

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Вариант 11-07

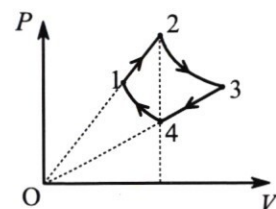
Класс 11

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Шарик подвешен в поле тяжести на легкой упругой пружине с неизвестной жесткостью. Шарик поднимают вверх до положения, когда пружина не деформирована, и отпускают. При дальнейшем движении шарика вдоль вертикали в некоторые моменты времени силы, действующие на шарик со стороны пружины, отличаются в 3 раза, а модули ускорений равны.

- 1) Найти модуль ускорения в эти моменты.
- 2) Найти отношение кинетических энергий шарика в эти моменты.
- 3) Найти отношение максимальной энергии деформации пружины к максимальной кинетической энергии шарика.

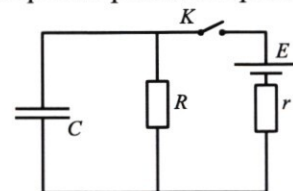
2. Идеальный одноатомный газ из состояния 1 с температурой T_1 расширяется в процессе 1-2 прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V . В процессе 1-2 объем газа увеличивается в $k = 1,8$ раза. Затем газ расширяется в изотермическом процессе 2-3, сжимается в процессе 3-4 прямо пропорциональной зависимости давления от объема и сжимается в изотермическом процессе 4-1. Объемы газа в состояниях 2 и 4 равны.



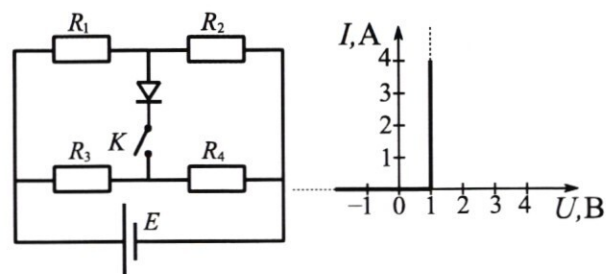
- 1) Найти температуру газа в процессе 2-3.
- 2) Найти отношение давлений в состояниях 1 и 3.
- 3) Найти молярную теплоемкость газа в процессе 1-2.

3. В электрической цепи (см. рис.) все элементы идеальные, конденсатор не заряжен. Величины E, R, C известны, $r = 3R$. Ключ K на некоторое время замыкают, а затем размыкают, когда скорость роста энергии конденсатора максимальна.

- 1) Найти ток, текущий через источник, сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти ток, текущий через конденсатор, непосредственно перед размыканием ключа.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?

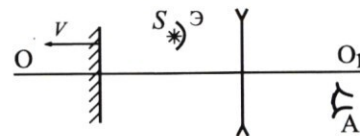


4. В цепи используется мостовая схема (см. рис.). ЭДС идеального источника $E = 8$ В, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 2$ Ом. Вольтамперная характеристика диода показана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В.



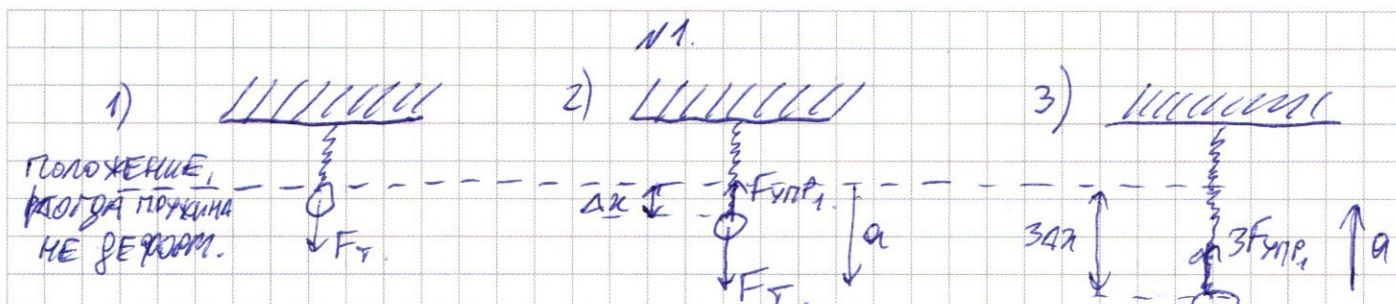
- 1) Найти ток через резистор R_3 при разомкнутом ключе K .
- 2) При каких значениях R_1 ток потечет через диод при замкнутом ключе K ?
- 3) При каком значении R_1 мощность тепловых потерь на диоде будет равна $P_D = 2$ Вт?

5. Оптическая система состоит из тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $-F$ ($F > 0$), плоского зеркала и небольшого экрана Э, расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси линзы OO_1 . Источник S находится на расстоянии $3F/4$ от оси OO_1 и на расстоянии F от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $3F/2$ от линзы.



- 1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель A сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
- 2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найти скорость изображения в этот момент.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Поскольку силы трения отличаются в 3 раза, то и отличаются в 3 раза удлинения пружины (Δx) и ($3\Delta x$) относительно недеформ. состояния пружины (см. рис. №2 и №3). Направив ось y вниз и применив II. закон Ньютона для 1-ой и 2-ой ситуаций (рис. 2 и рис. 3 соответственно): для первой ситуации:

$$ma = F_T - F_{упр1}, \quad a \text{ для второй:}$$

$$ma = 3F_{упр1} - F_T. \quad \text{ПРИБАВЛЯЕМ ПРАВЫЕ ЧАСТИ (т.к. ускорение a по модулю одинаково):}$$

$$F_T - F_{упр1} = 3F_{упр1} - F_T, \quad \text{или:}$$

$$2F_T = 4F_{упр1} \Rightarrow F_{упр1} = \frac{1}{2}F_T = 0,5mg,$$

$$\text{поэтому: } ma = F_T - F_{упр1} = mg - 0,5mg = 0,5mg,$$

$$\text{т.е. } \underline{a = 0,5g}.$$

2) За нулевой уровень возьмём высоту, на которой пружина была недеформирована, тогда $E_{обш.} = 0$ - это начальная энергия шарика. Тогда запишем З.С.Э. шарика

ка в первом и во втором случае (рис. 2 и рис. 3):
1-ая: $E_{k1} + \frac{kax^2}{2} - m g a x = 0$, где E_{k1} - кинетическая энергия шарика, $\frac{kax^2}{2}$ - потенциальная энергия взаимодействия с пружиной,

а тогда - E_n с землей, то: $m \cdot g \cdot kax = 0,5 m g$,
то: $E_{k1} + \frac{0,5 m g a x}{2} = m g a x \Rightarrow E_{k1} = 0,75 m g a x$.

2-ая: $E_{k2} + \frac{k(3ax)^2}{2} - 3 m g a x = 0$, где E_{k2} - кинет. эн. шарика в этот момент, $\frac{k(3ax)^2}{2}$ - E_n с пружиной а $3 m g a x$ - E_n с землей,

то: $E_{k2} + \frac{9 k a x^2}{2} = 3 m g a x$, а т.к. $kax = 0,5 m g$,

то: $E_{k2} + \frac{4,5 m g a x}{2} = 3 m g a x \Rightarrow E_{k2} = 0,75 m g a x$,

и тогда: $\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{0,75 m g a x}{0,75 m g a x} = 1$.

3) E_{kmax} будет в тот момент, когда сумма сил, действующих на шарик, равна "0", то есть: $F_T = F_{упр}$, т.е. $F_{упр} = 2 F_T = 2 k a x$. и тогда 3.с.з. для этой ситуации:

$$E_{kmax} + \frac{k(2ax)^2}{2} - 2 m g a x = 0;$$

$$E_{kmax} + 2 k a x^2 = 2 m g a x; \quad E_{kmax} + m g a x = 2 m g a x,$$

$$\text{т.е. } E_{kmax} = m g a x.$$

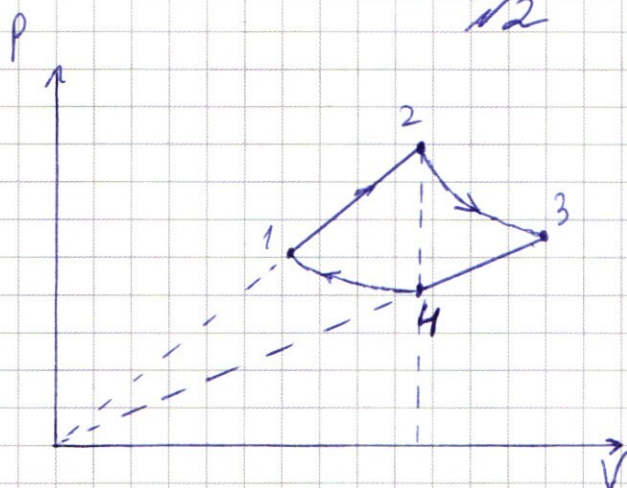
Максимальная эн. деформ. пружины E_{nmax} будет когда $ax = max$, т.е. когда шарик будет находиться в нижней точке траектории, т.е. $E_k = 0$.

(шарик остановится), а ускорение по модулю будет равно ускорению, когда шарик отпустили, т.е.:

$$F_T = F_{упрmax} - F_g \Rightarrow F_{упрmax} = 2 F_T = 4 F_{упр} = 4 k a x, \text{ тогда: } E_{nmax} = \frac{k(2ax)^2}{2} = \frac{16 k a x^2}{2} = 8 m g a x = 4 m g a x, \text{ т.е. } \frac{E_{nmax}}{E_{kmax}} = \frac{4 m g a x}{m g a x} = 4.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 (ответ к заданию)
Ответ: 1) $|a| = 0,5g$, 2) $\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = 1$, 3) $\frac{E_{Tmax}}{E_{kmax}} = 4$



П.к. процесс 2-3:
ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ, ТО:

$$T_2 = T_3, \text{ и т.к.}$$

в процессе 1-2:

$$P \sim V, \text{ а } V_2 = k \cdot V_1 = 1,8V_1, \text{ то: } P_2 = kP_1 = 1,8P_1,$$

Тогда запишем ур-я Менделеева-Клапейрона
для точек №1 и №2:

$$\text{№1: } P_1 V_1 = \nu R T_1, \text{ а №2: } P_2 V_2 = \nu R T_2, \text{ или:}$$

$$1,8^2 P_1 V_1 = \nu R T_2. \text{ Разделим первое ур-е на}$$

второе: $\frac{P_1 V_1}{1,8^2 P_1 V_1} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} \Rightarrow T_2 = 1,8^2 T_1 = 3,24 T_1$

2) Т.к. процессы 2-3 и 4-1: ИЗОТЕРМИЧЕС-
КИЕ, ТО: $T_2 = T_3$, а $T_1 = T_4$, т.е:

$$T_3 = 3,24 T_4, \text{ а т.к. в процессе 3-4:}$$

$$P \sim V, \text{ то пусть } n V_4 = V_3, \text{ то } n P_4 = P_3,$$

и тогда по 3. Менд.-Клап. для т.3 и т.4:

$$P_3 V_3 = \nu R T_3 \text{ или: } n^2 P_4 V_4 = 3,24 \nu R T_4,$$

$$\text{а для т.4: } P_4 V_4 = \nu R T_4, \text{ разделив второе}$$

$$\text{уравнение получаем: } n^2 = 3,24 \Rightarrow n = 1,8, \text{ т.е.}$$

$V_3 = 1,8 V_4$, а т.к. $V_4 = V_2$ по усл., то:

$V_3 = 1,8 V_2$, а т.к. процесс 2-3 - изотермический, то $PV = \text{const}$, т.е.: $P_2 V_2 = P_3 V_3 = 1,8 P_3 V_2$, отсюда: $P_3 = \frac{P_2}{1,8}$, а т.к. из пункта 1) мы выяснили, что $P_2 = 1,8 P_1$, то: $P_3 = \frac{P_2}{1,8} = \frac{1,8 P_1}{1,8} = P_1$, т.е. $\frac{P_1}{P_3} = 1$.

3) Молярную теплоёмкость найдём по формуле: $C_p = \frac{Q_{12}}{\gamma \Delta T_{2-1}}$, где Q_{12} - кол-во теплоты, переданной в процессе 1-2, а: $\Delta T_{2-1} = T_2 - T_1 = 3,24 T_1 - T_1 = 2,24 T_1$, т.е.:

$C_p = \frac{Q_{12}}{2,24 \gamma T_1}$. Тогда по первому началу термодинамики: $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$, где (процесс 1-2)

ΔU - изменение внутренней энергии,

$$\Delta U = \frac{3}{2} \gamma R \Delta T_{2-1} = \frac{3}{2} \cdot \gamma \cdot R \cdot 2,24 T_1 = 3,36 \gamma R T_1$$

(т.к. газ одноатомный), A_{12} - работа газа

в процессе 1-2 - площадь под графиком

в осях PV , т.е. площадь трапеции тогда:

$$A_{12} = \frac{(P_1 + P_2)}{2} \cdot (V_2 - V_1) = \frac{(P_1 + 1,8 P_1)}{2} \cdot (1,8 V_1 - V_1) =$$

$$= 1,4 \cdot 0,8 \cdot P_1 V_1 = 1,12 P_1 V_1 = 1,12 \gamma R T_1, \text{ тогда:}$$

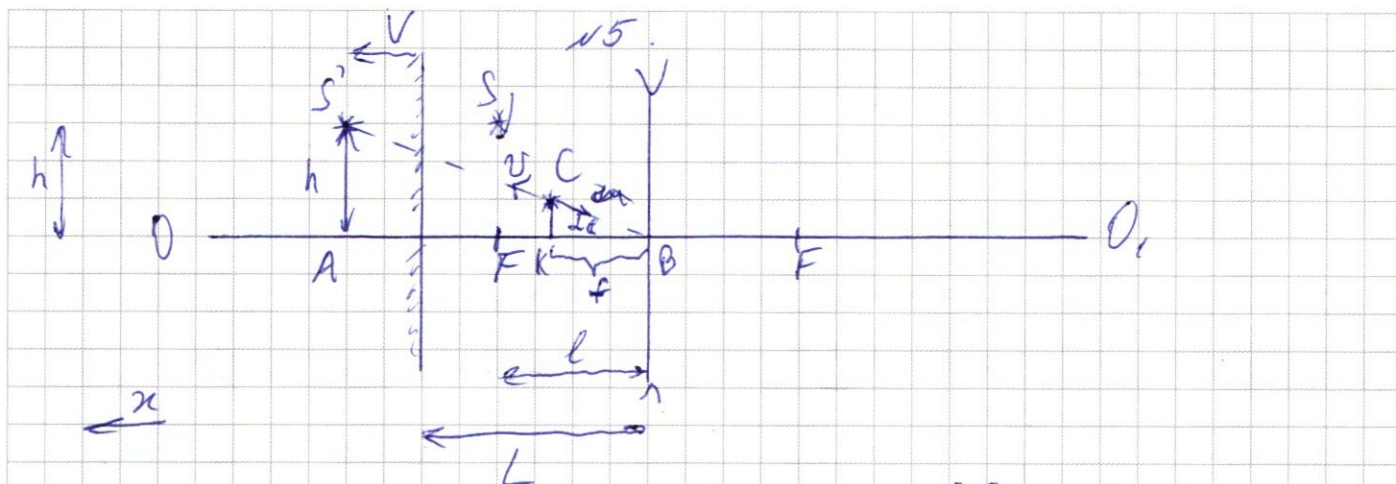
$$Q = \Delta U_{12} + A_{12} = 3,36 \gamma R T_1 + 1,12 \gamma R T_1 = 4,48 \gamma R T_1,$$

$$\text{и тогда: } C_p = \frac{4,48 \gamma R T_1}{2,24 \gamma T_1} = 2 R.$$

Ответ: 1) $T_2 = 3,24 T_1$; 2) $\frac{P_1}{P_3} = 1$; 3) $C_p = 2R$, где R - универсальная газовая постоянная, $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

№5 (см. на след. стр.)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



h - расстояние от S до OO_1 , $h = \frac{3}{4}F$,

l - расстояние от S до пл. линзы, $l = F$,

L - расстояние от зеркала до пл. линзы, $L = 6.5F$.

1) Изображение в линзе будет равно изображению источника S в зеркале - S' (см. рис.),

S и S' - симметричны отн. плоскости зеркала,

тогда: расстояния от S' до зеркала (d') и

от S до зеркала ^(L-l) равны, т.е.: $d' = L - l = 0.5F$,

поэтому расстояние d от S' до пл. линзы:

$d = d' + L = 2F$, тогда найдём изображение

источника в линзе (изобр. в зеркале) в системе

по (т.е. расст. f - расст. от изобр. источника

в системе дох. линзы по формуле для рассеивающей линзы;

$-\frac{1}{F} = \frac{1}{2F} - \frac{1}{f}$, откуда:

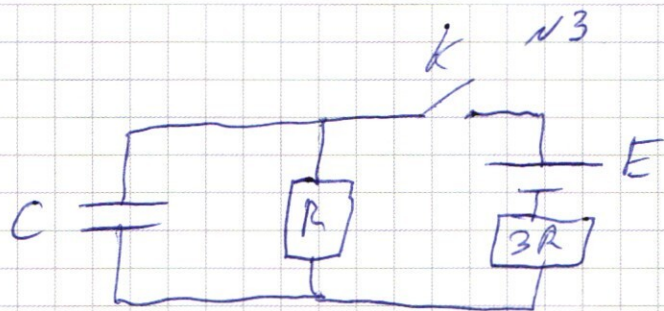
$\frac{1}{f} = \frac{1}{2F} + \frac{1}{F} = \frac{3}{2F}$, т.е.: $f = \frac{2F}{3}$ (см. рис.),

что и требовалось найти.

2) Изображение S' в линзе - точка C всегда будет лежать на прямой $S'B$ (по постро. изобр. в линзе), тогда $\triangle BKC \sim \triangle BAS'$ по lemma о подобных треугольниках и скорость $\vec{v}$ - изображения направлена вдоль $S'B$, то есть $\angle \alpha = \angle S'BA$, а $\triangle S'AB$ - прямоугольный, $\angle S'AB = 90^\circ$, $S'A = h = \frac{3F}{4}$ по постро. изображения точки S в зеркале, тогда: а $AB = 2F = d$ из пункта 1, по: $\text{tg} \angle S'BA = \frac{S'A}{AB} = \frac{\frac{3F}{4}}{2F} = \frac{3}{8}$, т.е. $\angle = \arctg \frac{3}{8}$.

3) Как я уже сказал в п. 2: $\triangle BKC \sim \triangle BAS'$, т.е.: n -коэф. подобия: $n = \frac{BK}{BA} = \frac{f}{d} = \frac{\frac{2}{3}F}{2F} = \frac{1}{3}$, а значит в таком же отношении подобны n -составляющие скорости S' и C (отм. Земли, а т.к. S -стоит на месте, а зеркало устремляется со скоростью V , то изображение S , т.е. скорость S' устремляется со скоростью $2V$ (по св-ву зеркального изображения), т.е. $v_{Kc} = n \cdot 2V = \frac{1}{3} \cdot 2V = \frac{2}{3}V$ - n -составляющая скорости изобр. точки C , тогда, т.к. $\text{tg} \alpha = \frac{3}{8} = \frac{v_{yc}}{v_{Kc}}$, где v_{yc} - y -составляющая скорости точки C , то: $v_{yc} = \frac{3}{2} v_{Kc} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{1}{4}V$, тогда вся скорость $\vec{v}$ изображения: $v = \sqrt{v_{Kc}^2 + v_{yc}^2} = \sqrt{\frac{4}{9}V^2 + \frac{1}{16}V^2} = V \sqrt{\frac{64+9}{16 \cdot 9}} = \frac{\sqrt{73}}{12} V$.
 Ответ: 1) $f = \frac{2F}{3}$, 2) $\text{tg} \alpha = \frac{3}{8}$, 3) $v = \frac{\sqrt{73}}{12} V$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) В первый момент, когда ключ K замыкают, конденсатор - был разряжен, а значит на нём напряжение не падает, тогда по закону Ома для цепи:

$$I_{\text{общ.}} = \frac{E}{R_{\text{общ.}}} = \frac{E}{r + R} = \frac{E}{4R}$$

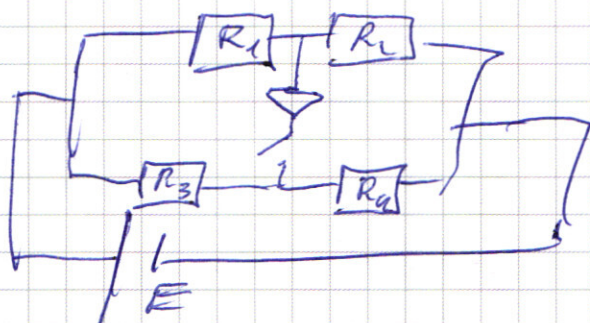
2) Максимальный прирост энергии на конденсаторе: $\Delta W_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}}^2}{2C}$ - будет когда максимальен прирост заряда, т.е. $Q_{\text{max}} = q_{\text{max}} = I_{\text{max}}$, т.е. когда через конденсатор будет течь максимальный ток, а это будет тогда, когда через резистор R - не будет течь ток (т.к. параллельное соединение с конденсатором), т.е.

$$I_{\text{конд.}} = I_{\text{общ.}} = \frac{E}{4R} \quad (\text{т.к. } 4 \text{ резистора } R \text{ и } 3R \text{ попер. соед.}), \text{ а значит}$$

перед размыканием ключа на резисторе $3R$ падает напряжение:

$3R \cdot \frac{E}{4R} = \frac{3}{4}E$, а значит на конденсаторе паралл. напря. $U = E - \frac{3}{4}E = \frac{1}{4}E$, т.е. после замыкания ключа формула энергии: $Q = \Delta W_c = \frac{C(\frac{1}{4}E)^2}{2} = \frac{CE^2}{32}$.

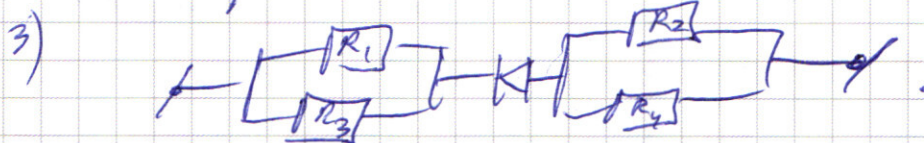
Ответ: 1) $I_{\max} = \frac{E}{4R}$, 2) $I_c = \frac{E}{4R}$, 3) $Q = \frac{CE^2}{32}$.



1) Т.к. R_{3-4} и R_{1-2} - соединены параллельно, то: $U_{3-4} = U_{1-2} = U_{\text{общ}} = E = 8B$

R_3 и R_4 - соединены последовательно, но $R_{3-4 \text{ общ}} = R_3 + R_4 = 8 \text{ Ом}$, то: $I_3 = I_4 = \frac{U_{3-4}}{R_{3-4 \text{ общ}}} = \frac{E}{R_{3-4 \text{ общ}}} = \frac{8B}{8 \text{ Ом}} = 1A$.

Ответ: 1) $I_3 = 1A$.



$P_0 = 20 = 10 \cdot I_{\text{общ}2}$, $\Rightarrow I_{\text{общ}2} = 2A$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

НЕ ДЕРЖ.

$F_{\text{упр.1}} = 3F_{\text{упр.2}}$

$ma = F_T - F_{\text{упр.1}}$

$ma = 3F_{\text{упр.1}} - F_T$

$F_T - F_{\text{упр.1}} = 3F_{\text{упр.1}} - F_T$

$F_T = 2F_{\text{упр.1}} \Rightarrow F_{\text{упр.1}} = \frac{mg}{2}, \text{ по:}$

$ma = mg - \frac{mg}{2} \Rightarrow a = \frac{g}{2}$

$ma = F_T + F_{\text{упр.1}}$

$ma = 3F_{\text{упр.1}} - F_T$

$F_{\text{упр.1}} = F_T = \frac{mg}{2} \Rightarrow a = \frac{g}{2}$

$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{9k\Delta x^2}{2}$

$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{9k\Delta x^2}{2}$

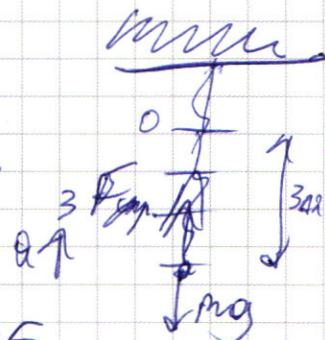
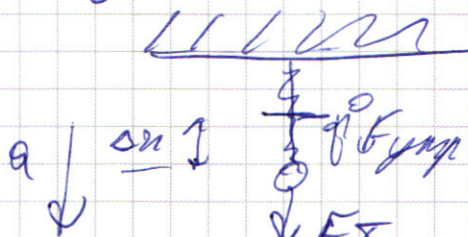
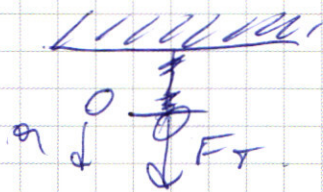
$\frac{mV_1^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{9k\Delta x^2}{2}$

$F_T + F_{\text{упр.1}} = F_{\text{упр.2}} - F_T$

$$\frac{mv_1^2}{2} + 4mg\Delta x + \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{9k\Delta x^2}{2}$$

$$mv_1^2 + 8mg\Delta x + k\Delta x^2 = mv_2^2 + 18k\Delta x^2$$

$$v_1^2 = v_2^2 + 9g\Delta x$$



$$ma = F_T - F_{упр}$$

$$ma = 3F_{упр} - F_T$$

$$2F_T = 4F_{упр}$$

$$F_{упр} = 0,5mg$$

$$\text{по: } ma = F_T - F_{упр} = 0,5mg \Rightarrow a = 0,5g$$

$$1 \text{ сэт. } \begin{cases} \frac{mv_1^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2} = mg\Delta x \\ \frac{mv_1^2}{2} + \frac{0,5mg\Delta x}{2} = mg\Delta x \\ mv_1^2 = 1,5mg\Delta x \end{cases}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} + \frac{9k\Delta x^2}{2} = 3mg\Delta x$$

$$\frac{mv_2^2}{2} + \frac{4,5mg\Delta x}{2} = 3mg\Delta x$$

$$mv_2^2 = 1,5mg\Delta x \Rightarrow 2E_{k2} = 1,5mg\Delta x$$

$$2E_{k1} = 1,5mg\Delta x$$

$$E_{k1} = E_{k2}$$

3) т.к. $F_T = 2F_{упр}$, то макс v_{max} будет на высоте $-2\Delta x$, т.е., по 3. сэт.:

$$\frac{mv_{max}^2}{2} + \frac{4k\Delta x^2}{2} = 2mg\Delta x$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} + \frac{2mg\Delta x}{2} = 2mg\Delta x$$

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = mg\Delta x$$

$$\frac{E_{kmax}}{E_{упрmax}} = \frac{1}{2}$$

$$2F_{упр} = F_{упр3} - 2F_{упр1} \Rightarrow F_{упр2} = 4F_{упр1} = 4k\Delta x$$

$$\frac{k\Delta x_{max}^2}{2} = 4mg\Delta x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) 2-3 - изотерма, то: $T_2 = T_3$
1-2, т.к. $P \sim V$, то:
т.к. $V_2 = kV_1 = 1,8V_1$, то: $P_2 = \frac{P_1}{1,8} = 0,555 P_1$,
по формуле уравнения Менделеева-Клапейрона для точек 1 и 2:

$$P_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2 \quad \text{или} \quad 1,8^2 P_1 V_1 = \nu R T_2, \text{ т.е.}$$

$$\frac{1}{1,8^2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 1,8^2 T_1 = 3,24 T_1$$

2) $T_1 = T_4$, то: $T_3 = 3,24 T_4$

$$k^2 P_3 V_3 = 3,24 P_4 V_4, \text{ т.к. для } T_3 \text{ и } T_4$$

$$P_3 V_3 = 3,24 P_4 V_4$$

$$P_2 V_2 = P_3 V_3 \text{ — 2-3 изотерма.}$$

$$P_2 V_2 = 3,24 P_4 V_4$$

$$3) C_D = \frac{Q}{\Delta T}$$

$$C_D = \frac{Q}{2,24 \nu R T_1}$$

$$\frac{3}{2} \nu R \Delta T = -\frac{1}{2} (P_1 + P_2) \cdot (V_2 - V_1) + Q$$

$$\frac{3}{2} \nu R \cdot 2,24 T_1 = -\frac{1}{2} \cdot 3,8 P_1 \cdot 0,8 V_1 + Q$$

$$\frac{3}{2} \cdot 2,24 \nu R T_1 = -1,12 \nu R T_1 + Q$$

$$3 \cdot 1,12 \nu R T_1 = -1,12 \nu R T_1 + Q \Rightarrow Q = 4,48 \nu R T_1$$

$$\text{то: } C_D = \frac{4,48 \nu R T_1}{2,24 \nu R T_1} = 2 R$$

