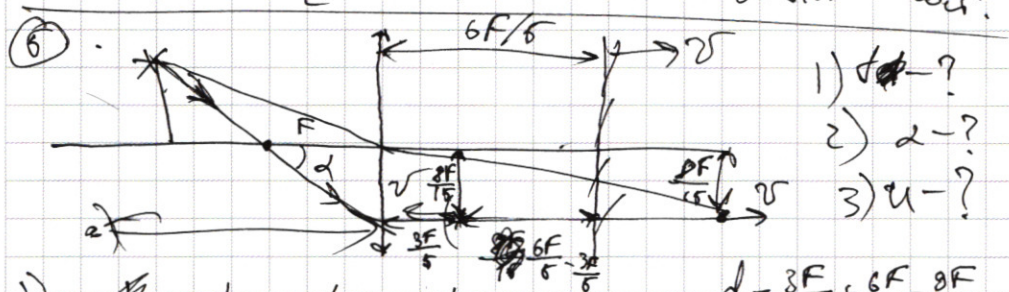
$$3) CU_2g = \frac{CU_2^2}{2} - \frac{Cg^2}{2} - \frac{L\Gamma_{\max}^2}{2} ; 2CU_2g = CU_2^2 - Cg^2 - L\Gamma_{\max}^2$$

$$CU_2^2 - 2CU_2g - Cg^2 - L\Gamma_{\max}^2 = 0.$$

$$U_2^2 - 2U_2g - g^2 - \frac{L\Gamma_{\max}^2}{C} = 0. \quad D = 4g^2 - 4g^2 + \frac{4L\Gamma_{\max}^2}{C} = \frac{4L\Gamma_{\max}^2}{C} = \frac{4}{10 \cdot 10^{-6}} = \frac{4}{10^{-4}} = \frac{4}{10^{-2}} = 200$$

$$U_2 = \frac{2g - 2\Gamma_{\max} \sqrt{\frac{L}{C}}}{2} = g - \Gamma_{\max} \sqrt{\frac{L}{C}} = 6 - \sqrt{153}$$

$$U_2 = \frac{2g + 2\Gamma_{\max} \sqrt{\frac{L}{C}}}{2} = g + \Gamma_{\max} \sqrt{\frac{L}{C}} = 6 + \sqrt{153} \text{ — макс.}$$



$$1) \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f} \Rightarrow \left[f = \frac{Fd}{d-F} = \frac{F \cdot \frac{3F}{5}}{\frac{3F}{5} - F} = \frac{3F^2}{4F} = \frac{3}{4} F \right]$$

$$2) \text{ В СО Земли. Скорость лод. } v, \text{ и обратн. В СО земли. Скорость обратная. } (2v)$$

$$\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{3F}{4 \cdot \frac{3F}{5}} = \frac{5}{4}$$

$$\sin \alpha = \frac{3F}{15F} = \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

$$3) \Gamma^2 = \frac{u}{2v} \Rightarrow u = 2v\Gamma^2 = \frac{2v \cdot 25}{16} = \frac{25v}{8}$$

$$\sin^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \sin^2 \alpha = \frac{6u}{225}$$

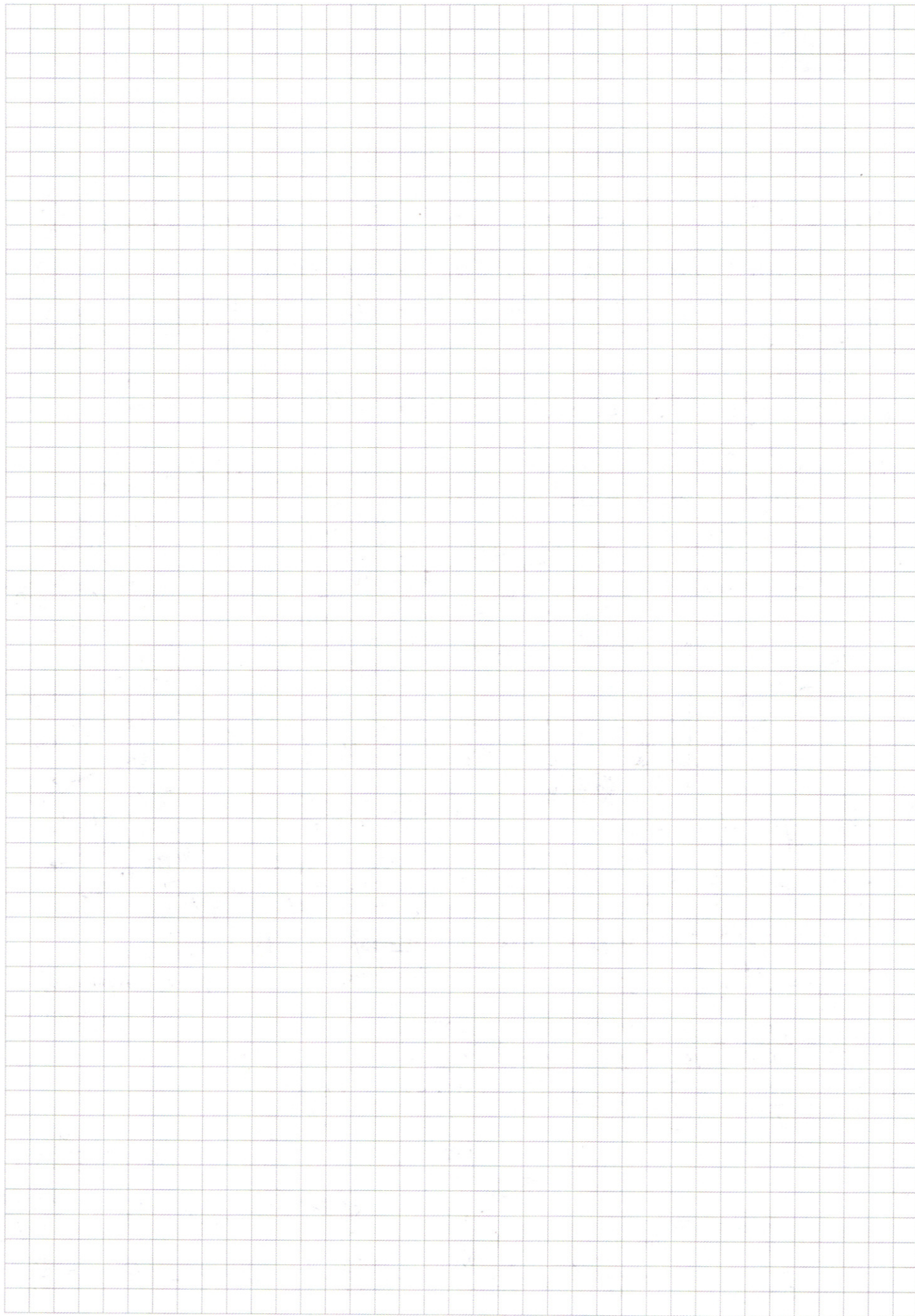


$$\sin \alpha = \frac{u}{1} = u$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{1-u^2}}{1} = \sqrt{1-u^2}$$

$$u_1 = \frac{u}{\cos \alpha} = \frac{8250}{15} = 550$$

$$\cos \alpha = \frac{15}{17} = \frac{85}{17} = \frac{5}{17}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$\eta = \frac{A_{1231}}{Q_{\text{non}}} \quad A_{1231} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = \frac{\gamma R \Delta V_{12}}{2} + \gamma R \Delta V_{31}$$

$$Q_{\text{non}} = Q_{12} + \dots = \Delta U_{12} + A_{12} = 2 \gamma R \Delta V_{12}$$

$$\eta = \frac{\frac{\Delta V_{12}}{2} + \Delta V_{31}}{2 \Delta V_{12}} = \frac{\Delta V_{12} + 2 \Delta V_{31}}{4 \Delta V_{12}} = \frac{1}{4} + \frac{V_1 - V_3}{2(V_2 - V_1)} = 25\%$$

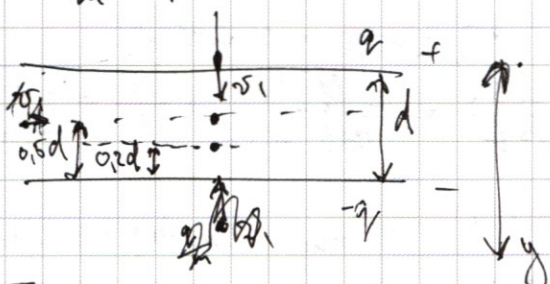
$$\frac{V_1 - V_3}{2(V_2 - V_1)} = 0 \Rightarrow V_1 - V_3 = 2V_2 - 2V_1 \quad (3V_1 = 2V_2 + V_3)$$

$$p_1 V_1 = \gamma R V_1 \\ p_2 V_2 = \gamma R V_2 \\ p_1 V_2 = \gamma R V_3$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

③ $d, U, v, a, \dots$

1) $\frac{q}{m} - ?$ 2) $v - ?$ 3) $v_0 - ?$



$$1) F = qE$$

$$ma = qE$$

$$v_1^2 = 2a \cdot (d - a_0 d) \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{1,6d}$$

$$v_1^2 = 2a \cdot 0,2d \Rightarrow a = \frac{v_1^2}{0,4d}$$

$$U = Ed \Rightarrow E = \frac{U}{d} \quad E = \frac{U}{d}$$

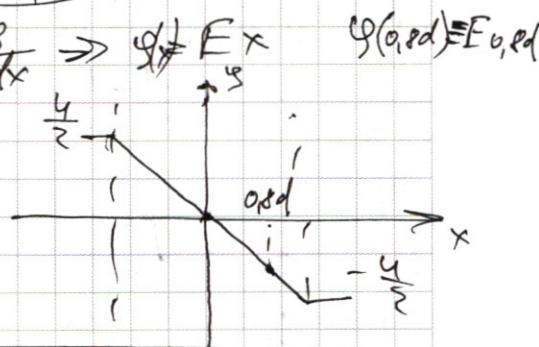
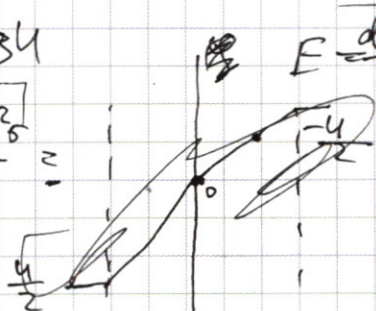
$$\frac{q}{m} = \frac{v_1^2 d}{a_0 d U} = \frac{v_1^2}{a_0 U} = \frac{5v_1^2}{8U}$$

$$2) \frac{q}{m} = \frac{q}{E} = \frac{v_1^2 d}{1,6d U} = \frac{5v_1^2}{8U}$$

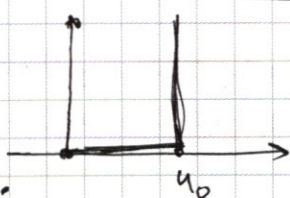
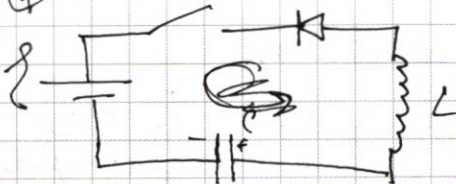
$$2) \frac{q}{m} = \frac{q}{E} = \frac{v_1^2 d}{1,6d U} = \frac{5v_1^2}{8U}$$

$$3) \frac{mv_0^2}{2} = q \cdot \varphi = q \cdot 0,8U$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{1,6qU}{m}} = \sqrt{\frac{0,2 \cdot 5 \cdot v_1^2}{8U}} = 2v_1$$



④



$$0,5 - 0,2 = 0,3$$

$$1) \frac{d\varphi}{dt} + L \frac{dI}{dt} = +U_1$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U_1 - \varphi}{L} = \frac{9 - 6}{0,4} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ A/s}$$

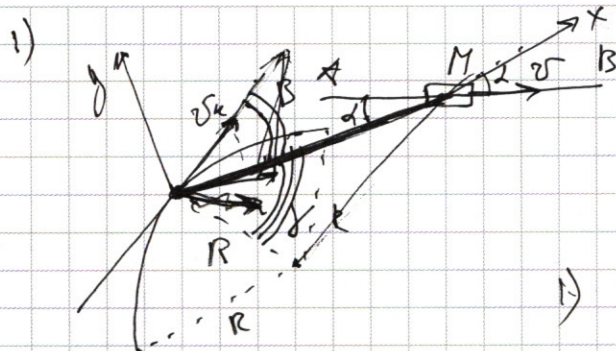
$$2) \text{ При установившемся: } \varphi = U_1$$

$$q = CU_1$$

$$\Delta W_{\text{кон}} = \Delta W_C + \Delta W_L$$

$$\Delta W_C = \frac{C \varphi^2}{2} - \frac{CU_1^2}{2} \quad \Delta W_L = \frac{L I_{\text{кон}}^2}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$m, v, R, e, \alpha, \beta$

1) v_k - ?

2) $v_{\text{корн}}$ - ?

3) V - ?

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \sqrt{\frac{225}{289}} = \frac{15}{17}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

1) По кас. $v_k \cos \beta = v \cos \alpha$

$$v_k = \frac{v \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{2 \cdot 17}{15 \cdot \frac{4}{5}} = \frac{17}{5} = 3,4 \text{ м/с}$$

2) $\vec{v}_k = \vec{v}_{\text{ом}} + \vec{v}_n$ $\Rightarrow \vec{v}_{\text{ом}} = \vec{v}_k - \vec{v}_n$

Оу: $v_k \sin \beta = v_{\text{ом}y} + v \sin \alpha \Rightarrow v_{\text{ом}y} = v_k \sin \beta - v \sin \alpha$

Ох: $v_k \cos \beta = v_{\text{ом}x} + v \cos \alpha \Rightarrow v_{\text{ом}x} = v_k \cos \beta - v \cos \alpha$

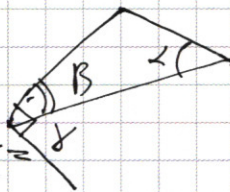
$$v_{\text{ом}} = \sqrt{v_{\text{ом}x}^2 + v_{\text{ом}y}^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{5} - 2\right)^2 + \left(\frac{15}{5} - \frac{6}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{21}{5}} = 4,2 \text{ м/с}$$

$$\frac{12}{5} \cdot \frac{15}{17} + 2 \cdot \frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{6}{5} = \frac{24}{5}$$

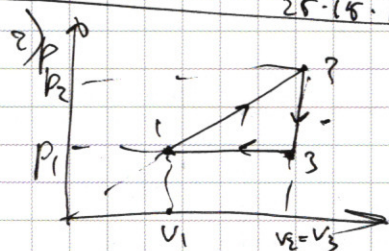
$$\frac{10}{5} \cdot \frac{8}{17} + 2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{5} + \frac{8}{5} = \frac{16}{5} = 0$$

3) $\frac{m v_k^2}{R} = T \cos \gamma$

$$V = \frac{m v_k^2}{R \cos \gamma} = \frac{0,4 \cdot 123^2}{25 \cdot 19 \cdot 15} = \frac{4 \cdot 17^3}{25 \cdot 15 \cdot 15}$$



$\cos \gamma = R \Rightarrow \cos \gamma = \frac{R}{e} = \frac{R \cdot 15}{17 R} = \frac{15}{17}$



$i = 3$

1) $\frac{C_{23}}{C_{31}}$ - ?

2) $\frac{\Delta U_{12}}{\Delta_{12}}$ - ?

3) η_{max} - ?

1) 2-3. узлопара.

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} \Rightarrow C_{23} \Delta V = \frac{3}{2} V R \Delta V + A_{23}$$

$$A_{23} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (V_2 - V_1) = \frac{p_1 V_2 - p_1 V_1 + p_2 V_2 - p_2 V_1}{2} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{2}$$

$$C_{23} = 1,5 R + 0,5 R = 2 R$$

$$A_{23} = 0$$

$$C_{23} = 1,5 R$$

$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$$

$$p_1 V_2 = p_2 V_1$$

$$p_2 V_2 = V R p_1$$

$$p_1 V_1 = V R p_1$$

3-1. узлопара.

3-1. узлопара.

$$C_{31} \Delta V = \frac{3}{2} V R \Delta V + p_1 (V_1 - V_2) = \frac{3}{2} V R \Delta V + V R \Delta V$$

$$C_{31} = 1,5 R + R = 2,5 R$$

$$\frac{C_{23}}{C_{31}} = \frac{1,5 R}{2,5 R} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$$

2) $\Delta U_{12} = \frac{3}{2} V R \Delta V_{12}$

$$A_{12} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) (V_2 - V_1) = \frac{V R \Delta V_{12}}{2}$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_{12}} = 2$$