

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА'

11 класс

ВАРИАНТ 6

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 16875. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$.
3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}, \\ 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 4 и 9.
5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x - 6 - y| + |x - 6 + y| = 12, \\ (|x| - 6)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

1) Раскроем модули

а) $\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \\ 2x-12=12 \end{cases}$

б) $\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y < 0 \\ -2y=12 \end{cases}$

в) $\begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y < 0 \\ -x-2+12=12 \end{cases}$

г) $\begin{cases} x-6-y < 0 \\ x-6+y \geq 0 \\ 2y=12 \end{cases}$

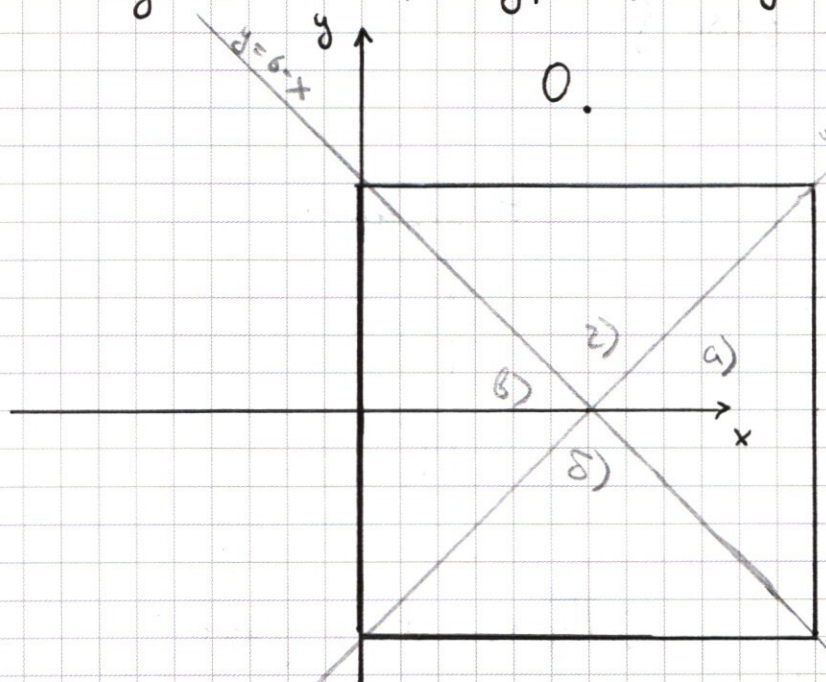
$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y \geq 6-x \\ x=12 \end{cases}$

$\begin{cases} y \leq x-6 \\ y < 6-x \\ y=-6 \end{cases}$

$\begin{cases} y > x-6 \\ y < 6-x \\ x=0 \end{cases}$

$\begin{cases} y > x-6 \\ y \geq 6-x \\ y=6 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Изобразим множество точек удовлетворяющих условию $|x-6-y| + |x-6+y| = 12$



и радиусом $\sqrt{a}$

2) Длина квадратов больше или равна нулю $\Rightarrow a \geq 0$

$$(|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

Это уравнение окружности с центром в

точке (6; 8) при

$x \geq 0$ и в точке

(-6; -8) при $x < 0$

$\Rightarrow$ Рассмотрим окружность с центром в т.О так как только она может пересекать квадрат, который является множеством точек удовлетворяющих первому условию.

$\Rightarrow$ При $a = 4$ окружность касается верхней стороны квадрата $\Rightarrow$ Только 1 решение.

При $a = 14^2 = 196$ окружность касается нижней грани квадрата $\Rightarrow$ Уже 3 решения т.к.

окружность ещё и пересекает боковые стороны $\Rightarrow a \in (4; 196)$ - 2 решения.

$a = (36 + 196)^2 = 232^2$ - тоже 2 решения так как окружность проходит через угол квадрата.

$a \in (196; 232^2)$ - 4 решения

$a \in (232^2; +\infty)$ - 0 решений

$\Rightarrow a \in (4; 196) \cup \{232^2\}$

Ответ: $(4; 196) \cup \{232^2\}$

Задача 4.

Дано: $ABCS$ - пирамида

O - центр вписанного шара

H, H', K, L, M - точки касания

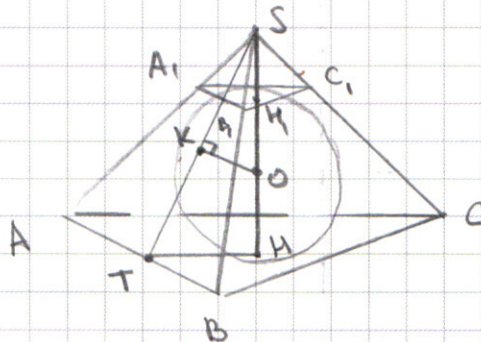
$A_1, B_1, C_1 \parallel ABC$

$H \in ABC$ $H' \in A_1B_1C_1$

$S_{ABC} = 9$ $S_{A_1B_1C_1} = 4$

Найти: $\angle KSO$ - ? $S_{сер.}$ - ?

Решение:



1) Пусть R - радиус шара $\Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

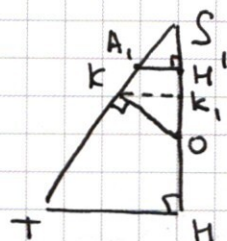
$$\Rightarrow H, H = 2R \quad KO = LO = MO = R$$

$$\triangle ABC \parallel \triangle A_1 B_1 C_1$$

$$\Rightarrow A_1 B_1 \parallel AB \quad B_1 C_1 \parallel BC \quad A_1 C_1 \parallel AC \quad \triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$$

Площади подобных Δ относятся как коэффициенты
подобия в квадрате $\Rightarrow \frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1} = \frac{3}{2}$

Рассмотрим $\triangle TSH$ ($T \in KS$ $T \in ABC$)



$$\triangle KSO \sim \triangle TSH \quad \text{по углу } 50^\circ \text{ и общей} \\ \triangle A_1 S H_1 \sim \triangle TSH \quad \text{углу } \angle TSH$$

$$\frac{A_1 H_1}{TH} = \frac{2}{3} \Rightarrow SH_1 = SH \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3SH_1 = (SH_1 + 2R) \cdot 2$$

$$\Rightarrow SH_1 = 4R$$

$$\Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{KO}{SO} \Rightarrow \sin \angle KSO = \frac{R}{5R} = \frac{1}{5}$$

Сечение которое проходит через точки K M L
параллельно ABC и образует подобный ему Δ

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{сеч}}}{S_{ABC}} = \left(\frac{KK_1}{TH} \right)^2 = \left(\frac{SK_1}{SH} \right)^2$$

$$SH = 6R$$

$$\text{По т. Пифагора} \quad SK = \sqrt{24} R$$

$$\sin \angle KSO = \frac{KK_1}{SK} \Rightarrow KK_1 = \frac{\sqrt{24}}{5} R$$

$$\Rightarrow SK_1 = \sqrt{24R^2 - \frac{24}{25} R^2} = R \cdot \frac{24}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{сеч}}}{9} = \frac{24}{30} \Rightarrow S_{\text{сеч}} = \frac{9 \cdot 24}{30} = \frac{12 \cdot 3}{5} = \frac{36}{5} = 7,2$$

$$\frac{S_{\text{сеч}}}{S_{ABC}} = \frac{24}{5} R : 6R = \frac{24}{30}$$

Ответ: $\frac{36}{5}$
 $\arcsin \frac{1}{5}; 7,2$

Задача 2

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x = \cos 10x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \cos 10x$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 7x + \frac{\pi}{4} - 3x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{4} - 7x - \frac{\pi}{4} - 3x}{2} = \cos 10x$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 10x}{2} \cos 2x = \cos 10x \quad \cos 10x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right)$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 10x}{2} \cos 2x - 2 \sin \frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2} = 0$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{4} - 10x}{2} (\cos 2x - \cos(\frac{\pi}{4} - 5x)) = 0$$

$$1) \sin\left(\frac{\pi}{8} - 5x\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - 5x = \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{5}k$$

$$2) \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$-2 \sin\left(\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x\right) \sin\left(\frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8}\right) = 0$$

$$\frac{\pi}{8} - \frac{3}{2}x = \pi k \quad k \in \mathbb{Z} \quad \frac{7}{2}x - \frac{\pi}{8} = \pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi k}{3}$$

$$x = \frac{\frac{\pi}{4} + 2\pi k}{7}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{5}k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{28} + \frac{2\pi}{7}k \quad k \in \mathbb{Z}$$

Задача 1 $16875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$

$\Rightarrow$ Восьмизначное число состоит из 4-ёх пятёрок, трёх троек и единиц.

~~31~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.

$$1) \left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg(-xy)}$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ -xy > 0 \end{cases} \Rightarrow x < 0$$

Пусть $\lg y = t$ и $\lg(-x) = k$,
тогда $y = 10^t$ $-x = 10^k$
 $x = -10^k$

тогда: $\left(\frac{10^{4k}}{10^{2t}}\right)^t = (10^k)^{k+t}$
 $10^{(4k-2t)t} = 10^{k(k+t)}$

$$2(2k-t)t = k(k+t)$$

$$k^2 + tk = 4kt - 2t^2$$

$$\Rightarrow k^2 + 2t^2 - 3kt = 0 \Rightarrow (k-t)(k-2t) = 0$$

$k=t$ ~~$k \neq t$~~ ~~$k=2t$~~ тогда $y = 10^t = 10^k = -x$

$k=2t$ тогда $y = 10^t$ $x = -10^{2t} \Rightarrow y^2 = -x$

$$2) 2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

a) $x = -y$

$$2x^2 + x^2 - x^2 - 4x + 8x = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow 2x(x+2) = 0$$

$x = 0$
не по х

$x = -2$
 $y = 2$

b) $x = -y^2$

$$\Rightarrow 2y^2 + y^3 - y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$-y^4 + y^3 + 6y^2 - 8y = 0 \Rightarrow$$

$$-y(y^3 - y^2 - 6y + 8) = 0$$

$$y = 0$$

не root x

$$y^3 - y^2 - 6y + 8 = 0$$

$$(y-2)(y^2+y-4)=0$$

$$y=2$$

$$x=-4$$

$$y^2+y-4=0$$

$$D=1+16=17$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y > 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

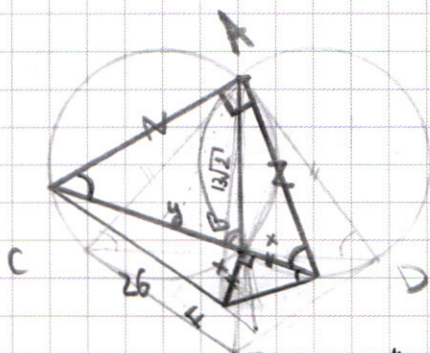
$$x = -\frac{(\sqrt{17}-1)^2}{4} = -\frac{18-2\sqrt{17}}{4}$$

Ответ: $(-2; 2)$

$(-4; 2)$

$(-\frac{9-\sqrt{17}}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2})$

6.



$\angle ACD = \angle ADC$ так как

это вписанные углы опирающиеся

на одну и ту же хорду AC

принадлежащие окружности

одинакового радиуса.

Сумма углов в $\triangle ACD$ 180° $\angle DAC = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$

$$AB = 2R \sin 45^\circ = \sqrt{2}R$$

~~AB ось симметрии $\Rightarrow CB = BD \Rightarrow AB$ диаметр~~

~~и высота~~

~~$BF = BA$ по условию $\Rightarrow \triangle BFD$ так же равнобедрен~~

~~Пусть $CB = BF = BD = x$ тогда $AD = y$ следовательно~~

$$\begin{cases} 2y^2 = 4x^2 \\ y^2 - x^2 = 2R^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$y^2 = 2x^2$$

$$x^2 = 2R^2 \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{2}R =$$

$$13\sqrt{2} \Rightarrow CF = 2x^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\Rightarrow CF = 2 \cdot 13 = 26$ (так же можно сказать
что $ADFC$ квадрат со стороной $2R$)

~~7/8~~

$$CB = y \quad BD = x \quad CA = AD = a$$

$$\begin{cases} 2a^2 = (x+y)^2 \\ a^2 - \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = -(y-x)^2 + (13\sqrt{2})^2 \end{cases}$$

$$y^2 + x^2 = ?$$

$$\frac{(x+y)^2}{4} + (x-y)^2 = (13\sqrt{2})^2$$

$$(13\sqrt{2})^2 = x^2 + a^2 - 2ax \cos 45^\circ \quad \leftarrow \text{теорема косинусов для } \triangle BAD$$

$$(13\sqrt{2})^2 = x^2 + a^2 - \sqrt{2}ax$$

$$(13\sqrt{2})^2 = x^2 + \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - (x+y)x$$

$$\frac{1}{2} (13\sqrt{2})^2 = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - yx$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy + 4x^2 + 4y^2 - 8xy = 4(13\sqrt{2})^2 \\ x^2 + y^2 + 2xy - 2xy = 2(13\sqrt{2})^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 2 \cdot 2 \cdot 13^2 = 4 \cdot 13^2$$

$$\Rightarrow CF = 2 \cdot 13 = 26$$

$$\delta) BC = 10 = y \Rightarrow x^2 = (2 \cdot 13)^2 - 10^2 = 16 \cdot 36 \Rightarrow x = 4 \cdot 6 = 24$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot y \cdot x = 34 \Rightarrow CA = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot (17\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 34 - \frac{1}{2} \cdot 17\sqrt{2} \cdot 24\sqrt{2} =$$

$$= 17 + 12 \cdot 34 - 17 \cdot 24 = 12 \cdot 34 - 17 \cdot 23 = 408 - 391 = 17$$

Ответ: 26; 17

$$\begin{cases} y \geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y < 85 + (3^{81} - 1)x \end{cases}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 3^4 + 4 + 3^{81}x - x$$

$$3^x - 3^4 = (4 - x)(3^{81} - 1)$$

$$x = 4$$

При $x = 4$ решений нет.

~~$$\begin{aligned} 3^x + 4 \cdot 3^{81} &= 3^4 + 4 + 3^{81}x - x \\ 3^x - 3^4 &+ 3^{81} &= &(4 - x)(3^{81} - 1) \end{aligned}$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a^2 = x^2 + (13\sqrt{2})^2 - \frac{\sqrt{2}yx - \sqrt{2}x^2}{13}$$

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 16875 = 5 \cdot 3375 = 5 \cdot 3 \cdot 1125 = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 225 =$$

$$= 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 45 = 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9$$

$$1 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3$$

$$(15555333) \quad 3 \quad 8$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 10x = \sin 7x + \sin 3x$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2} \cos 10x$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 7x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 7x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 3x = \cos 10x$$

③ ~~cos 7x~~

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) = \cos 10x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x - 2x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x + 2x\right) = \cos 10x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cos 2x - \sin 2x \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cos 2x + \sin 2x \cos\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right)$$

$$\cos 10x = \cos(5x + 5x) = \cos 3x \cos 7x - \sin 3x \sin 7x$$

$$\cos 7x + \cos 3x - \sqrt{2} \cos 3x \cos 7x = \sin 7x + \sin 3x - \sqrt{2} \sin 3x \sin 7x$$

$$2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 5x\right) \cos 2x = \cos 10x$$

$$2 \sin x \frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2} \cos \frac{4x}{2}$$

$$\frac{\pi}{4} - 3x + \left(-7x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7x\right) = \cos 10x$$

$$2 \sin\left(\frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2}\right) \cos 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 10x\right)$$

$$2 \sin \frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2} \cos 2x = 2 \sin \frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2} \cos \frac{\frac{\pi}{2} - 10x}{2}$$

$$\oplus \left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy)$$

$y > 0 \quad -xy > 0$

$$2y^2 - xy - x^2 - 4x - 8y = 0$$

$$y^2 + x^2 + 2xy + 9y^2 - 2x^2 - 3xy - 4x - 8y$$

$$y^2 + x^2 - 2xy - 3x^2 - 4x - 8y$$

$$\frac{x^{17}}{23} \Rightarrow x < 0$$

$$\frac{34}{391}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y = (-x) \lg(-xy)$$

$$2(y^2 + 4y + 4) - (x^2 + 4x + 4) - 4 - xy$$

$$(y+2)^2 - (x+2)^2 - 4 - xy$$

$$2y(y-4) - x(y+4) - x^2 = 0$$

$$(y-x-4)(y+x-4) - 4 - xy$$

$$(y-2)^2 - (x+2)^2 - 4 - xy$$

$$\frac{12}{34}$$

$$2\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x} - 1 - \frac{4}{x} - 8\frac{y}{x^2}$$

$$\frac{36}{408}$$

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right) \lg y =$$

$$\frac{x^4 \lg y}{y^2 \lg y}$$

$$= -\lg x \cdot -x \lg y$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$



$$x^2 + y^2 = 1$$

$$26y^2$$

$$\begin{cases} |x-6-y| + |x-6+y| = 12 \\ (|x|-6)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$26y^2$$

$$\begin{cases} x-6-y \geq 0 \\ x-6+y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2x - 12 &= 12 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$\cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$a = \sqrt{14^2 + 36}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & x-6-y \geq 0 \\ & x-6+y \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2y &= 12 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & x-6-y \leq 0 \\ & x-6+y < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x + 12 &= 12 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad & x-6-y < 0 \\ & x-6+y > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2y &= 12 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-6-y &= 0 \\ y &= x-6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-6+y &= 0 \\ y &= 6-x \end{aligned}$$

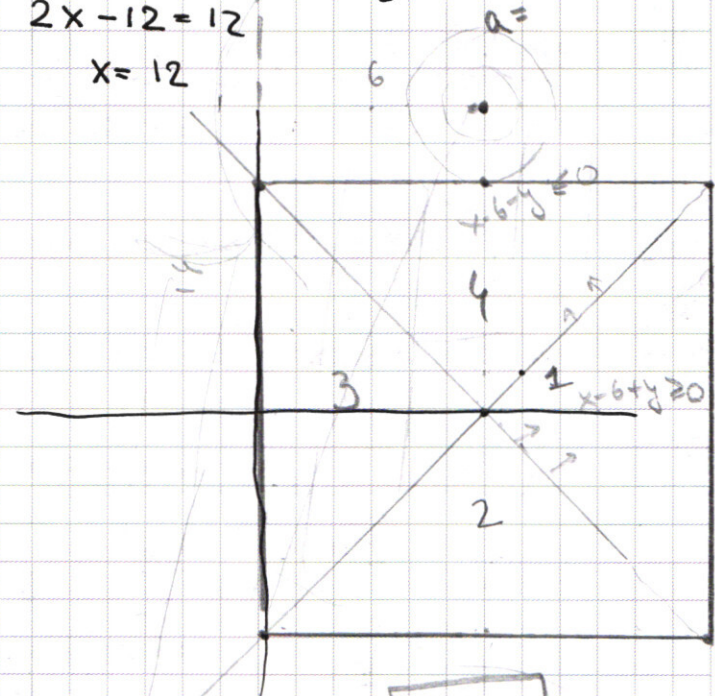
$$\begin{aligned} y &\geq 3^x + 4 \cdot 3^{81} \\ y &< 85 + (3^{81} - 1)x \end{aligned}$$

$$3^x - 3^4 = (3^{81} + 1)(4-x) \quad a = \sqrt{36 + 14^2}$$

$$\text{max}_{x \in \mathbb{R}} x = 4$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 85 + (3^{81} - 1)x \Rightarrow \text{нет. реш.}$$

$$3^x + 4 \cdot 3^{81} = 3^4 + 4 + 3^{81} - x \quad 3^x - 3^4 = 3^{81}(4-x) + (4-x)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^{\lg y} = (-x)^{\lg -xy}$$

$$\lg y = z \quad y = 10^z$$

$$\lg -x = k \quad -x = 10^k$$

$$\left(\frac{10^{4k}}{10^{2z}}\right)^z = (10^k)^{k+z}$$

$$2 \cdot 10^{2z} + 10^k \cdot 10^z - 10^{2k} + 4 \cdot 10^k - 8 \cdot 10^z = 0$$

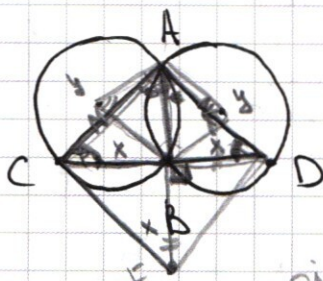
$$10^{4kz} = 10^{2z} \cdot 10^{k^2} \cdot 10^{kz}$$

$$4kz = 2z + k^2 + kz$$

$$k^2 + 2z - 3kz = 0 \quad z = \frac{-k^2}{2-3k}$$

$$k^2 z + 2z - 3kz = 0$$

$$2 \cdot 10^{\frac{-2k^2}{2-3k}} + 10^k \cdot 10^{\frac{-k^2}{2-3k}} - 10^{2k} + 4 \cdot 10^k - 8 \cdot 10^{\frac{-k^2}{2-3k}} = 0$$



$$CB = BD$$

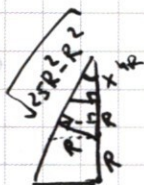
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

САО равноб.

AB ⊥ CD

$$\Rightarrow AB = 10\sqrt{2}$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{SR} = \frac{1}{5}$$



$$k =$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{24}} = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

3 13335555

13355553

13355535

13355355

13353555

1353 + 4
1533 + 4

8!

2y⁴xyx²xyx²xy

$$\lg y = \epsilon \Rightarrow y = 10^\epsilon$$

$$\lg -x = k \quad -x = 10^k$$

$$\left(\frac{10^{4k}}{10^{2\epsilon}}\right)^\epsilon = (10^k)^{k+\epsilon}$$

$$10^{(4k-2\epsilon)\epsilon} = 10^{k(k+\epsilon)}$$

$$4k\epsilon - 2\epsilon^2 = k^2 + k\epsilon$$

$$k^2 + 2\epsilon^2 - 3k\epsilon = 0$$

$$(k-\epsilon)(k-2\epsilon) = 0$$

$$k = \epsilon$$

$$k = 2\epsilon$$

$$x^2 = x^2 + (13\sqrt{2})^2 - 2 \cos(180^\circ) \cdot 13\sqrt{2} \cdot x$$

$$y = -x \text{ не может}$$

$$y^2 = -x$$

$$2y^2 + y^3 + y^4 + 4y^2 - 8y = 0$$

$$-y^4 + y^3 + 6y^2 - 8y = 0$$

$$y(y^3 - y^2 + 6y - 8) = 0$$

$$\begin{array}{r} y^3 - y^2 - 6y + 8 \\ y^3 - 2y^2 \\ \hline y^2 - 6y + 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y^2 - 6y + 8 \\ y^2 - 2y \\ \hline -4y + 8 \end{array}$$

$$(y-x)^2 = 13^2$$

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ)$$

$$\cos \alpha = \frac{13\sqrt{2}}{y-x}$$

$$2R \cdot \frac{13\sqrt{2}}{y} = CA$$

$$\sin \alpha = \frac{13\sqrt{2}}{y}$$

$$2R \sin \alpha = CA$$

$$CA = CA$$

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= 8 \cdot 13^2 \\ (x+y)^2 &= 13^2 \cdot 2 \\ (x+y)^2 &= \frac{4}{(x+y)^2} \end{aligned}$$

$$(x-y)^2 = (13\sqrt{2})^2 = \frac{4}{(x+y)^2}$$

$$(x+y)^2 = \frac{4}{(x+y)^2}$$

$$(x+y)^2 = 4$$

$$2 \cdot 13^2 = 13^2 + 5x + 2 \cdot 13 \cdot y$$

$$2 \cdot 13^2 = x^2 + 4x + 2 \cdot 13 \cdot y + 2 \cdot 13 \cdot x + 13^2$$

$$2 \cdot 13^2 = (x-13)^2 + \left(\frac{4}{x+13}\right)^2$$