

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР



Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

3. 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
DEPARTMENT OF CHEMISTRY

1954

TO THE HONORABLE SENATE OF THE UNIVERSITY OF CHICAGO
FROM THE DEPARTMENT OF CHEMISTRY
SUBJECT: REPORT ON THE PROGRESS OF THE RESEARCH
DURING THE YEAR 1954
BY
[Name]
[Title]
[Address]
[City, State, Zip]
[Phone Number]
[Email Address]
[Date]

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$64827 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

7 - простое число $\Rightarrow$ любое 8-ми значное число будет содержать 4 - "7". Тогда возможны следующие комбинации:

1) 4 - "7" ; 3 - "3" ; 1 - "1"

$$P(4, 3, 1) = \frac{8!}{4! 3! 1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280$$

2) 4 - "7" ; 1 - "3" ; 1 - "9" ; 2 - "1"

$$P(4, 1, 1, 2) = \frac{8!}{4! 2! 1! 1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 840$$

Другие комбинации невозможны, т.к. при умножении любых ^{двух} групп цифр, произведение > 9

$$\Rightarrow \text{Общее кол.-во} = 840 + 280 = 1120$$

Ответ: 1120

№2

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos \frac{10x}{2} \cos \frac{4x}{2} + 2 \sin \frac{4x}{2} \cos \frac{10x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x = -\sin 2x \quad | : \cos 2x$$

$$1 + \tan 2x = 0$$

$$\tan 2x = -1$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$2\cos 5x = \sqrt{2}\sin 2x - \sqrt{2}\cos 2x$$

$$2\cos 5x = \sqrt{2}\sin 2x - \sqrt{2}\cos 2x \quad | : 2$$

$$\cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x$$

$$\cos 5x = \sin \frac{\pi}{4} \sin 2x - \cos \frac{\pi}{4} \cos 2x$$

$$\cos 5x = -(\cos \frac{\pi}{4} \cos 2x - \sin \frac{\pi}{4} \sin 2x)$$

$$\cos 5x = -\cos(\frac{\pi}{4} + 2x)$$

$$\cos 5x + \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) = 0$$

$$2\cos \frac{5x + \frac{\pi}{4} + 2x}{2} \cos \frac{5x - 2x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\cos(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}) = 0$$

$$\cos \frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + m\pi, m \in \mathbb{Z}$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \pi + \frac{\pi}{4} + 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2n\pi}{7}, n \in \mathbb{Z}$$

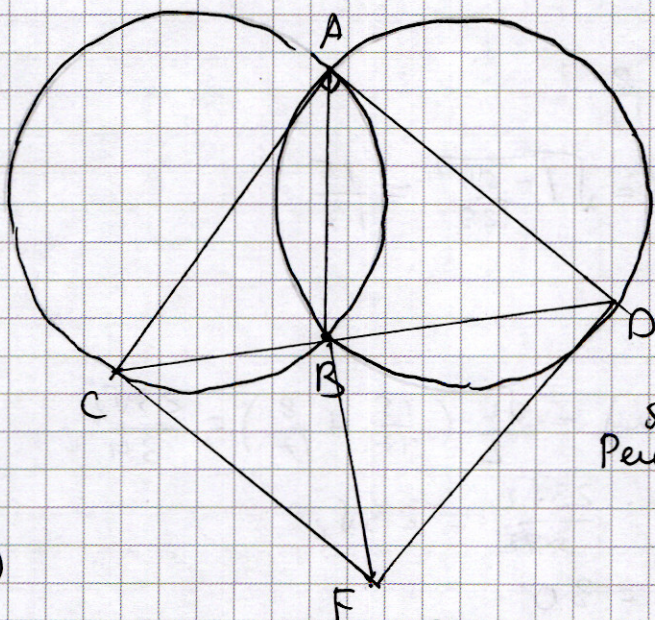
$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2m\pi}{3}, m \in \mathbb{Z}$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2n\pi}{7}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2m\pi}{3}, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓6



Дано: $\text{окр}(O, R)$; $\text{окр}(O; R)$

$R = 17$

$$\text{oup}(O, R) \cup \text{oup}(O, R) = A, R$$

$$\angle CAD = 90^\circ$$

$$FB \perp CD$$

$$BF = BD$$

a) Hauptm CF - ?

d) $BC = 16$; Maxim $S_{ACF} - ?$

Решение

a)

1) no 2. curved : $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R$

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin \angle BDA = \sin \angle BEB, \text{ weil}$$

$$\angle ACD + \angle CDA = 90^\circ$$

$$\angle ACM = \angle CDA = \frac{90 - \angle CAD}{2} = 45^\circ$$

2) Пусть $\angle CAB = d$, тогда

$$\angle BAP = 90 - \alpha$$

$$\frac{CB}{\sin \alpha} = \frac{BN}{\sin(90^\circ - \alpha)} = 2R$$

По т. Пифагора $CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BP^2$

$$CB = 2R \sin d$$

$$BD = 2R \sin(90^\circ - \alpha) = 2R \cos \alpha$$

$$\Rightarrow BD^2 + BC^2 = 4R^2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 4R^2$$

$$4R^2 = CF^2$$

$$CF = 2R$$

$$\Rightarrow CF = 2 \cdot 17 = 34$$

Ответ: 34

$$8) \quad 1) \frac{BC}{\sin \alpha} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{BC}{2R} = \frac{16}{2 \cdot 17} = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} = \frac{15}{17}$$

$$\frac{AC}{\sin(\alpha + 45^\circ)} = 2R$$

$$\sin(\alpha + 45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{15}{17} + \frac{8}{17} \right) = \frac{23\sqrt{2}}{34}$$

$$AC = 2R \sin(\alpha + 45^\circ) = 2 \cdot 17 \cdot \frac{23\sqrt{2}}{34} = 23\sqrt{2}$$

$$2) \quad BF = BD = 2R \cos \alpha = 2 \cdot 17 \cdot \frac{15}{17} = 30$$

$$\sin \angle BCF = \frac{BF}{CF} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$$

$$\Rightarrow \cos \angle BCF = \sqrt{1 - \frac{225}{289}} = \frac{8}{17}$$

$$\begin{aligned} \sin \angle ACF (\angle BCF + 45^\circ) &= \sin 45^\circ \cos \angle BCF + \cos 45^\circ \sin \angle BCF = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \angle BCF + \sin \angle BCF) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17} = \frac{23\sqrt{2}}{34} \end{aligned}$$

$$3) \quad S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \frac{23\sqrt{2}}{34} = 23^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 23^2 = 529$$

Ответ: 529

6

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P(4, 3, 1) = \frac{8! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4! \cdot 3! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 35 \\ \hline 280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 56 \\ \hline 280 \end{array}$$

7 7 7 7 3 9 1 1

$$P(4, 1, 1, 2) = \frac{8! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4}{2! \cdot 4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 30 \cdot 28 = 840$$

30

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 28 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 35 \\ \hline 70 \\ \times 24 \\ \hline 140 \\ \hline 240 \end{array}$$

$$840 + 280 = 1120$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

Ответ: 1120

4 - '7'

1 - '3'

1 - '9'

2 - '1'

4 - '7'

3 - '3'

'1 2 - '1'

$$P(4, 1, 1, 2) = \frac{8!}{4! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{8!}{4! \cdot 2!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 840$$

$$P(4, 3, 1) = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = 280$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 840 \\ + 280 \\ \hline 1120 \end{array}$$

Ответ: 1120

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = -x^{2\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)} = 0203$$

$$x^{2(\ln x + \ln y^2)} = x^{2\ln x} \cdot x^{2\ln y^2}$$

$$-y > 0$$

$$y < 0$$

$$2y^2 > 0$$

$$x > 0$$

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\left(-\frac{(-\frac{y}{4})^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = \left(-\frac{y}{4}\right)^{2\ln x} \cdot \left(-\frac{y}{4}\right)^{2\ln y^2}$$

$$\left(\frac{y^2}{4^2 y}\right)^{\ln(-y)} = \left(\frac{y^2}{4^2}\right)^{\ln x} \cdot \left(\frac{y^2}{4^2}\right)^{\ln y^2}$$

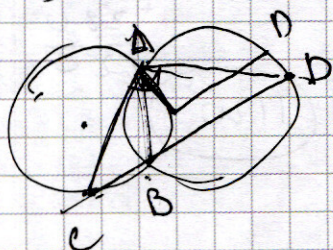
$$x = -\frac{y}{4}$$

$$\left(\frac{y^6}{4^2}\right)^{\ln(-y)} = \left(\frac{y^2}{4^2}\right)^{\ln x + \ln y^2} \quad (0; +\infty)$$

$$\left(\frac{-x^2}{-3x}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\left(\frac{x^6}{3}\right)^{\ln(-y)} = \frac{x^{6\ln(-y)}}{3^{\ln(-y)}} = x^{2\ln(xy^2)}$$

$$\left(\frac{-x^2}{x-4}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$AC = 2R \cdot \sin(\alpha + 45^\circ) = 2 \cdot 17 \cdot \frac{23\sqrt{2}}{2} = 23\sqrt{2}$$

$$\triangle OCFB: CB = 16 \quad CF = 34; \quad BF = BD = 2R \sin \alpha \sqrt{2}$$

$$= 2 \cdot 17 \cdot \frac{15}{17} = 30$$

$$\text{Пусто} \quad \angle BCF = \alpha \quad \sin \alpha = \frac{BF}{CF} = \frac{30}{34} = \frac{15}{17}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{30^2}{34^2}} = \sqrt{\frac{4}{34^2}} = \frac{2}{17}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} 23\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \sin(45^\circ + \alpha)$$

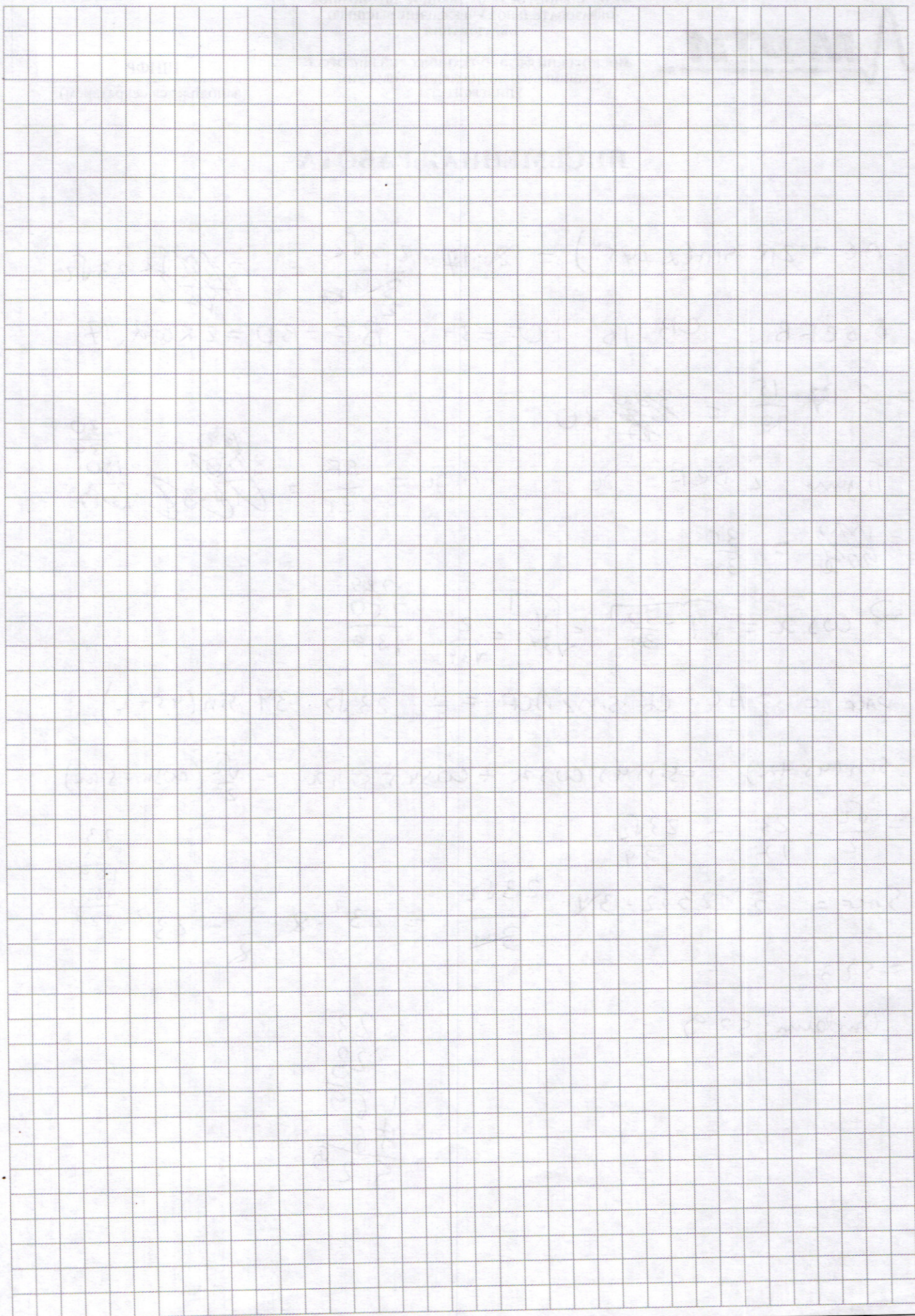
$$\sin(45^\circ + \alpha) = \sin 45^\circ \cos \alpha + \cos 45^\circ \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17} = \frac{23\sqrt{2}}{34}$$

$$S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot 23\sqrt{2} \cdot 34 \cdot \frac{23\sqrt{2}}{34} = 23^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 23^2 = 529$$

Ответ: 529

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 460 \\ \hline 529 \end{array}$$



☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 5x - \sin x \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \quad \cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x$$

$$\omega \sin - \sin \omega =$$

$$\cos 5\pi = \cos \frac{\pi}{9} \sin 2\pi - \cos \frac{\pi}{9} \cos 2\pi =$$

$$\cos 5u = -\left(\cos \frac{\eta}{4} \cos 2u - \sin \frac{\eta}{4} \sinh 2u\right)$$

$$\cos n = -\cos\left(\frac{n}{4} + 2n\right) = 0$$

$$\cos 5x + \cos (2x + \frac{\pi}{3}) = 0$$

$$2 \cos \frac{5n + 2n + \frac{n}{4}}{2} \cos \frac{5n - 2n - \frac{n}{4}}{2} = 0$$

$$\cos \frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = 0$$

$$\text{w3 } \frac{3n - \frac{n}{4}}{2} = 0$$

$$\frac{7x + \frac{n}{2}}{2} = \frac{n}{2} + n u_k; k \in \mathbb{Z}$$

$$3x - \frac{7}{4} = 0$$

$$2n + \frac{n}{4} = n + 2nk; k \in \mathbb{Z}$$

$$f_n = n^{14} - \frac{n}{4} + 2nk; k \in \mathbb{Z}$$

$$Z_{oc} = \frac{30}{4} + 2nk; k \in \mathbb{Z}$$

$$x_c = \frac{3n}{28} + \frac{2nk}{7}$$

$$\frac{3D}{4} + 2nh$$

30

$$2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\begin{array}{l} \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25} \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{25} \\ \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25} \\ \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{25} \\ \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{25} \\ \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25} \end{array}$$

$$\begin{aligned}\cos(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha + \alpha) \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha\end{aligned}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta =$$

$$2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y^4}{x^2})}$$

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R = \frac{AB}{\sin \angle BDA}$$

$$\ln(x^2 y^4)^{-\ln x} = \ln y^{\ln(\frac{y^4}{x^2})}$$

$$-(2 \ln x + 4 \ln y) \ln x = \ln y (\ln y - 7 \ln x)$$

$$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{4 \ln(x^2 y^4)}$$

$$\ln\left(-\frac{x^2}{y}\right)^{\ln(-y)} = \ln x^{4 \ln(x^2 y^4)}$$

$$\ln(-x^2 y^{-1})^{\ln(-y)} = \ln x^{4 \ln(x^2 y^4)}$$

$$CB = 2R \sin \alpha$$

$$BD = 2R \sin(90^\circ - \alpha) = 2R \cos \alpha$$

$$BD^2 + BC^2 = 4R^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = 4R^2$$

$$4R^2 = CF^2$$

$$CF = 2R = 17 \cdot 2 = 34$$

$$\text{Ответ: } 34$$

$$BC = 16 = 2R \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{16}{34} = \frac{8}{17}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{15}{17}$$

$$\sin(\alpha + 45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{15}{17} + \frac{8}{17} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{23}{17} = \frac{23\sqrt{2}}{34}$$

$$\frac{AC}{\sin(\alpha + 45^\circ)} = 2R$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

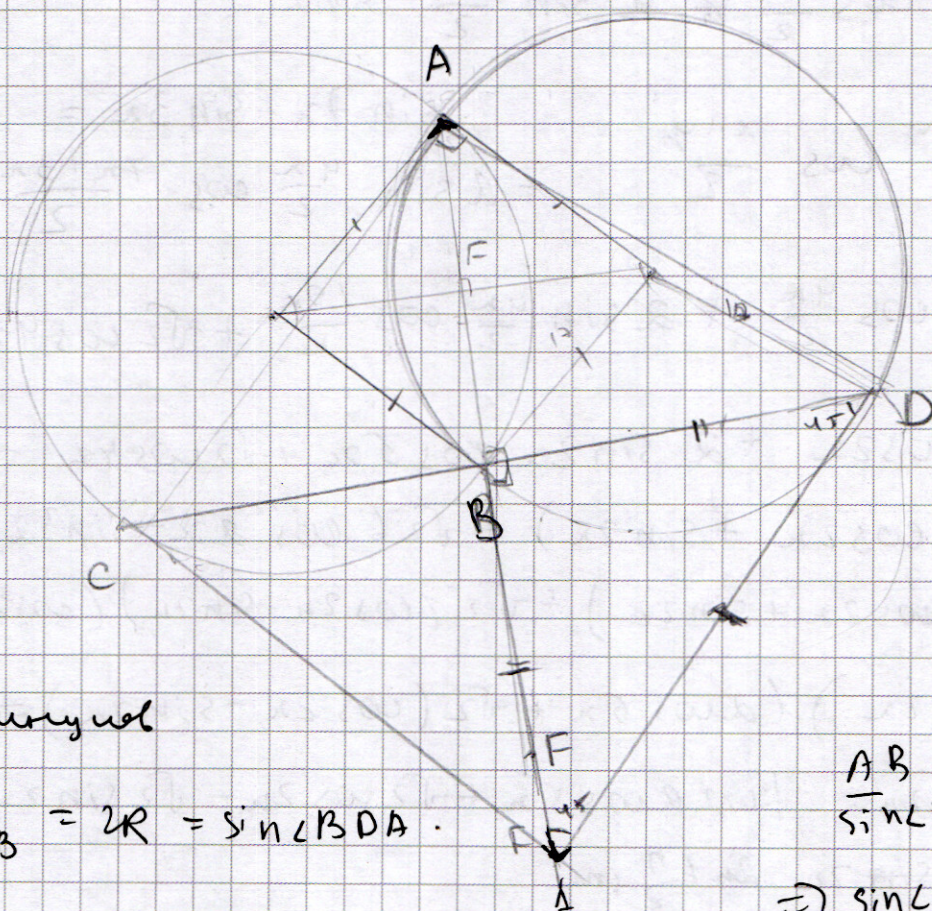
$$\frac{9}{25}$$

$$1 - \frac{64}{289}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{64}{289} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{15}{17}$$

$$\frac{15}{17} + \frac{8}{17}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$R = 17$$

$$CF^2 = CB^2 + BF^2$$

(по т. Пифагора)

по т. синусов

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = 2R = \sin \angle BDA.$$

$$\frac{AB}{\sin \angle BDA} = \frac{AB}{\sin \angle C} = 2R$$

$$\Rightarrow \sin \angle BDA = 1$$

$$\Rightarrow \sin \angle BDA = \sin \angle BFD$$

$$\Rightarrow \angle AED + \angle CDA = \pi$$

$$\angle ACD = \angle CDA = \frac{\pi - 2\angle CAD}{2} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow CF^2 = CB^2 + BF^2 = CB^2 + BD^2$$

$$\text{Пусть } \angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle BAD = 90^\circ - \alpha$$

$$\frac{CB}{\sin \alpha} = 2R = \frac{BD}{\sin(90^\circ - \alpha)}$$

$$\cos 7x + \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x$$

$$\cos 3x - \sin 3x \quad \sin 7x - \sin 3x$$

$$\cos 3x - \sin 3x =$$

$$2 \cos \frac{10x}{2} \cos \frac{4x}{2}$$

$$2 \cos \cos 7x + \sin 7x$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x$$

$$2 \cos \frac{10x}{2} \cos \frac{4x}{2} + 2 \sin \frac{10x}{2} \sin$$

$$2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin 7x - \sin 3x &= \\ &= 2 \sin \frac{4x}{2} \cos \frac{7x+3x}{2} \end{aligned}$$

$$2 \cos \frac{10x}{2} \cos \frac{4x}{2} + 2 \sin \frac{4x}{2} \cos \frac{10x}{2} + \sqrt{2} \cos 4x =$$

$$2 \cos 5x \cos 2x + 2 \sin 2x \cos 5x + \sqrt{2} \cos 4x =$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x)$$

$$2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (2 \cos 5x + \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x)) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0 \quad | : \cos 2x \quad 2 \cos 5x + \sqrt{2} \cos 2x - \sqrt{2} \sin 2x = 0$$

$$\cos 2x = -\sin 2x \quad 2x \neq \frac{\pi}{2} + \pi$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}$$

$$1 + \lg 2x = 0$$

$$\lg 2x = -1$$

$$2x = -\frac{1}{4} + n\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}$$

$$\sin(x+z) = 2 \sin x \cos z$$

$$\sin x \cos x + \sin x \cos x$$

$$2 \cos 5x = \sqrt{2} \sin 2x - \sqrt{2} \cos 2x$$

$$\cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x$$

$$\cos 5x = \sin \frac{\pi}{4} \sin 2x - \cos \frac{\pi}{4} \cos 2x$$

$$\cos 5x = \cos \frac{\pi}{4} \sin 2x - \sin \frac{\pi}{4} \cos 2x$$

$$\cos 5x = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$$\begin{array}{r} 64827 \\ - 63 \\ \hline 18 \\ - 14 \\ \hline 42 \\ - 42 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 9261 \end{array}$$

$$P(2,2) = \frac{3 \cdot 2}{2! \cdot 2!} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$$\begin{array}{r} 9261 \\ - 8 \\ \hline 12 \\ - 8 \\ \hline 46 \\ - 40 \\ \hline 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 115 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9261 \\ - 5 \\ \hline 26 \\ - 12 \\ \hline 81 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7117 \\ 1029 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1029 \\ - 9 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 343 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ - 22 \\ \hline 63 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 49 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ - 49 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7711 \\ 7171 \\ 1771 \\ 1717 \\ 1177 \\ 1717 \\ 7271 \\ 7177 \\ 7717 \\ 1777 \end{array}$$

$$7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r} 1323 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 343 \\ \hline 2401 \\ + 686 \\ \hline 9461 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1323 \\ \times 27 \\ \hline 9081 \\ + 2646 \\ \hline 35721 \end{array}$$

$$P(1,3) = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 89 \\ \times 49 \\ \hline 196 \\ + 441 \\ \hline 2401 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 9461 \\ \hline 66227 \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \\ + 4 \\ \hline \end{array}$$

$$P(7,1) = \frac{8!}{7! \cdot 1!} = 8$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 34 \\ \hline 816 \\ + 960 \\ \hline 8160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7711 \\ 7171 \\ 1771 \\ 7117 \\ 1717 \\ 1177 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2401 \\ \times 27 \\ \hline 16807 \\ + 4802 \\ \hline 64827 \end{array}$$

Ответ: 0

$$P(6,2) = \frac{8! \cdot 7 \cdot 2^4}{6! \cdot 2!} = 28$$

Она: 11

$$\begin{array}{r} 225 \\ - 225 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 226 \\ + 226 \\ \hline 452 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1156 \\ - 900 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \quad \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + \sin 7x + \cos 3x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos x + \cos x$$

$$\cos x + \sin x =$$

$$\textcircled{3} \quad \int \left(\frac{-x^2}{y} \right)^{\ln(1-y)} = x e^{2 \ln(xy^2)}$$

$$\begin{cases} y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0 \end{cases}$$

$$3 \cdot 3 = 9 \quad 3 = 2^2 = 4$$

$$3 = 7 \quad 1 = 3$$

$$P(3, 3, 12)$$

$$P(1, 1, 3, 3)$$

$$y^2 + 2xy + x^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(x+y)^2 + 4(3x+y) - 4x^2 = 0$$

$$-x^2 + 3x + y = 0 \quad (x+y)^2 + 4(3x+y) - 4x^2$$

$$x^2 - 3x - y = 0 \quad (x+y)^2 - 4x^2$$

$$x^2 - 4x + x - y = 0$$

$$x(x-4) + y$$

$$(x+y-4x)(x+y+4x) + 4(3x+y)$$

$$(-3x+y)(x+y+5x+y) + 4(3x+y)$$

$$(x+y)^2 - 4x^2 = (x+y-2x)(x+y+2x) + 4(3x+y)$$

$$(y-x)(3x+y) + 4(3x+y)$$

$$(3x+y)(y-x+4) = 0$$

$$(3x+y)(y-x+4) = 0$$

$$\begin{cases} 3x+y=0 \\ y-x+4=0 \end{cases}$$

$$3x = -y \quad \begin{cases} x = -\frac{y}{3} \\ y-x = -4 \end{cases}$$

$$y-x = -4 \quad \begin{cases} x = -\frac{y}{3} \\ x = y+4 \end{cases}$$

$$y = -3x$$

$$y = x-4$$