

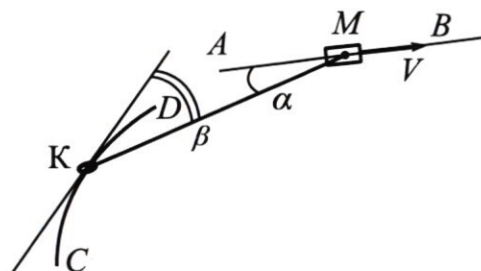
Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Вариант 11-04

Класс 11

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

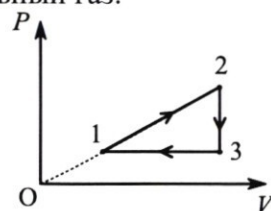
1. Муфту М двигают со скоростью $V = 2$ м/с по горизонтальной направляющей АВ (см. рис.). Кольцо К массой $m = 0,4$ кг может двигаться без трения по проволоке CD в виде дуги окружности радиусом $R = 1,9$ м. Кольцо и муфта связаны легким тросом длиной $l = 17R/15$. Система находится в одной горизонтальной плоскости. В некоторый момент трос составляет угол α ($\cos \alpha = 4/5$) с направлением движения муфты и угол β ($\cos \beta = 8/17$) с направлением движения кольца.



- 1) Найти скорость кольца в этот момент.
- 2) Найти скорость кольца относительно муфты в этот момент.
- 3) Найти силу натяжения троса в этот момент.

2. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из изохоры, изобары и участка прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V (см. рис.). Рабочее вещество – одноатомный идеальный газ.

- 1) Найти отношение молярных теплоемкостей на тех участках цикла, где происходило понижение температуры газа.
- 2) Найти для процесса 1-2 отношение изменения внутренней энергии газа к работе газа.
- 3) Найти предельно возможное максимальное значение КПД такого цикла.



3. Обкладки конденсатора – квадратные металлические сетки, сторона квадрата во много раз больше расстояния d между обкладками. Напряжение на конденсаторе U . Отрицательно заряженная частица движется на большом расстоянии к конденсатору по оси симметрии, перпендикулярно обкладкам, влетает в него со скоростью V_1 и останавливается на расстоянии $0,2d$ от отрицательно заряженной обкладки.

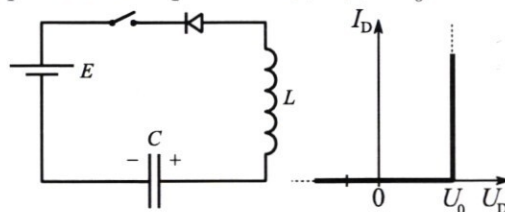
- 1) Найдите удельный заряд частицы $\gamma = \frac{|q|}{m}$.
- 2) Через какое время T после влета в конденсатор частица вылетит из него?
- 3) Найдите скорость V_0 частицы на бесконечно большом расстоянии от конденсатора.

При движении частицы электрическое поле, созданное зарядами конденсатора, считать неизменным, а электрическое поле внутри конденсатора вблизи оси симметрии считать однородным.

4. В цепи, схема которой показана на рисунке, ключ разомкнут, ЭДС идеального источника $E = 6$ В, конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ заряжен до напряжения $U_1 = 9$ В, индуктивность идеальной катушки $L = 0,4$ Гн. Вольтамперная характеристика диода дана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В.

Ключ замыкают.

- 1) Найти скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти максимальный ток после замыкания ключа.
- 3) Найти установившееся напряжение U_2 на конденсаторе после замыкания ключа.

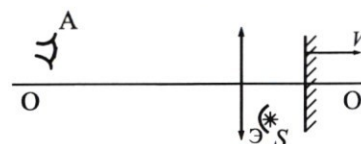


5. Оптическая система состоит из тонкой линзы с фокусным расстоянием F , плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси OO_1 линзы. Источник S находится на расстоянии $8F/15$ от оси OO_1 и на расстоянии $3F/5$ от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $6F/5$ от линзы.

1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель А сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?

2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)

3) Найти скорость изображения в этот момент.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

1) Те точки троса, в которых находится муфта и кольцо, имеют равные проекции скорости на ось троса (на рис. 1 ось x), так как трос натянут и он фиксированной длины.

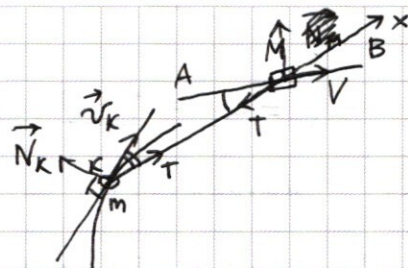


Рисунок 1

Это условие: $V \cos \alpha = v_k \cos \beta$ (v_k — скорость кольца)

$$v_k = V \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = 2 \text{ м/с} \cdot \frac{4 \cdot 17}{5 \cdot 8} = 3,4 \text{ м/с}.$$

2) Скорость кольца от-но муфты есть $\vec{v}_{отн} = \vec{v}_k - \vec{v}$ (см. рис. 2).

$\angle KLM = 180^\circ - (\alpha + \beta)$. Тогда по т. косинусов

$$|\vec{v}_{отн}| = \sqrt{v_k^2 + v^2 + 2v_kv \cos(\alpha + \beta)}$$

$$|\vec{v}_{отн}| = \sqrt{v_k^2 + v^2 + 2v_kv \cos(\alpha + \beta)}, \text{ здесь}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{32}{85} - \frac{9}{17} = -\frac{13}{85}, \text{ тогда } |\vec{v}_{отн}| =$$

$$= \sqrt{3,4^2 + 2^2 - \frac{2 \cdot 3,4 \cdot 2 \cdot 13}{85}} = 3,7 \text{ м/с}.$$

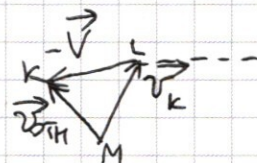


Рисунок 2

3) Ускорения точек, в которых находится кольцо и муфта, в проекции на ось троса (ось x) равны (см. п. 1). Тогда

из II з-на Ньютона: $\cancel{m \frac{v_k^2}{R} = T \sin \beta - N_k}$ $q = \frac{T - N_k \sin \beta}{m} = \frac{N_M \sin \alpha - T}{M}$ (1)

(здесь N_k и N_M — силы реакции опоры на кольцо и муфту соответственно)

Ур-е движения кольца по окр-ти: $m \frac{v_k^2}{R} = T \sin \beta - N_k$ (2).

Для движения муфты по шер-ти: $N_M = T \sin \alpha$ (3).

Выразив N_k и N_M из (2) и (3), подставим их в (1) и получим:

$$\cancel{m(T \sin^2 \alpha - T) = M(T - T \sin^2 \beta + m \frac{v_k^2}{R} \sin \beta)}$$

~~$$T(\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta) = \frac{m v_k^2}{R}$$~~

~~$$T(m(\sin^2 \alpha - 1) - M(1 - \sin^2 \beta)) = \frac{m M v_k^2 \sin \beta}{R}$$~~

~~$$T = \frac{m M v_k^2 \sin \beta}{R(-M \cos^2 \alpha - M \sin^2 \beta)} =$$~~

$$a_x = a_M = \frac{T - N_k \sin \beta}{m} = 0 \quad (1).$$

Ур-е движения кольца по окр-ти: $\frac{m v_k^2}{R} = T \sin \beta - N_k$ (2),
где N_k - сила реакции ~~опоры~~ ^{провода} на кольцо.

Выразив N_k из (2), подставив его в (1) и получим:

$$T - (T \sin \beta - \frac{m v_k^2}{R}) \sin \beta = 0$$

$$|T|(1 - \sin \beta) = \frac{m v_k^2}{R} \sin \beta$$

$$|T| = \frac{m v_k^2}{R} \frac{\sin \beta}{1 - \sin \beta} = \frac{0,4 \text{ кг} \cdot 4 \cdot 2,89 \text{ м}^2/\text{с}^2}{4,9 \text{ м}} \cdot \frac{15}{2} \approx 17,4 \text{ Н}.$$

Ответ: 1) 3,4 м/с
2) 3,7 м/с
3) 17,4 Н.

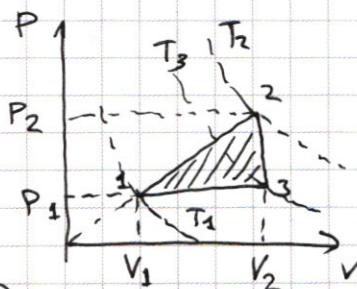
Задача 2.

1) Как видно из диаграммы, $T_2 > T_3 > T_1$.

Тогда понижение тем-ры газа проис-
ходило на участках 2-3, 3-1.

Участок 2-3 - изохорный процесс ($C_V = \frac{i}{2} R$),

участок 3-1 - изобарный процесс ($C_P = \frac{i+2}{2} R$), тогда иско-
мое отношение теплоемкостей $K = \frac{C_V}{C_P} = \frac{i}{i+2} = \frac{3}{5}$ для одност. газа.



2) Для процесса 1-2 справедливо: $\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_2}{V_1}$ (т.к. $P \sim V$),

отсюда $P_2 = P_1 \frac{V_2}{V_1}$ (1). Работа газа на 1-2: площадь под графиком

$$A_{12} = \frac{(P_1 + P_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{P_1}{2} (V_2 - V_1) \left(1 + \frac{V_2}{V_1}\right) =$$

$$= \frac{P_1}{2 V_1} (V_2^2 - V_1^2) \text{ с учётом (1).}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Изменение внутренней энергии $\Delta U_{1-2} = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1) =$
 $= \frac{i}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{3P_1}{2} \left(\frac{V_2^3}{V_1} - V_1 \right) = \frac{3P_1}{2V_1} (V_2^3 - V_1^3)$. Тогда искомое от-Е

$$\frac{A_{1-2}}{\Delta U_{1-2}} = \frac{P_1 \cdot 2V_1}{2V_1 \cdot 3P_1} = \frac{1}{3}$$

3) Работа газа за цикл A есть площадь треугольника 1-2-3 на PV -диаграмме и она равна $A = \frac{(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)}{2}$. Подведённое

в газу тепло за цикл есть $Q_+ = Q_{1-2} = A_{1-2} + \Delta U_{1-2} = \frac{4}{3} \Delta U_{1-2}$

(на 2-3 и 3-1 внутр. энергия увеличивается, и работа положительна, поэтому по I началу т/д тепло отводится). $A = \frac{1}{2} P_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right) (V_2 - V_1) =$

$$= \frac{P_1}{2V_1} (V_2 - V_1)^2 ; \quad \eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{A}{\frac{4}{3} \Delta U_{1-2}} = \frac{A}{\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} \frac{P_1}{V_1} (V_2^3 - V_1^3)} = \frac{2P_1}{V_1} (V_2^3 - V_1^3)$$

КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{1}{4} \frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1}$ достигает максимального значения

$$\eta_{\max} = 25\% \quad \text{при} \quad \frac{V_1}{V_2} \rightarrow 0.$$

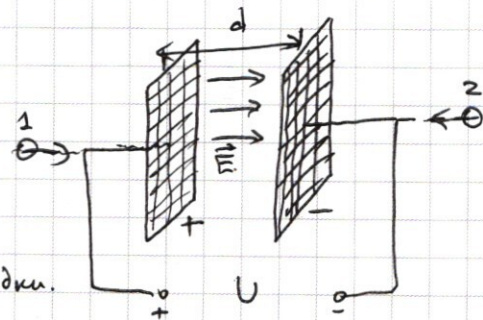
$$\text{Ответ: 1) } \frac{3}{5} \quad 2) \frac{1}{3} \quad 3) 0,25$$

Задача 3.

1) Для частицы возможны два варианта

пролёта через конденсатор: (1) со
скорости положительно зар. обкладки;

(2) со скоростью отриц. заряженной обкладки.



Обкладки можно рассматривать, как

равномерно заряженные плоскости, поэтому поле вне конденсатора почти отсутствует. Напряжённое поле в конденсаторе $E = \frac{U}{d}$.

потому на частицу внутри конденсатора действует поперечная сила $F = |q|E = \frac{|q|U}{d}$, откуда $a = \frac{F}{m} = \frac{|q|U}{md} = \frac{8U}{d}$. Очевидно, что

в случае (2) частица пролетит насквозь без отклонения, поэтому рассмотрим только вариант (1). В этом случае по формуле $L = \frac{v_x^2 - v_y^2}{2a}$ можно ~~так~~ записать ур-е: $(d - 0,2d) = \frac{v_1^2}{2a}$

или $0,8d = \frac{v_1^2 d}{28U}$. Отсюда $\delta = \frac{5}{8} \frac{v_1^2}{U}$.

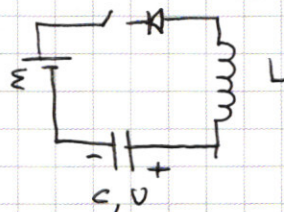
2) Время влёта частицы равно времени вылета (т.к. ускорение постоянно), поэтому $T = 2t_{вл} = 2 \frac{v_1}{a} = \frac{2v_1 d}{8U} = \frac{16}{5} \frac{d}{v_1}$.

3) Когда частица ~~насквозь~~ влетает в конденсатор, её энергия $K = \frac{mv_1^2}{2} + qdE = \frac{mv_0^2}{2}$, где $E = \frac{U}{2d}$, тогда $v_0 = \sqrt{\frac{mv_1^2 + qU}{m}} = \sqrt{v_1^2 + 8U}$

Ответ: 1) $\frac{5}{8} \frac{v_1^2}{U}$
2) $\frac{16}{5} \frac{d}{v_1}$
3) $\sqrt{v_1^2 + 8U}$

Задача 4.

Учитывая ВАХ диода,
~~предположим сначала, что в цепи нет~~
~~диодов. Тогда для этой схемы запишем~~
Второе правило Кирхгофа:



$$U_0 + \frac{q}{C} + L \frac{dI}{dt} = E$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{LC} - \frac{E}{L} = 0 \quad \left| \text{Введём } Q = q - (E \cdot C), \text{ тогда } \ddot{Q} = \ddot{q} \right.$$

$$\ddot{Q} + \frac{Q}{LC} = 0 \quad \text{— ур-е гармонических колебаний с угл. частотой } \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Тогда для переменной Q : $Q = Q_0 \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$

где q : $(q - E \cdot C) = (q_0 - E \cdot C) \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (q - (E \cdot U_0)C) = (q_0 - (E \cdot U_0)C) \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$
 ~~$q = E \cdot C + (q_0 - E \cdot C) \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$~~
 $q = (E \cdot U_0)C + (q_0 - (E \cdot U_0)C) \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$

В нач. момент

~~Здесь надо было бы учесть ёмкость диода~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа есть:

$$|\ddot{q}(0)| = \left| -\frac{(q_0 - (\epsilon \bar{v}_0)c) \cos 0}{Lc} \right| = \frac{v_1 - (\epsilon \bar{v}_0)}{L} = \cancel{8 \frac{A}{m}} \quad \cancel{10 \frac{A}{m}} \quad 10 \frac{A}{c}$$

2) Ток в цепи с LC-контуром: $i(t) = \frac{q_0 - (\varepsilon_0 U_0)C}{\sqrt{LC}} \sin \frac{t}{\sqrt{LC}}$

Максимальное ε_0 достигается при $\sin \frac{\varphi}{\sqrt{\varepsilon_0}} = 1$ или

$$t = \frac{\pi\sqrt{LC}}{2} \quad \text{и} \quad \text{поэтому} \quad I_{\max} = \frac{q_0 - (\varepsilon\bar{\tau}U_0)C}{\sqrt{LC}} \approx \frac{10^{-8}}{2 \cdot 10^{-8}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ A.}$$

Примечание: при $t = \frac{\pi}{2} \sqrt{LC}$ ~~тогда~~ $I < 0$ - конденсатор разряжается и диод пропускает ток.

0 m Bem! 1) $10 \frac{A}{C}$
2) $2 \cdot 10^{-2} A$

Задача 5.

1) Изображение источника в зеркале — т. S' , находящаяся на расстоянии

$$L = r_1 + 2d = \frac{3F}{5} + 2\left(\frac{6F}{5} - \frac{3F}{5}\right) = \frac{9F}{5} \quad \text{or}$$

лишью. Тогда по формуле точкой лишью

расстоянии от изобразительной точки зрения с линзой 80 мм от линзы с

$$a = \frac{1}{\frac{1}{F} - \frac{1}{L}} = \frac{FL}{L - F} = F \cdot \frac{\frac{2F}{5}}{\frac{4F}{5}} = \frac{2}{4} F$$

2) Изображение ~~то~~ S' точки S

в зеркале уменьшается со скоростью

$2V$ параллельно главной опт. оси, поэтому

изображение S_1 является 2π -м π -м, следовательно

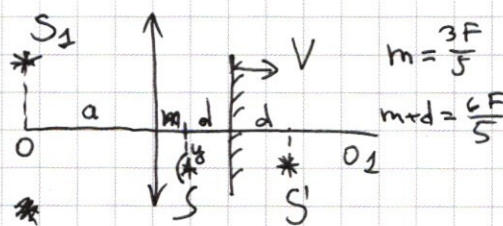


рисунок 1

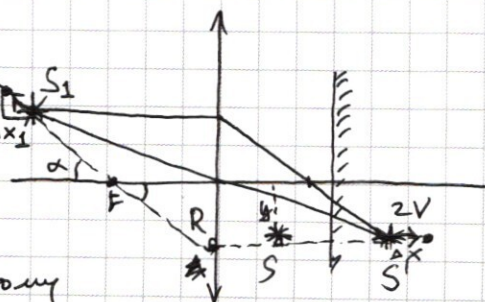


Рисунок 2

S_1 с фокусом линзы (слева от неё). Отсюда искомым углом $\alpha = \arctg \frac{y}{F} = \arctg \frac{8}{15}$, где y — расстояние от S до главной ОО.

3) Пусть ~~из~~ точка S' сдвинется на малое расстояние Δx , тогда её изображение в линзе V сдвинется ^{по горизонтали} на малое Δx_1 такое, что $\frac{\Delta x_1}{\Delta x} = \Gamma^2 = \left(\frac{a}{m+2d} \right)^2 = \frac{25}{16}$ — продольное увеличение (см. ЗФТШ Геометрическая оптика).

Тогда продвинутое изображение S_1 на том же расстоянии $\Delta l = \frac{\Delta x_1}{\cos \alpha} = \frac{\Delta x \Gamma^2}{\cos \alpha}$. Его скорость $v_{s_1} = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta x \Gamma^2}{\Delta t \cos \alpha} =$
 $= 2V \cdot \frac{25 \cdot 17}{16 \cdot 15} \approx 3,5V$.

Ответ: 1) $\frac{9}{4} F$
 2) $\arctg \frac{8}{15}$
 3) $3,5V$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$10^{-5}(8 - 2,11) = 6,0 \cdot 10^{-5}$$

$$- (q_0 - \varepsilon L C) \cdot \sin \frac{t}{\sqrt{LC}} - \frac{(q_0 - \varepsilon L C) \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}}{LC}$$

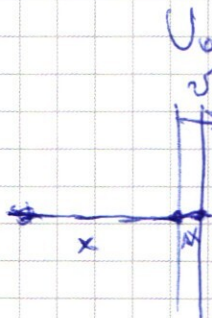
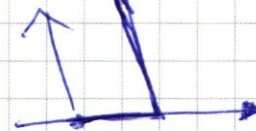
$$\frac{3}{0,4} = \frac{30}{4} = 7,5$$

$$\frac{3}{0,4} = \frac{30}{4} = 7,5$$

$$\frac{q}{C} + L \frac{dC}{dt} - \varepsilon$$

$$L \frac{dC}{dt} - U_1 + \varepsilon =$$

$$U_1 - L \frac{dC}{dt} - \varepsilon =$$



$$x = 0,5$$

$$\frac{2x}{2(x+0,5)}$$

$$\frac{0,5}{0,5}$$

$$\frac{8}{17}$$

$$\frac{2 \cdot 38 \cdot 17}{16 \cdot 18} V$$

$$2,11$$

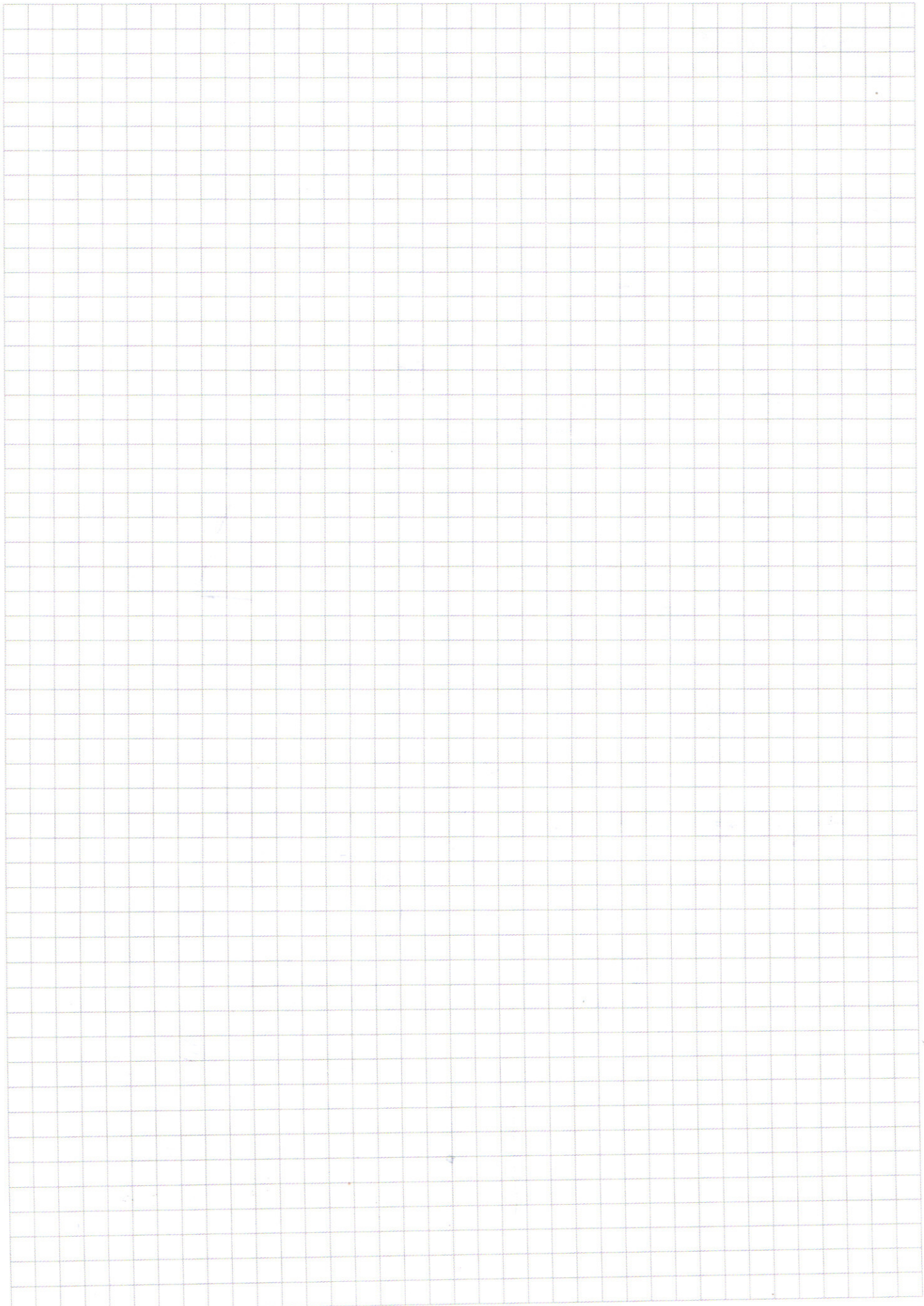
$$\varphi = \frac{A}{q} = E d$$

$$A = q E d$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 72 \\ \hline 130 \\ - 120 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 24 \\ \hline 3,54 \end{array}$$

$$\varphi = - \int E dv = - E \int dv = - E r$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Скорость возрастания тока сразу после замыкания ключа есть

$$|q''(0)| = \left| -\frac{(q_0 - \varepsilon L \varepsilon) \cos 0}{LC} \right| = \frac{q_0 - \varepsilon L \varepsilon}{LC} = \frac{C(U_1 - \varepsilon)}{LC} = \frac{U_1 - \varepsilon}{L} = 6,6 \cdot 10^{-5}$$

$$\left| \frac{dI}{dt} \right|_{t=0} = |\ddot{q}(0)| = \left| -\frac{(q_0 - \varepsilon C) \cos 0}{LC} \right| = \frac{U_1 - \varepsilon}{L} = 7,5 \frac{A}{c}$$

Как и следовало, $U_1 + L \frac{dI}{dt} - \varepsilon = 6 \text{ В} > U_0$ ток через диод пойдёт.

$$\frac{(q_0 - (\varepsilon + U_0)C) \sin \frac{\pi}{2}}{\sqrt{LC}} = q_0 \quad \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot 2\sqrt{\frac{C}{L}} =$$

$$(\varepsilon + U_0)C = 7C + 2C \cos = 2\sqrt{\frac{10^{-9}}{25}} =$$

$$2 \cdot 14 \cdot 2(\varepsilon + U_0)$$

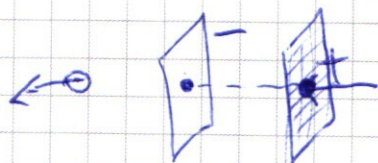
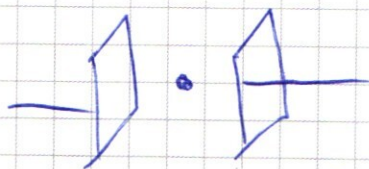
$$= \frac{6}{2}$$

$$\text{Размах } x = 2(q_0 - (\varepsilon + U_0)C)$$

$$q_0 - \varepsilon C$$

$$q_0 C(9 - 5) = 4\sqrt{\frac{C}{L}} \approx \frac{9,192}{F}$$

$$\approx \frac{9,192}{F}$$



$$E = \frac{9,192}{4\sqrt{2000}}$$

$$E = \frac{qU}{2} = \frac{cU^2}{2}$$

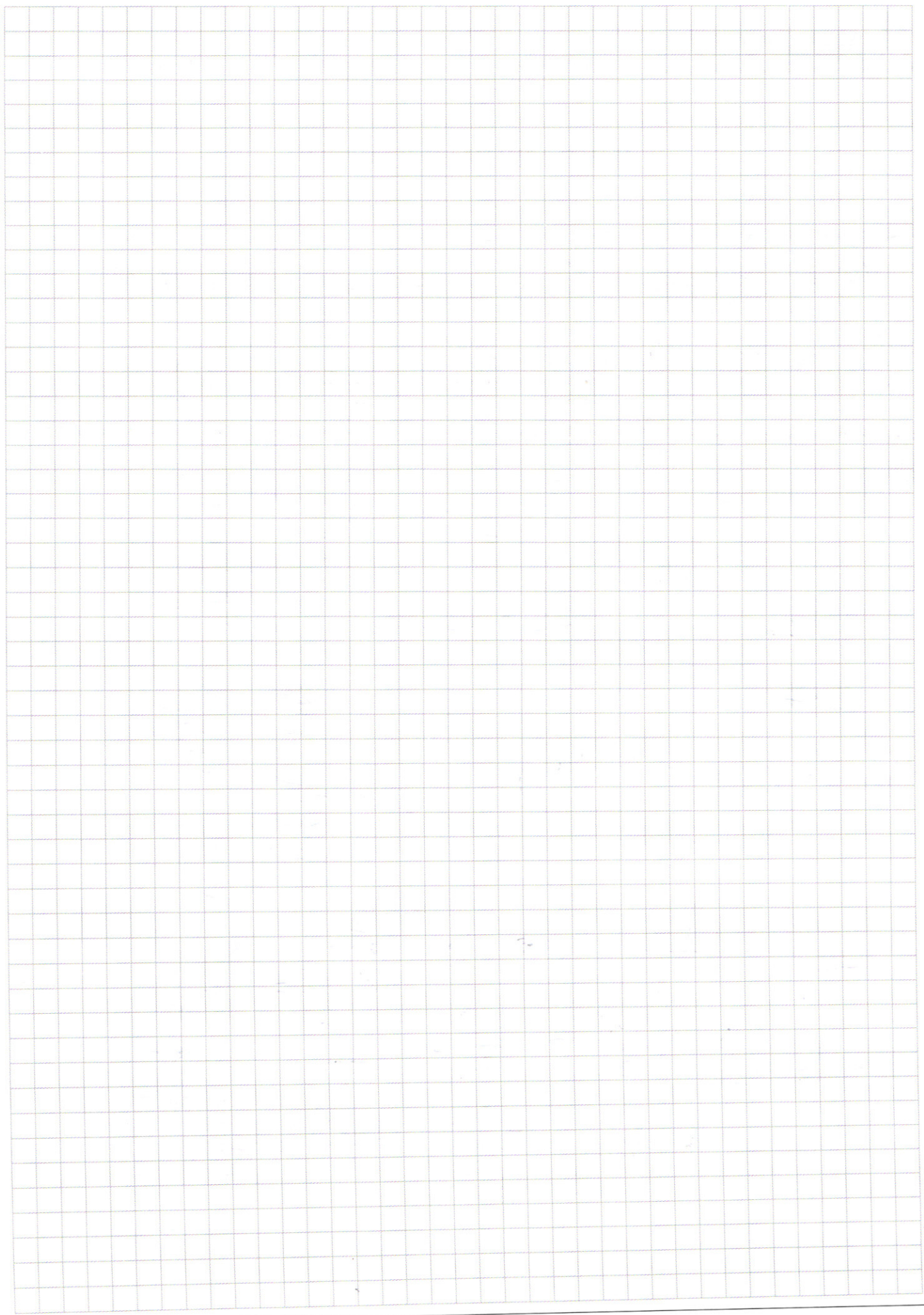
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$$

$$\frac{cE^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S E^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V$$

$$E = \frac{U}{d}$$

E

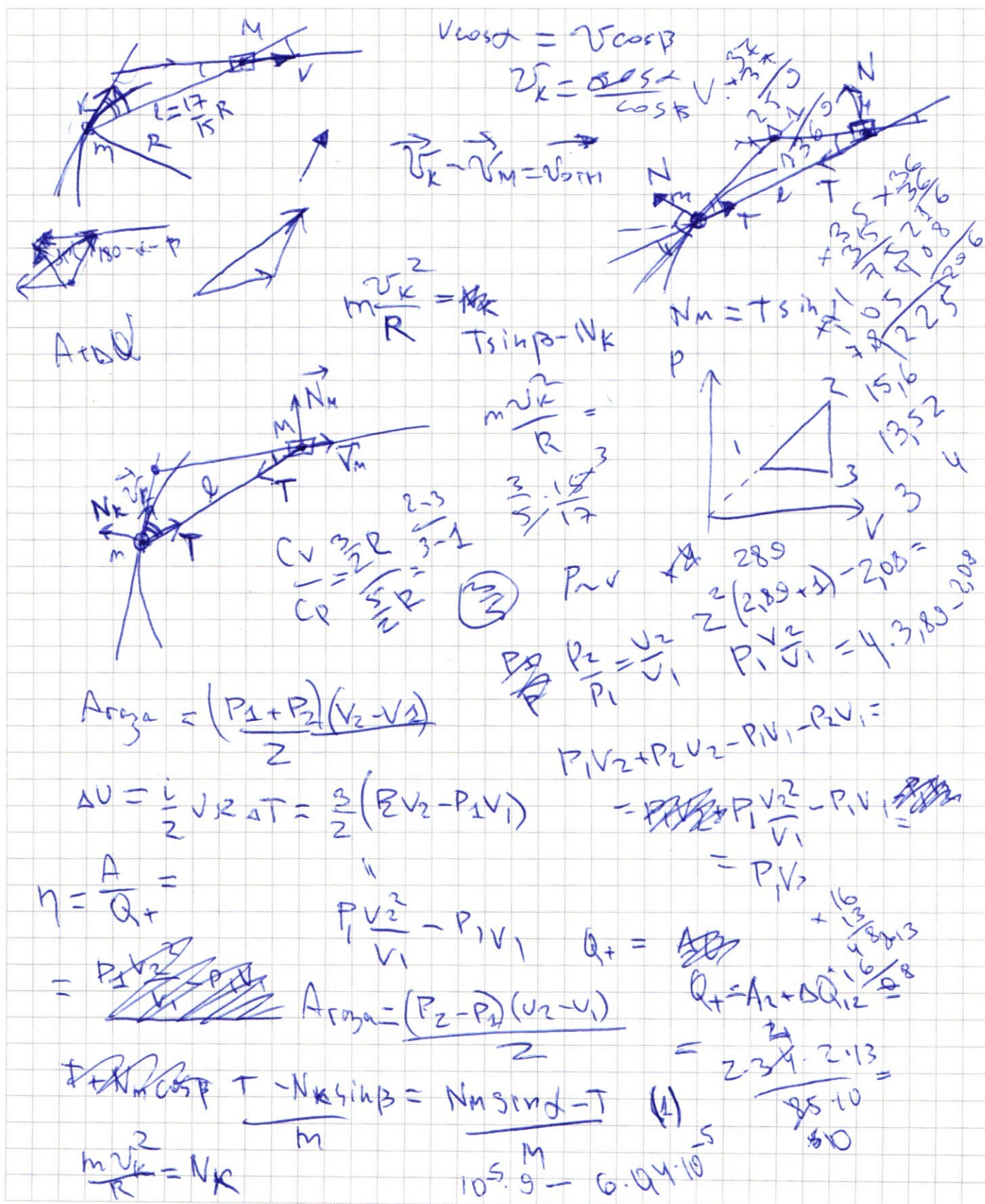
$$\varphi =$$

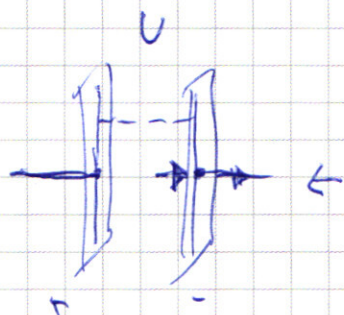


☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





$$\frac{mv^2}{2} =$$

0,4.

$$0,4 \cdot 15 \cdot 2,9 =$$

$$= 6 \cdot 2,9 \approx 17,4$$

$$\frac{v_1^2}{2a}$$

$$m(N \sin \alpha - T) = M(T - N \sin \beta)$$

$$m(T \sin^2 \alpha - T) = M(T - (T \sin \beta - \frac{mv^2}{R}) \sin \beta)$$

$$T(m \sin^2 \alpha - M) = MT(M - \sin^2 \beta) + \frac{M m v^2 \sin \beta}{R}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} \int P_1 dT = \frac{1}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{1}{2} P_1 \left(\frac{v_2^2}{v_1} - V_1 \right) =$$

$$\frac{2V_1}{v_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2P_1}{v_1} (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2P_1}{v_1} (v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{P_1}{v_1} (v_2 - v_1)(v_2 + v_1)$$

$$\frac{P_1}{2} \left(\frac{v_2}{v_1} - 1 \right) (v_2 - v_1) = \frac{P_2}{2} (v_2 - v_1)^2 =$$

$$\left(\frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \right) \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\begin{aligned} x &= \max \\ x+y &= \min \end{aligned}$$

$$\frac{mv^2}{2}$$



$$E = \frac{U}{d}$$

$$\frac{q}{C} + L\ddot{q} = \varepsilon$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = \ddot{q}$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{LC} - \varepsilon = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0 \quad \frac{1}{LC} (q - LC\varepsilon)$$

$$q = LC\varepsilon + (q_0 - LC\varepsilon) \cos \frac{t}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{dq}{dt} = (q_0 - LC\varepsilon) \left(-\sin \frac{t}{\sqrt{LC}} \right)$$

$$Q = Q_0 \cos \omega t = Q_0 \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} = q - LC\varepsilon =$$

$$q = LC\varepsilon + (q_0 - LC\varepsilon) \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad \ddot{q} =$$