

Олимпиада «Физтех» по физике, Вариант 11-07

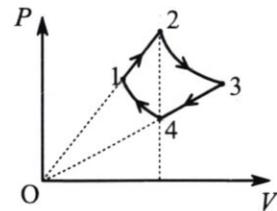
Класс 11

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без

1. Шарик подвешен в поле тяжести на легкой упругой пружине с неизвестной жесткостью. Шарик поднимают вверх до положения, когда пружина не деформирована, и отпускают. При дальнейшем движении шарика вдоль вертикали в некоторые моменты времени силы, действующие на шарик со стороны пружины, отличаются в 3 раза, а модули ускорений равны.

- 1) Найти модуль ускорения в эти моменты.
- 2) Найти отношение кинетических энергий шарика в эти моменты.
- 3) Найти отношение максимальной энергии деформации пружины к максимальной кинетической энергии шарика.

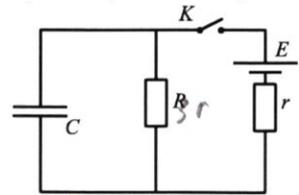
2. Идеальный одноатомный газ из состояния 1 с температурой T_1 расширяется в процессе 1-2 прямо пропорциональной зависимости давления P от объема V . В процессе 1-2 объем газа увеличивается в $k = 1,8$ раза. Затем газ расширяется в изотермическом процессе 2-3, сжимается в процессе 3-4 прямо пропорциональной зависимости давления от объема и сжимается в изотермическом процессе 4-1. Объемы газа в состояниях 2 и 4 равны.



- 1) Найти температуру газа в процессе 2-3.
- 2) Найти отношение давлений в состояниях 1 и 3.
- 3) Найти молярную теплоемкость газа в процессе 1-2.

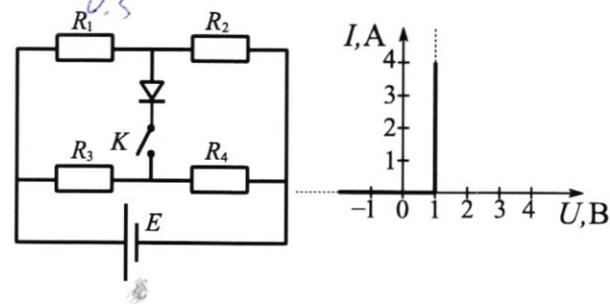
3. В электрической цепи (см. рис.) все элементы идеальные, конденсатор не заряжен. Величины E, R, C известны, $r = 3R$. Ключ K на некоторое время замыкают, а затем размыкают, когда скорость роста энергии конденсатора максимальна.

- 1) Найти ток, текущий через источник, сразу после замыкания ключа.
- 2) Найти ток, текущий через конденсатор, непосредственно перед размыканием ключа.
- 3) Какое количество теплоты выделится в цепи после размыкания ключа?



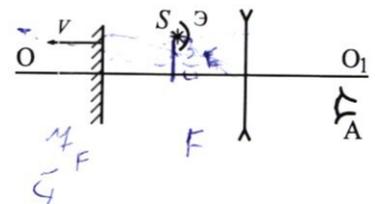
4. В цепи используется мостовая схема (см. рис.). ЭДС идеального источника $E = 8$ В, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 2$ Ом. Вольтамперная характеристика диода показана на рисунке, пороговое напряжение диода $U_0 = 1$ В.

- 1) Найти ток через резистор R_3 при разомкнутом ключе K .
- 2) При каких значениях R_1 ток потечет через диод при замкнутом ключе K ?
- 3) При каком значении R_1 мощность тепловых потерь на диоде будет равна $P_D = 2$ Вт?



5. Оптическая система состоит из тонкой рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $-F$ ($F > 0$), плоского зеркала и небольшого экрана \mathcal{E} , расположенного так, что свет от источника S может попасть на линзу только после отражения от зеркала (см. рис.). Зеркало расположено перпендикулярно главной оптической оси линзы OO_1 . Источник S находится на расстоянии $3F/4$ от оси OO_1 и на расстоянии F от плоскости линзы. Линза и источник неподвижны, а зеркало движется со скоростью V вдоль оси OO_1 . В некоторый момент зеркало оказалось на расстоянии $3F/2$ от линзы.

- 1) На каком расстоянии от плоскости линзы наблюдатель A сможет увидеть в этот момент изображение источника в системе?
- 2) Под каким углом α к оси OO_1 движется изображение в этот момент? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найти скорость изображения в этот момент.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

Пусть в точке 1 давление газа = P_1 , объем - V_1 , в точке 2 - P_2 и V_2 , в 3 - P_3 и V_3 , в 4 - P_4 и V_4 . По условию, $V_4 = V_2 = 1,8V_1$.

В точке 1 и 4 температура $T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{P_4 V_4}{\nu R} = \frac{1,8V_1 P_4}{\nu R}$,

след-но, $P_4 = \frac{P_1}{1,8}$. В процессе 3-4 давление газа прямо пропорционально объёму. Пусть ~~в~~ $P_3 = P_4 \cdot k$, где k - некий коэффициент пропорциональности. Тогда $V_3 = P_4 \cdot k$.

С другой стороны температура в процессе 2-3 = $T_2 = \frac{P_2 V_2}{\nu R} = \frac{P_3 V_3}{\nu R}$

= $\frac{k P_4 \cdot k V_4}{\nu R} = \frac{1,8 P_1 \cdot 1,8 V_1}{\nu R} = \frac{k P_4 \cdot k V_1 \cdot 1,8}{1,8 \nu R}$, след-но, $k = 1,8$.

Тогда $P_3 = P_4 \cdot k = \frac{P_1}{1,8} \cdot 1,8 = P_1$. Отв на п.2: $\frac{P_3}{P_1} = 1$.

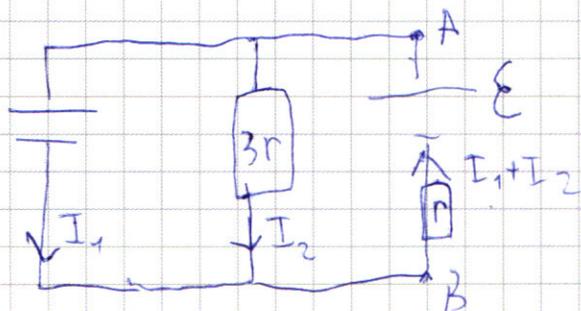
Найдем T_2 . $T_2 = \frac{P_2 V_2}{\nu R} = \frac{1,8 P_1 \cdot 1,8 V_1}{\nu R} = \frac{3,24 P_1 V_1}{\nu R} = 3,24 T_1$
Отв на п.1: $3,24 T_1$

Найдем количество теплоты в процессе 1-2: $C_{\Delta T} = Q = A + \Delta U$. $\nu C \cdot 2,24 T_1 = A + 2,24 \cdot \frac{3}{2} P_1 V_1 = A + 3,36 P_1 V_1$

$A = \Delta V \cdot P_{\text{среднее}}$ (по формуле площади параболы) = $0,8 \cdot 1,4 P_1 V_1 = 1,12 P_1 V_1$

$Q = A + \Delta U = 4,48 P_1 V_1$. $C = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{4,48 P_1 V_1}{2,24 T_1 \cdot \nu} = \frac{2 P_1 V_1}{\left(\frac{P_1 V_1}{R}\right)} = 2R$

Выбор на п.3: $(2R) \approx 16.64 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{с}}$
 $N3.$



между точками A и B

Т.к все элементы соединены, но по равенству напряжений получаем

$$3rI_2 = \varepsilon - r(I_1 + I_2). \quad \varepsilon - rI_1 = 4rI_2. \quad I_1 = \frac{\varepsilon}{r} - 4I_2$$

(Здесь и далее I_1 - ток через конденсатор, I_2 - ток через резистор R).

Потребляемая мощность для мотора увеличивается со скоростью $\frac{\Delta W}{\Delta t}$.

Получим по закону сохранения энергии $\varepsilon \cdot (I_1 + I_2) = (I_1 + I_2)^2 r + \frac{\Delta W}{\Delta t} + I_2^2 \cdot 3r$

$$I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{r} - 3I_2,$$

$$\varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{r} - 3I_2 \right) = \left(\frac{\varepsilon}{r} - 3I_2 \right)^2 r + 3I_2^2 r + \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\frac{\varepsilon^2}{r} - 3I_2 \varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{r} - 6I_2 \varepsilon + 9I_2^2 r + \frac{\Delta W}{\Delta t} + 3I_2^2 r$$

$$12I_2^2 r - 3I_2 \varepsilon + \frac{\Delta W}{\Delta t} = 0$$

$$3I_2^2 r - I_2 \varepsilon = -\frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$\frac{\Delta W}{\Delta t}$ максимальна при $I_2 = \frac{-3\varepsilon}{2 \cdot (-12r)} = \frac{\varepsilon}{8r}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найдем ток, текущий сразу после замык. ключа. По правилу Кирхгофа напряжений между точками А и В получаем, что

$$\frac{q}{C} = 3I_2 r = \mathcal{E} - (I_1 + I_2)r \quad (q - \text{заряд на конденсаторе}). \text{ Т.к. ключ}$$

только замкнул, то $q = 0$. тогда $0 = 3I_2 r \Rightarrow I_2 = 0$. тогда

$$0 = \mathcal{E} - I_1 r. \quad I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r} \quad \text{Отв на п.1: } \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Теперь найдем ток, текущий через катушку через некоторое время после замыкания. Мы найдем, что I_2 в этот момент $= \frac{\mathcal{E}}{8r}$, а также что $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r} - 4I_2$

$$\text{тогда } I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r} - \frac{\mathcal{E}}{2r} = \frac{\mathcal{E}}{2r} \quad \text{Отв на п.2: } \frac{\mathcal{E}}{2r}$$

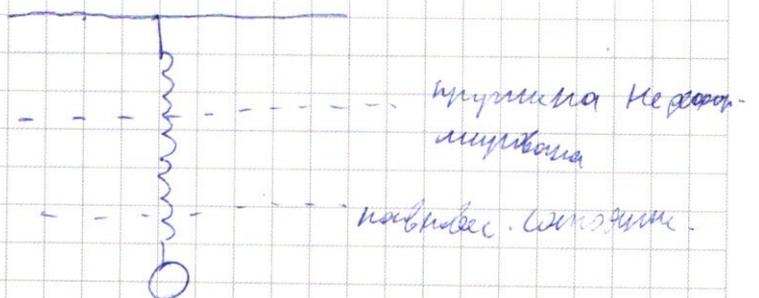
Найдем энергию конденсатора после размык. ключа ~~...~~

$$U_{\text{конденс.}} = I_2 \text{ через размык. } \cdot 3r = \frac{3}{8} \frac{\mathcal{E}}{r} \quad W = \frac{CU^2}{2} = \frac{9}{16} C \mathcal{E}^2. \text{ По 3(2)}$$

Вся эта энергия выделится в цепи (т.к. все элементы идеальные)

$$\text{Отв на п.3: } \frac{9}{16} C \mathcal{E}^2$$

п. 1



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$E_{кин} + \frac{kx_2}{2} \left(x_2 - \frac{x_1}{2} \right) + k \left(\frac{x_1}{2} \right)^2 = \frac{kx_2^2}{2}$$

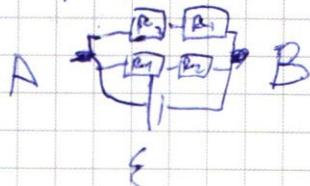
$$E_{кин} + \frac{kx_1^2}{4} + \frac{kx_2^2}{8} = \frac{kx_2^2}{2}$$

$$E_{кин} = \frac{kx_2^2}{8} = \left(\frac{kx_2^2}{2} \right), \text{ а } \frac{kx_2^2}{2} - \text{ макс энергия пружины}$$

Отв на п.3: $E_{фосф} = \frac{1}{E_{кин}} = \frac{1}{4}$

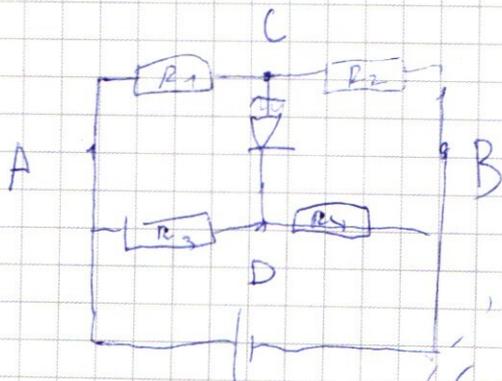
и

1) Когда ключ разомкнут, то напряжение между A и B = $\varepsilon = 8\text{В}$



След-но, I через R_3 и $R_4 = \frac{\varepsilon}{R_3 + R_4} = \frac{8\text{В}}{8\text{Ом}} = 1\text{А}$ Отв на п.1: 1А

2)



~~$E_{кин}$ тоже через резор же течет, но потенциал точки D относительно B = $1\text{А} \cdot 2\text{Ом} = 2\text{В}$. Тогда потенциал ~~с~~ больше 8В , т.е. $R_2 = 8\text{В} - 1\text{В}$~~



Если ток через диод не равен нулю, то напряжение между контактами C и D меньше 1В. Тогда напряжение между

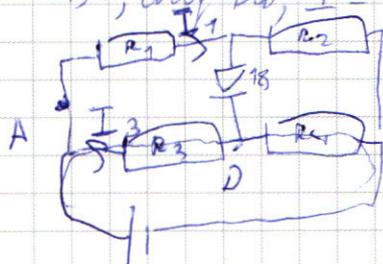
$$U_{CD} = 1A \cdot 2\Omega = 2В. \text{ следовательно, } \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 8В \leq 3В.$$

$$\frac{3\Omega}{R_1 + 3\Omega} \leq \frac{3}{8} \Rightarrow R_1 \geq 5\Omega$$

Тогда при $R_1 \leq 5\Omega$ ток потечёт. Ответ на п. 2: $R_1 \leq 5\Omega$

п. 3. $P = UI = 1В \cdot I = 2Вт$, следовательно, $I = 2А$.

Поставим ток:



8В

Ток I_1 через R_1 , ток I_3 через R_3 , ток I_4 через R_4 . Тогда между A и D $U_{AD} = I_3 R_3 = I_1 R_1 + 1В$. По закону сохранения энергии ток через $R_4 = I_3 + 2А$, через $R_2 (I_1 - 2А)$. Тогда:

$$I_3 R_3 + (I_3 + 2А) R_4 = 8В = R_1 I_1 + R_2 (I_1 - 2А)$$

$$I_3 (R_3 + R_4) + 2А \cdot R_4 = 8В$$

$$I_3 = \frac{8В - 4В}{8\Omega} = 0.5А$$

$$(I_1 - 2А) R_2 = 1В + (I_3 + 2А) R_4 = 6В$$

$$I_1 = 4А$$

$$I_3 R_3 - I_1 R_1 = 1В, \text{ ~~} I_3 R_3 - I_1 R_1 = 3В \Rightarrow 1В; R_3 = 10\Omega \text{ Ответ п. 3: } 10\Omega~~$$

$$I_1 R_1 = 2В. R_1 = 0.5\Omega \text{ Ответ: } (0.5\Omega)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

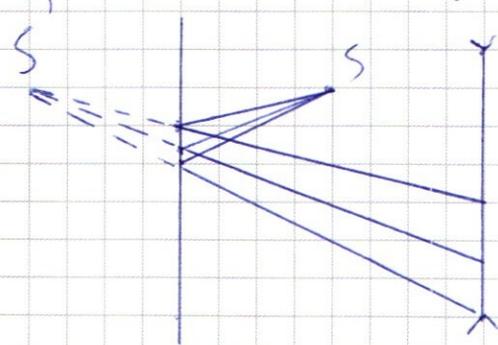
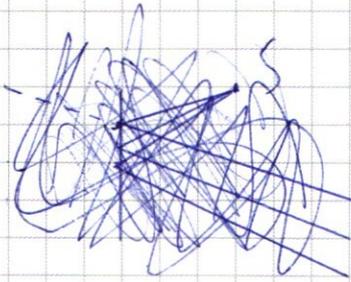
№ 5

~~изобразим~~

~~Изобразим изображение предмета от зеркала эквивалентно~~

н.д)

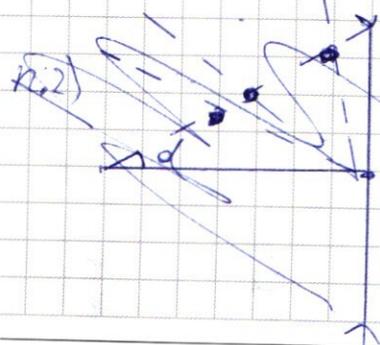
Изобразим изображение предмета от отражённого от зеркала источника света эквивалентно изображению, получаемому от источника света на расстоянии l по другую сторону зеркала.



След-но, Если зеркало на расстоянии $\frac{3}{2}F$ от лампы, а предмет S на расстоянии F от лампы, то $l = \frac{F}{2}$ и полученное изображение эквивалентно изображению от источника на расстоянии $2F$ от лампы. По формуле лампы

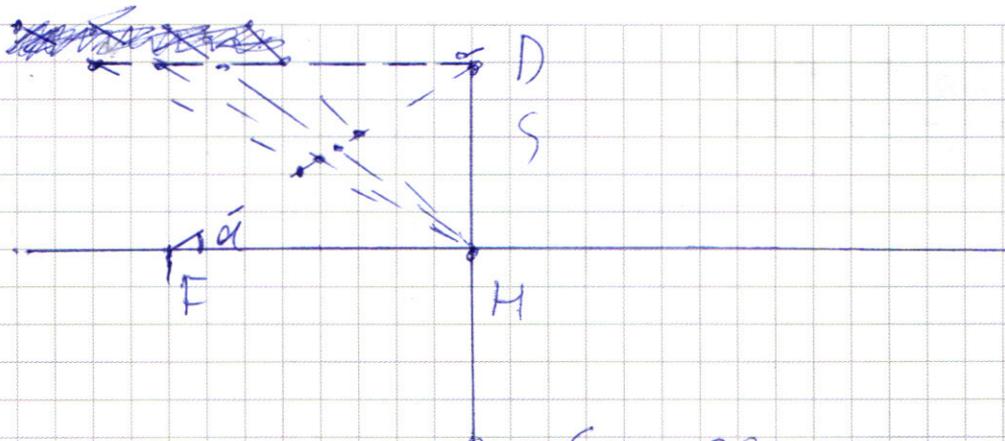
$$\frac{1}{2F} + \frac{1}{S} = -\frac{1}{F} \quad (\text{где } S - \text{расстояние от изображения}$$

от лампы). Тогда $\frac{1}{S} = -\frac{1}{F} - \frac{1}{2F} = -\frac{3}{2F}$, т.е. изображение находится на расстоянии $\frac{2}{3}F$ от лампы. Словом как п.1: $\frac{2}{3}F$.



~~Изобразим~~ любое предметное изображение как человек

п. 2:



Угол любого предмета на расстоянии S от OO , линии на пересечении прямой, проходящей через точку фокуса F и проекцию предмета на плоскость линзы, и прямой, проходящей через центр линзы и сам предмет. След-но, все изображения предметов на расстоянии S от OO , будут лежать на одной прямой, и плоскость их изображения будет по этой прямой. Найдем α между OO и этой прямой. Пусть центр линзы - H , проекция предмета на пер-ть линзы - D . тогда $\alpha = \arcsin\left(\frac{DH}{FH}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{4}\right)$
 отв на п. 2: $\arcsin\left(\frac{3}{4}\right)$

Найдем горизонтальную проекцию скорости изображения на OO . Мы уже знаем, что изображение от ~~своего~~ отразившегося источника ~~своего~~ находится от источника на расстоянии l по другую сторону зеркала. Найдем какой источник движется. Пусть источник движется к зеркалу со скоростью $V+V = 2V$ (т.к. само зеркало движется с V , и имеет от зеркала до источника уменьшающуюся со скоростью V). $\frac{1}{s} + \frac{1}{d} = -\frac{1}{F}$, где d - расстояние до реального источника. Тогда $l = \frac{Fd}{d+F}$.

$$|s| = \frac{Fd}{d+F} = \frac{Fd + F^2 - F^2}{d+F} = F - \frac{F^2}{d+F}$$

скорость изобр-ия = $|s| = \left| \frac{d \cdot F^2}{(d+F)^2} \right| = \frac{5V}{16}$

скорость изображения = $\frac{v_{\text{изобр}}}{\cos \alpha} = \frac{2V \cdot 4}{9} = \frac{5V}{8}$. отв: $\frac{5V}{8}$

Handwritten notes on graph paper, including:

- Diagram of a circuit with a voltage source and resistors.
- Equations for current: $I = \frac{E}{R_1 + R_2}$, $I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$, $I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$.
- Equations for power: $P = I^2 R$, $P_1 = I_1^2 R_1$, $P_2 = I_2^2 R_2$.
- Equations for voltage: $U = IR$, $U_1 = I_1 R_1$, $U_2 = I_2 R_2$.
- Equations for resistance: $R_{total} = R_1 + R_2$, $R_{parallel} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.
- Equations for capacitance: $C_{total} = C_1 + C_2$, $\frac{1}{C_{parallel}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$.
- Equations for inductance: $L_{total} = L_1 + L_2$, $\frac{1}{L_{parallel}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$.
- Equations for frequency: $f = \frac{1}{T}$, $\omega = 2\pi f$.
- Equations for phase: $\phi = \omega t + \phi_0$.
- Equations for average power: $P_{avg} = I_{eff}^2 R$.
- Equations for complex power: $S = P + jQ$, $P = S \cos \phi$, $Q = S \sin \phi$.
- Equations for admittance: $Y = \frac{1}{Z}$, $Y = G + jB$.
- Equations for impedance: $Z = R + jX$, $Z = \frac{1}{Y}$.
- Equations for reflection coefficient: $\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$.
- Equations for transmission coefficient: $T = \frac{2Z_0}{Z_L + Z_0}$.
- Equations for standing wave ratio: $S.W.R. = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$.
- Equations for loss coefficient: $\alpha = \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1 - |\Gamma|^2}{1 - |\Gamma_L|^2} \right)$.
- Equations for return loss: $RL = -20 \log_{10} |\Gamma|$.
- Equations for insertion loss: $IL = -20 \log_{10} \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|$.
- Equations for reflection coefficient in dB: $\Gamma_{dB} = 20 \log_{10} |\Gamma|$.
- Equations for transmission coefficient in dB: $T_{dB} = 20 \log_{10} |T|$.
- Equations for loss in dB: $L_{dB} = -10 \log_{10} \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)$.
- Equations for gain in dB: $G_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)$.
- Equations for noise figure: $NF = 10 \log_{10} \left(\frac{S/N_{out}}{S/N_{in}} \right)$.
- Equations for noise power: $N = k T B$.
- Equations for signal-to-noise ratio: $S/N = \frac{P_{signal}}{P_{noise}}$.
- Equations for dynamic range: $DR = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{max}}{P_{min}} \right)$.
- Equations for linearity: $IP3 = \frac{2}{3} P_{1dB}$.
- Equations for intermodulation distortion: $IMD = 2 P_{1dB} - IP3$.
- Equations for third-order intercept point: $IP3 = \frac{2}{3} P_{1dB}$.
- Equations for second-order intercept point: $IP2 = \frac{1}{2} P_{1dB}$.
- Equations for input-referred noise: $N_{in} = \frac{N_{out}}{G}$.
- Equations for output-referred noise: $N_{out} = N_{in} G$.
- Equations for noise spectral density: $N_{psd} = \frac{N}{B}$.
- Equations for signal spectral density: $S_{psd} = \frac{S}{B}$.
- Equations for noise figure in dB: $NF_{dB} = 10 \log_{10} NF$.
- Equations for noise figure in dB: $NF_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{1 - |\Gamma|^2} \right)$.
- Equations for noise figure in dB: $NF_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{1 - |\Gamma_L|^2} \right)$.
- Equations for noise figure in dB: $NF_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{1 - |\Gamma|^2} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{1 - |\Gamma_L|^2} \right)$.
- Equations for noise figure in dB: $NF_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{1 - |\Gamma|^2} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{1 - |\Gamma_L|^2} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{1}{1 - |\Gamma|^2} \right)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$kx = mg$
 $F = 2mg$
 $F = 3mg$
 $3kx = F = 3mg$
 $U = 1$
 $E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + kxx_2 = \frac{(kx + v)^2}{2}$
 $mU_1^2 + kx^2 + 8kx^2 = mU_2^2 + 9kx^2$
 скорости равны

Handwritten notes on grid paper, including diagrams and mathematical derivations. The diagrams show a mass m on a spring with stiffness k and a damper with coefficient r . The displacement is x and the velocity is \dot{x} . The force of gravity is mg . The spring force is $F = kx$. The damping force is $F_r = r\dot{x}$. The equation of motion is $m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = mg$. The solution is $x = \frac{mg}{k} + e^{-\frac{r}{m}t} \left(A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) \right)$, where $\omega = \sqrt{k/m - (r/m)^2}$. The initial conditions are $x(0) = 0$ and $\dot{x}(0) = 0$. The final displacement is $x = \frac{mg}{k}$.

$g = 10 \frac{m}{s^2}$
 $F = kx$
 $F_r = r\dot{x}$
 $mg = kx + r\dot{x}$
 $m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = mg$
 $\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{mg}{m}$
 $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{mg}{m}$
 $\beta = \frac{r}{2m}$
 $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$
 $x = \frac{mg}{k} + e^{-\beta t} \left(A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) \right)$
 $x(0) = 0 \Rightarrow \frac{mg}{k} + A = 0 \Rightarrow A = -\frac{mg}{k}$
 $\dot{x}(0) = 0 \Rightarrow -\beta \frac{mg}{k} + \omega B = 0 \Rightarrow B = \frac{\beta mg}{k\omega}$
 $x = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\beta t} \cos(\omega t) + \frac{\beta}{\omega} e^{-\beta t} \sin(\omega t) \right)$
 $x \rightarrow \frac{mg}{k}$