МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

√ 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

? 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln\left(xy^2\right)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM, если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO, равны 9 и 16.

V 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y), удовлетворяющих системе неравенств

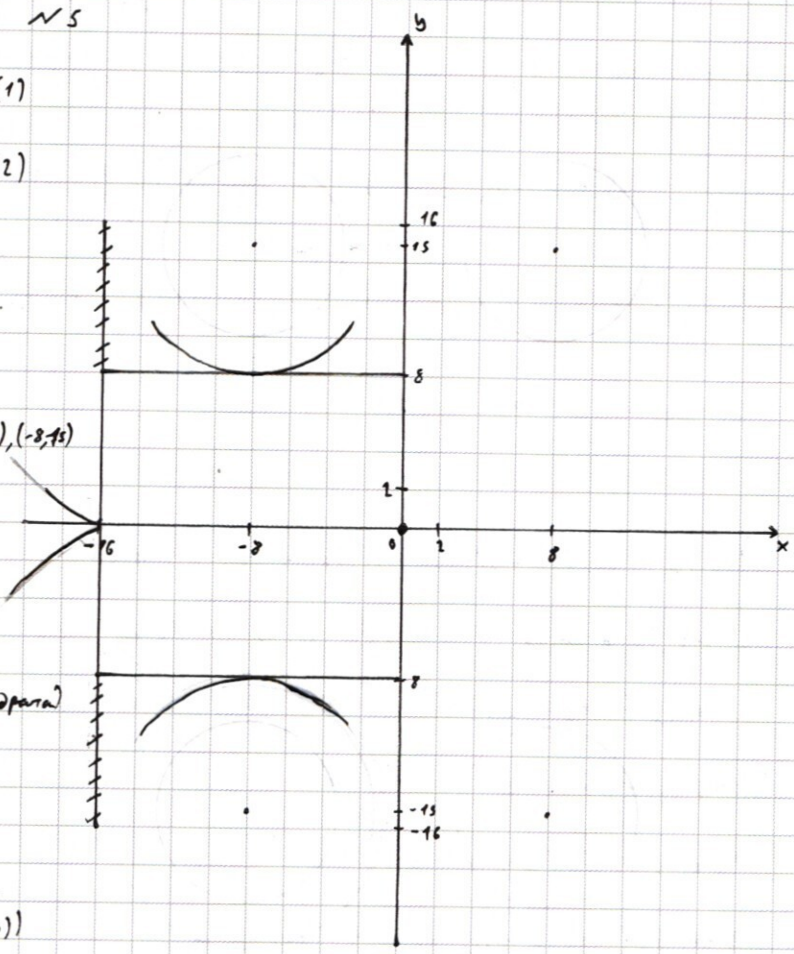
$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leqslant 93 + 3\left(3^{27} - 1\right)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & (2) \end{cases}$$



Графиком первого ур-я является квадрат с диагоналями $x+y+8=0$ и $x-y+8=0$ и стороной 16

Графиком второго ур-я являются 4 окр. с центрами $(8;15)$, $(-8;15)$, $(8;-15)$, $(-8;15)$
При этом каждая окр. не выходит за ~~прямые~~ ox и oy

при $a \in (-\infty; 7^2)$ нет реш.

при $a = 7^2$ есть 2 реш.
(окр. с центрами $(-8;15)$ и $(-8;-15)$ кас. квадрата)

при $a \in (7^2; 15^2+8^2)$ 4 реш.

при $a = 15^2+8^2$ 2 реш.
(все окр. проходят через $(0;0)$, а окр. с центрами $(-8;15)$ и $(-8;-15)$ через т. $(-16;0)$)

при $a \in (15^2+8^2; +\infty)$ нет реш. т.к. окр-ти не пересекают квадрат

Ответ: $a = 49$ и $a = 289$

№1

$64827 = 7^4 \cdot 3^3$ т.к. 7 нельзя получить произведением других цифр, 4 цифры числа - семёрки

Число может состоять из цифр $7, 7, 7, 7, 3, 3, 3, 1$
либо
$7, 7, 7, 7, 9, 3, 1, 1$

Итого чисел $\overline{P}_8(4,3,1) + \overline{P}_8(4,2,1,1) = \frac{8!}{4! \cdot 3!} + \frac{8!}{4! \cdot 2!} =$

$= \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = \cancel{8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 \left(\frac{1}{3} + 1\right)} =$

$= 5 \cdot 7 \cdot 8 + 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 = 5 \cdot 7 \cdot 8(1+3) = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 20 \cdot 7 \cdot 8 = 140 \cdot 8 = 1120$

Ответ: 1120

№2

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\cancel{2 \cos 4x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0}$

$\cancel{\left[\begin{array}{l} \cos 2x + \sin 2x = 0 \\ 2 \cos 4x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0 \end{array} \right.}$

$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\cancel{\left[\begin{array}{l} \cos 4x = 0 \\ 2(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} = 0 \end{array} \right.}$

$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\left[\begin{array}{ll} \cos 2x + \sin 2x = 0 & (1) \\ 2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) = 0 & (2) \end{array} \right.$

~~Решим (2)~~

$\cancel{\sqrt{2} (\cos 4x \cdot \cos x - \sin 4x \cdot \sin x) + (\cos 2x - \sin 2x) = 0}$

$\cancel{\sqrt{2} (\cos^2 2x \cdot \cos x - \sin^2 2x \cdot \cos x - 2 \sin 2x \cos 2x \sin x)}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

$\sqrt{2}(\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin 3x \cdot \sin 2x) + (\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\sqrt{2}(\cos^2 2x \cos x - \sin 2x \cos 2x \sin x - \sin^2 2x \cos x - \sin 2x \cos 2x \sin x) + (\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\sqrt{2}(\cos^2 2x \cos x - \sin^2 2x \cos x - 2 \sin 2x \cos 2x \sin x) + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\sqrt{2} \cos x (\cos^2 2x - \sin^2 2x) - 2\sqrt{2} \sin 2x \cos 2x \sin x + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\sqrt{2} \cos x (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x) + \cos 2x - \sin 2x - 2\sqrt{2} \sin 2x \cos 2x \sin x = 0$

$(\cos 2x - \sin 2x) \cdot \sqrt{2} \cos x (\cos 2x + \sin 2x + 1) - 2\sqrt{2} \sin 2x \cos 2x \sin x = 0$

$(\cos 2x - \sin 2x) \cdot \sqrt{8} \cos x (\cos 2x + \sin 2x + 1) - 4\sqrt{2} \sin^2 x \cos 2x \cdot \cos x = 0$

$\cos x = 0$ (3)

$(\cos 2x - \sin 2x) \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x + 1) - 4\sqrt{2}$

$(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2} \cos x \cos 2x + \sqrt{2} \cos x \sin 2x + 1) - 2\sqrt{2} \sin 2x \cos 2x \sin x = 0$

$(\cos 2x - \sin 2x)(\sqrt{2} \cos x (1 - 2\sin^2 x) + 2\sqrt{2} \cos^2 x \sin x + 1) - 2\sqrt{2} \sin 2x \cos^2 x \sin x = 0$

Решу (1): $\cos 2x + \sin 2x = 0$

$\frac{1 - tg^2 x}{1 + tg^2 x} + \frac{2 tg x}{1 + tg^2 x} = 0$

$-tg^2 x + 2 tg x + 1 = 0$

$tg x = t$

$t^2 - 2t - 1 = 0$

$D = 4 + 4 = 8$

$t = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$

$x = arctg (1 \pm \sqrt{2}) + \pi k; k \in Z$

№3

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} & (1) \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 & (2) \end{cases}$$

огр. на y: $y<0$
огр. на x: $x>0$

(1) $\frac{x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{(\ln(-y))}} - x^{2\ln(xy^2)}=0$ $\qquad (-y)^{\ln(-y)} = (-y)^{\log_{(-y)}e\cdot\ln^2(-y)} = e^{\ln^2(-y)}$

$x^{7\ln(-y)} - e^{\ln^2(-y)}\cdot x^{2(\ln(x)+\ln(y)^2)}=0$

$x^{7\ln(-y)} - e^{\ln^2(-y)}\cdot x^{2(\ln(x)+\ln(-y)+\ln(-y))}=0$

$x^{7\ln(-y)} - e^{\ln^2(-y)}\cdot x^{2\ln x}\cdot x^{2\ln(-y)}\cdot x^{2\ln(-y)}=0$

$x^{7\ln(-y)} - e^{\ln^2(-y)}\cdot e^{2\ln^2 x}\cdot x^{4\ln(-y)}=0$

$$\left[\begin{array}{ll} x^{4\ln(-y)}=0 & (4) \\ x^{3\ln(-y)} - e^{2\ln^2(x)+\ln^2(-y)}=0 & (3) \end{array}\right.$$

(3) $x^{3\ln(-y)} - e^{2\ln^2(x)+\ln^2(-y)}=0$

$e^{3\ln x\cdot\ln(-y)} = e^{2\ln^2(x)+\ln^2(-y)}$

$3\ln(x)\cdot\ln(-y) = 2\ln^2(x)+\ln^2(-y)$

$2\ln^2(x) - 3\ln(x)\cdot\ln(-y)+\ln^2(-y)=0$

(4) $\cancel{e^{4\ln(x)\ln(-y)}} \neq 0$

$x=0$ противоречит огр. на x

(2) $y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0$

№2 (продолжение)

Решим (2)

$\sqrt{2}\cos 5x + \cancel{\ }(\cos 2x - \sin 2x)=0$

$\cos 5x + \frac{1}{\sqrt2}\cos 2x - \frac{1}{\sqrt2}\sin 2x = \cos 5x + \cos 2x\cdot\cos\frac{\pi}{4} - \sin 2x\cdot\sin\frac{\pi}{4}=0$

$\cos 5x + \cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) = \cos 5x - \cos\left(\pi-2x-\frac{\pi}{4}\right)=0$

$\cos 5x = \cos\left(\cancel{\pi}\,\frac{3\pi}{4}-2x\right)$

$$\left[\begin{array}{l} 5x = \frac{3\pi}{4}-2x+2\pi m \\ 5x = 2x-\frac{3\pi}{4}+2\pi n \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 7x = \frac{3\pi}{4}+2\pi m \\ 3x = -\frac{3\pi}{4}+2\pi n \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{28}+\frac{2}{7}\pi m \\ x = -\frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\pi n \end{array}\right. \quad n,m\in\mathbb{Z}$$

Ответ: $x = \frac{3\pi}{28}+\frac{2}{7}\pi m$; $x = -\frac{\pi}{4}+\frac{2}{3}\pi n$; $x = \operatorname{arctg}(1\pm\sqrt2)+\pi k$ $(m,n,k\in\mathbb{Z})$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$

$D = (2x+4)^2 - 4(-3x^2 + 12x) = 4x^2 + 16x + 16 + 12x^2 - 48x = 16x^2 - 32x + 16 = (4x-4)^2$

$y = \dfrac{-2x - 4 \pm (4x-4)}{2} = -x - 2 \pm (2x - 2)$

$y_1 = -x - 2 + 2x - 2 = x - 4$

$y_2 = -x - 2 - 2x + 2 = -3x$

Подставим y_1 в (1):

$2\ln^2(x) - 3\ln(x)\cdot\ln(4-x) + \ln^2(4-x) = 0$ (~~разделим~~ разделим на $\ln^2(4-x)$)

имеет смысл при $x \in (0;4)$

$2\left(\dfrac{\ln x}{\ln(4-x)}\right)^2 - 3\dfrac{\ln x}{\ln(4-x)} + 1 = 0$ $\qquad \dfrac{\ln x}{\ln(4-x)} = \log_{(4-x)} x = t$

$2t^2 - 3t + 1 = 0$

$D = 9 - 4\cdot 2 = 9 - 8 = 1$ $\qquad$ 1) $t = 1$ $\quad \log_{(4-x)} x = 1$ $\quad 4 - x = x$

$t = \dfrac{3 \pm 1}{4} = \left[\begin{array}{l}1\\ 1/2\end{array}\right.$ $\qquad 4 = 2x$

$x_1 = 2$ подходит

~~2) $t = \frac{1}{2}$ $\log_{(4-x)} x = \frac{1}{2}$ $\sqrt{4-x} = x$ $4 - x = x^2$ $x^2 + x - 4 = 0$~~

$y_1 = 2 - 4 = -2$ подходит

~~Подставим y_2 в (1):~~

~~$2\ln^2(x) - 3\ln(x)\cdot\ln(3x) + \ln^2(3x) = 0$ (раздел~~

2) $t = \frac{1}{2}$ $\quad \log_{(4-x)} x = \frac{1}{2}$ $\quad 4 - x = x^2$ $\quad x^2 + x - 4 = 0$

$D = 1 + 4\cdot 4 = 17$

$x_2 = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$ $\quad$ „−" не подходит

$\dfrac{-1 + \sqrt{17}}{2} \vee 4$

$-1 + \sqrt{17} \vee 8$

$\sqrt{17} \vee 9$

$<$

$x_2 = \dfrac{\sqrt{17} - 1}{2}$

$y_2 = \dfrac{\sqrt{17} - 9}{2}$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

№3 (продолжение)

Подставлю y_2 в (3)

$2\ln^2(x) - 3\ln(x)\cdot\ln(3x) + \ln^2(3x) = 0$ (разделю на $\ln^2(3x)$)

$2\left(\frac{\ln x}{\ln 3x}\right)^2 - 3\left(\frac{\ln x}{\ln 3x}\right) + 1 = 0$ $\quad p = \frac{\ln x}{\ln 3x} = \log_{3x} x$

$2p^2 - 3p + 1 = 0$

$\left[\begin{array}{l} p_1 = 1 \\ p_2 = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

1) $p = 1$: $\log_{3x} x = 1$ $\quad 3x = x$ $\quad x = 0$ $\quad \varnothing$

2) $p = \frac{1}{2}$: $\log_{3x} x = \frac{1}{2}$ $\quad 3x = x^2$ $\quad 3 = x$

$y = -3\cdot 3 = -9$

Ответ: $(3; -9)$, $\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-9}{2}\right)$, $(2; -2)$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$\cos 7x + \cos 3x = \cancel{2\sin\frac{10x}{2}\cdot\cos}\ 2\cos 5x\cdot\cos 2x$

$\cos(2x+2x) = \cos^2 2x - \sin^2 2x$

$\sin 7x - \sin 3x = 2\cos 5x\cdot\sin 2x$

$2\cos 5x\cdot\cos 2x + 2\cos 5x\cdot\sin 2x + \sqrt{2}\cos 4x = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$

$2\cos 5x(\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2}(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\vee\left[\begin{array}{l}\cos 2x + \sin 2x = 0\\ 2\cos 5x + \sqrt{2}(\cos 2x - \sin 2x) = 0\end{array}\right.$

$\sqrt{2}(\cos 3x\cos 2x - \sin 3x\sin 2x) + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\cancel{\sqrt{2}\cos 3x(\cos 2x+1) - \sqrt{2}\sin 3x(\sin 2x+1) = 0}$

$(\sqrt{2}\cos 3x + 1)\cos 2x - (\sqrt{2}\sin 3x + 1)\sin 2x = 0$

$\cos 3x\cdot\cos 2x = \cos^2 2x\cdot\cos x - \cos 2x\sin 2x\sin x$

$\sin 3x\sin 2x = \sin^2 2x\cdot\cos x - \cos 2x\sin 2x\cdot\sin x$

$\sqrt{2}(\cos^2 2x\cdot\cos x - \cos 2x\cancel{\sin 2x}\sin x - \sin^2 2x\cdot\cos x + \cos 2x\cancel{\sin 2x\sin x}) + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\sqrt{2}\cos x(\cos^2 2x - \sin^2 2x) + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\left[\begin{array}{l}\sqrt{2}\cos x(\cos 2x + \sin 2x) + 1 = 0\\ \vee\ \cos 2x - \sin 2x = 0\end{array}\right.$

$\sqrt{2}\cos x(\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x\cos x) + 1 = 0$

$\cancel{\sqrt{2}\cos x(2\cos^2 x - 1 +}$

$\cancel{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2}(\cos^3 x - \sin^2 x\cdot\cos x + 2\sin x\cos^2 x) + 1 = 0$

$\sqrt{2}\cos x(\cos 2x + \sin 2x) + \cos^2 x + \sin^2 x = 0$

$\sqrt{2}\cos x(\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x\cos x) + \cos^2 x + \sin^2 x = 0$

$\sqrt{2}(\cos^3 x - \sin^2 x\cos x + 2\sin x\cos x) + \cos^2 x + \sin^2 x = 0$

$\sqrt{2}(\cos^3 x + \sin x\cos x(2 - \sin x)) + \cancel{\cos} = 0$

(h-)hg · xhg ε$^{\partial}$ = (h-)hgε · ∂^{x}hog · xhg^x = (h-)hgε^x

$\sqrt{2}\cos x - 2\sqrt{2}\sin^2 x\cos x + 2\sqrt{2}\cos^2 x\sin x + 1 =$

$= \sqrt{2}\cos x + 2\sqrt{2}\sin x\cos x\,(\cos x - \sin x) + 1$

$2\ln^2(x) + \ln^2(-y) = 3\ln(x)\cdot\ln(-y)$

$\cos 2x - \sin 2x = \cos^2 x - \sin^2 x - 2\cos x\sin x$

$\begin{array}{r} 48 \\ -16 \\ \hline 32 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r|l} 32 & 2 \\ -2 & 16 \\ \hline 12 & \end{array}$

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$y^2 + y(2x+4) - 3x^2 + 12x = 0$

$\sqrt{2}(\cos 4x\cos x - \sin 4x\sin x)$

$\sqrt{2}(\cos^2 2x\cos x - \sin^2 2x\cos x - 2\sin 2x\cos 2x\sin x)$

$D = (4x^2 + 16x + 16) + 12x^2 - 48x = 0$

$16x^2 - 32x + 16 = 0$

$(4x-4)^2$

$y^2 + 2xy - 3x^2 + 4(3x+y) = 0$

$y = \dfrac{-2x - 4 \pm (4x-4)}{2}$

$3x(4-x)$

$y(4+y)$

$y($

$D = 1 + 16 = 17$

$x =$

$\sqrt{2}\cos 5x + \cos 2x - \sin 2x = 0$

$\cos 5x + \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 2x - \sin 2x) = 0$

$\cos 5x + \cos 2x\,\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 2x\,\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$\cos 5x + \cos$

№ 5

$$\begin{cases} |x+y+8|+|x-y+8|=16 & (1) \\ (|x|-8)^2+(|y|-15)^2=a & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(-\dfrac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0 \end{cases}$$

огр на y: $y<0$

огр на x: $x>0$

$$x^{2\ln(xy^2)}+\left(-\frac{x}{y}\right)^{7\ln(-y)}=0$$

$$\frac{x^{2\ln(xy^2)}(-y)^{\ln(-y)}+x^{7\ln(-y)}}{(-y)^{\ln(-y)}}=0$$

$$(-y)^{\ln(-y)} = (-y)^{\log_{(-y)} e\cdot \ln^2(-y)} = e^{\ln^2(-y)}$$

$$\frac{e^{2\ln^2 x}\cdot x^{2\ln(y^2)}\cdot e^{\ln^2(-y)}+x^{7\ln(-y)}}{e^{\ln^2(-y)}}=0$$

$$e^{2\ln^2 x+\ln^2(-y)}\cdot x^{2\ln^2(y^2)}+x^{7\ln(-y)}=0$$

$$e^{2\ln^2 x+\ln^2(-y)}\cdot x^{2\ln(-y)}\cdot x^{2\ln(-y)}+x^{5\ln(-y)}\cdot x^{2\ln(-y)}=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x^{2\ln(-y)}=0 \\ e^{2\ln^2 x+\ln^2(-y)}\cdot x^{2\ln(-y)}+x^{5\ln(-y)}=0 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^{2\ln(-y)}=0 \\ e^{2\ln^2 x+\ln^2(-y)}+x^{\ln(-y)}=0 \end{array}\right.$$

$$x^{2\ln(xy^2)}=x^{2\ln x+2\ln(y^2)}=$$

$$=(x^{\ln x})^2\cdot x^{2\ln(y^2)}=$$

$$=e^{2\ln^2 x}\cdot x^{2\ln(y^2)}$$

$$x^{2\ln(y^2)}=x^{2\ln(-y)+2\ln(-y)}\cdot$$

$$x^{2\ln(-y)}\cdot x^{2\ln(-y)}$$

$$x^{7\ln(-y)}=x^{5\ln(-y)}\cdot x^{2\ln(-y)}$$

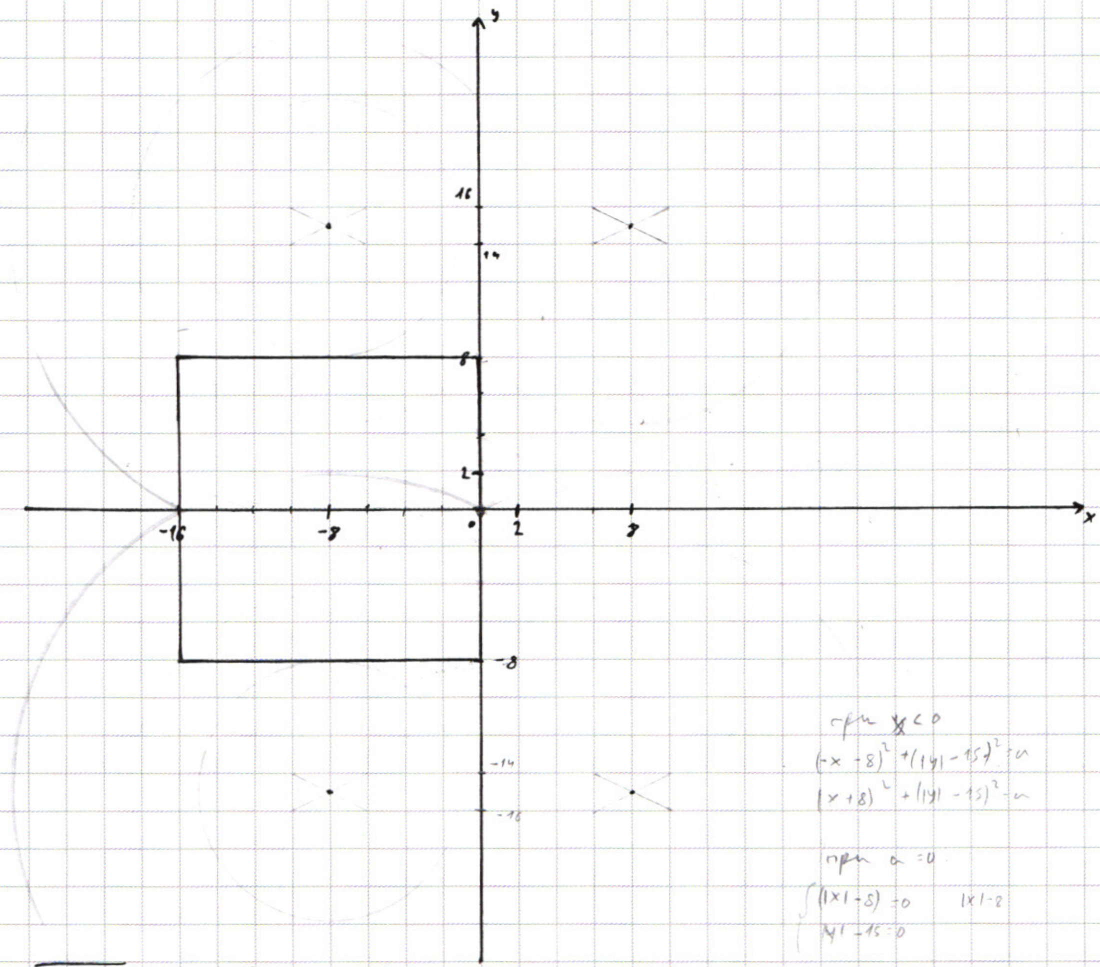
$$y^2+2xy-3x^2+12x+4y=0$$

$$(y^2+4y+4)-4-3(x^2-4x+4)+12+2xy=0$$

$$(y+2)^2-3(x-2)^2+8+2xy=0$$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)



при $y < 0$

$(-x+8)^2 + (|y|-15)^2 = a$

$(x+8)^2 + (|y|-15)^2 = a$

при $a = 0$

$\begin{cases} (|x|-8) = 0 \\ |y| - 15 = 0 \end{cases}$ $\quad |x| = 8$

$\sqrt{15^2 + 8^2}$

15×15

75

15

$225 + 64 =$

$225 + 64 = 289$

$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\cos 4x \cos 3x - \sin 4x \sin 3x + \sin 4x \cos 3x + \cos 4x \sin 3x + \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$\cos 3x (\sin 4x + 1) - \sin 3x (\sin 4x + 1) + \cos 4x (\cos 3x + \sin 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

$(\cos 3x - \sin 3x)(\sin 4x + 1) + \cos 4x (\cos 3x + \sin 3x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} y > 3^x + 4\cdot 3^{28} \\ y \le 93 + 3(3^{27}-1)x \end{cases}$$

$3(3^{x-1} + 4\cdot 3^{27})$

$3(31 + (3^{27}-1)x)$

$3^{x-1} + 4\cdot 3^{27} < y/3 \le 31 + (3^{27}-1)x$

$3^{x-1} < y/3 - 4\cdot 3^{27} \le 31 + 3^{27}(x-4) - x$

$3^x + 4\cdot 3^{28} < y \le 93 + 3^{28}x - 3x$

при $x \to -\infty$

$4\cdot 3^{28} < 93 + 3x(3^{27}-1)$

$\frac{4\cdot 3^{28} - 93}{3(3^{27}-1)} < x$

$\frac{4\cdot 3^{27} - 31}{3^{27}-1} < x$

$\frac{4\cdot 3^{27} - 4 - 27}{(3^{27}-1)} = 4 - \frac{27}{(3^{27}-1)} < x$

$\frac{27}{3^{27}-1} < 1$ $\quad \frac{3^3}{3^{27}-1} < 1$

$x \ge 4$

при $x = 4$ $\quad 3^4 + 4\cdot 3^{28} < y \le 93 + 3\cdot 4(3^{27}-1)$

$3^4(1+4\cdot 3^{24}) < y \le 93 +$

$3^4(1+4\cdot 3^{24}) < 93 + 3\cdot 4(3^{27}-1)$

$64827 : 27 = 244$

$64827 : 9 = 7203$

$7203 : 7 = 1029$

$1029 : 7 = 147$

$147 : 7 = 21$

$64827 = 3\cdot 3\cdot 7\cdot 7\cdot 7\cdot 3\cdot 7$

$64827 = 7\cdot 7\cdot 7\cdot 7\cdot 3\cdot 3\cdot 3$

3^3

$64827 : 49 = 1323$

$1323 : 49 = 27$

$49 \cdot 3 = 147$

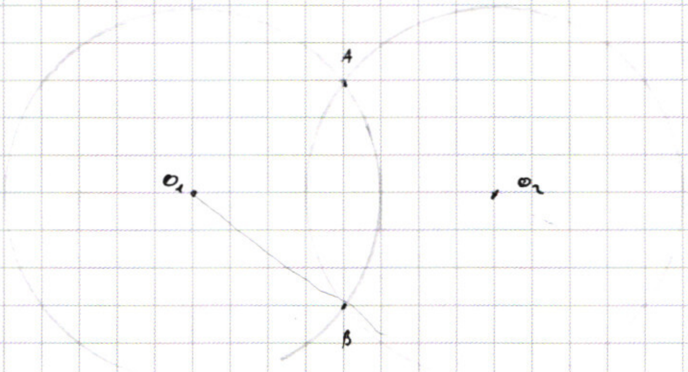
$49\cdot 7 = 343$

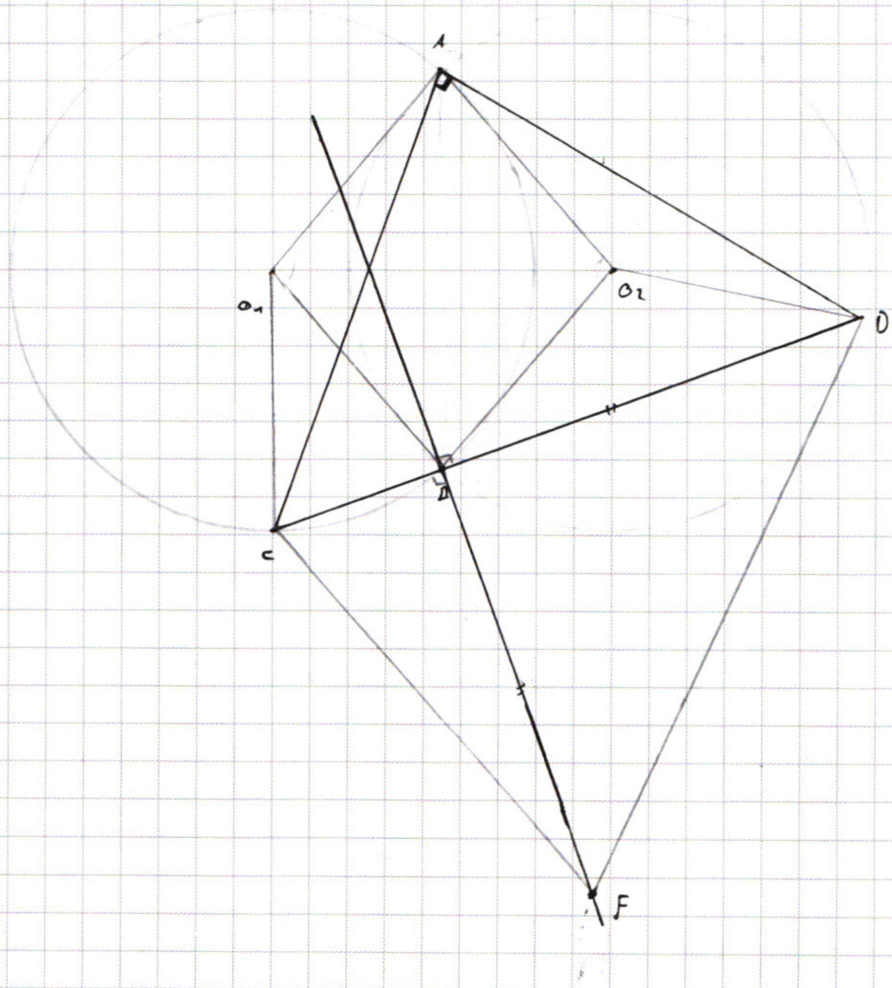
$7\cdot 3 = 18 + 9 = 27$

$140 \cdot 8 = 1120$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)





☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)