

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 класс

ВАРИАНТ 7

ШИФР



2 0 0 1 6 6 4 3
Заполняется ответственным секретарём

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 9261. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(y/x^7)}, \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0. \end{cases}$$

4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 1 и 16.

5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 5| + |y - x + 5| = 10, \\ (|x| - 12)^2 + (|y| - 5)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 10 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 12$. Найдите площадь треугольника ACF .

7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

Когда

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos^2 2x - \sin^2 2x) = 0$$

$$(\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x \cdot 2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x)) = 0$$

1) $\cos 2x - \sin 2x = 0$

$$\cos 2x = \sin 2x$$

$$\tan 2x = 1$$

$$2x = \arctan 1 + \pi k$$

$$x = \frac{1}{2} \arctan 1 + \frac{\pi k}{2}$$

2) $2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$

$$\sin 7x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos 2x + \sin 2x)$$

$$\sin 7x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x$$

$$\sin 7x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

а) $7x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$$5x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}$$

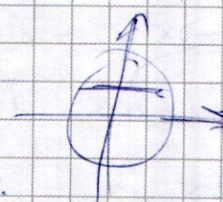
б) $7x = \pi - (2x + \frac{\pi}{4}) + 2\pi k$

$$7x = -2x + \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$9x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9}$$

Ответ: $\frac{\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5}$; $\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{9}$ и $\frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$



№3.

ОДЗ: $x > 0$
 $y > 0$.

$$\begin{cases} (x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln(\frac{y}{x^2})} \\ y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} \cdot \frac{1}{y^{4\ln x}} = y^{\ln y - \ln x^2}$$

$$y^{7\ln x} = x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x} \cdot y^{\ln y}$$

Прологарифмируем левую и правую часть

$$\ln y^{7\ln x} = \ln (x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x} \cdot y^{\ln y})$$

$$7 \ln x \cdot \ln y = \ln x^{2\ln x} + \ln y^{4\ln x} + \ln y^{\ln y}$$

$$7 \ln x \cdot \ln y = 2 \ln x \cdot \ln x + 4 \ln x \cdot \ln y + \ln y \cdot \ln y$$

Пусть $\ln x = a$; $\ln y = b$

$$7ab = 2a^2 + 4ab + b^2$$

$$2a^2 - 3ab + b^2 = 0$$

$$(2a - b)(a - b) = 0$$

$$2a = b$$

$$a = b$$

$$2 \ln x = \ln y$$

$$\ln x = \ln y$$

$$\ln x^2 = \ln y$$

$$x = y$$

$$x^2 = y$$

Теперь рассмотрим второе уравнение

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

Разложим $(y - 2x)(y + x - 4) = 0$

$$y = 2x$$

$$y + x = 4$$

Мы получили 2 возможных варианта для каждой строки.

Теперь рассмотрим их поочередно.

$$1) \begin{cases} x = y \\ y + x = 4 \end{cases} \Rightarrow x = y = 2.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) \begin{cases} x=y \\ y=2x \end{cases} \Rightarrow x=y=0$$

$$3) \begin{cases} x^2=y \\ y=2x \end{cases} \Rightarrow x^2=2x \Rightarrow \begin{matrix} x=0, & x=2 \\ y=0 & y=4 \end{matrix}$$

$$4) \begin{cases} x^2=y \\ y+x=4 \end{cases}$$

$$x^2+x=4$$

$$x^2+x-4=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$y_1 = 4 - x = \frac{8 - (-1 + \sqrt{17})}{2} = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \quad y_2 = \frac{9 + \sqrt{17}}{2}$$

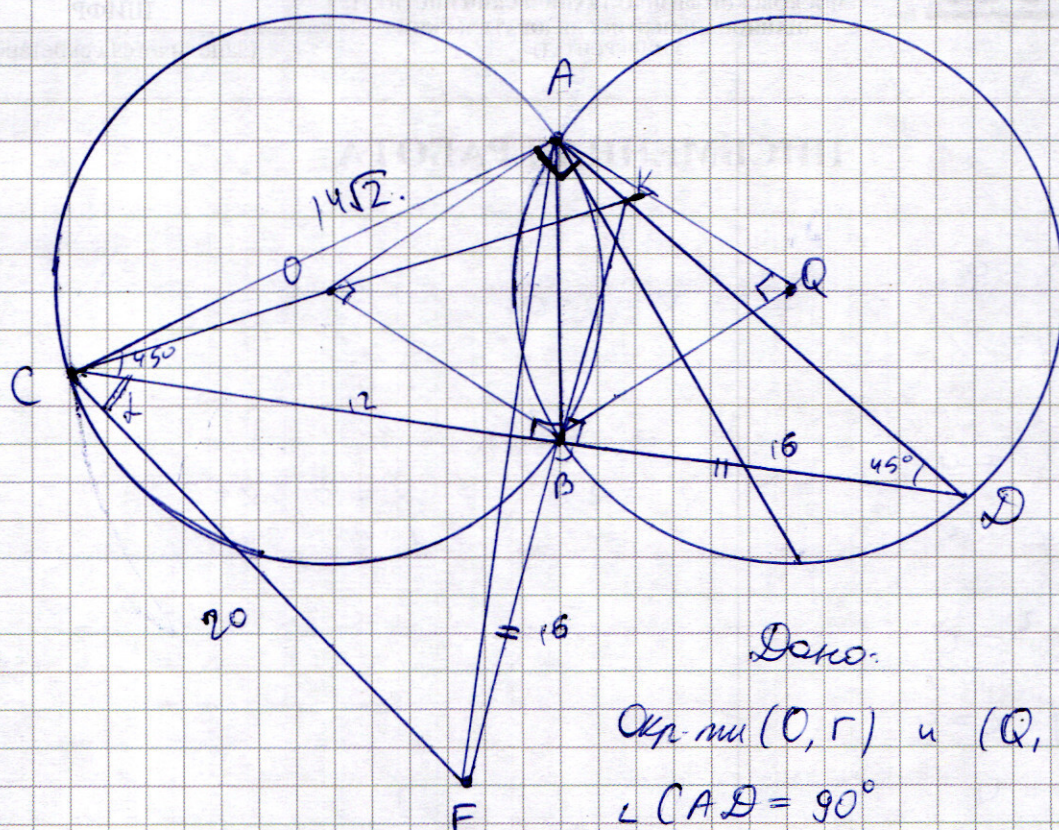
По ОДЗ $x > 0$ и $y > 0$. Тогда найдем корни
(2; 2); (2; 4) и $(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2})$

Ответ: (2; 2)
(2; 4)
($\frac{-1+\sqrt{17}}{2}, \frac{9-\sqrt{17}}{2}$)

№1.

Разложим число 9261 как $1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$. 1 цифра
Нам нужно узнать кол-во восьмизначных чисел, состоящих
из данных цифр. По формуле кол-ва перестановок n элементов
с одинаковыми элементами $N = \frac{n!}{z_1! \cdot z_2! \cdot z_3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{3! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{40320}{24} = 1680$ Ответ: 1680

№6.



Дано.

Окр.-ты (O, r) и (Q, r) ; $r=10$

$\angle CAD = 90^\circ$

$BF \perp CE$; $BF = BE$

а) Найти CF .

Решение:

Проведем радиусы $OA = OB = QA = QB$.

$\triangle OAB = \triangle QAB$ по 3-им сторонам $\Rightarrow \angle AOB = \angle AQB$.

С другой стороны, $\angle AOB = 2\angle ACB$ и $\angle AQB = 2\angle AEB$ (как ~~впис~~ и центральный углы). $\angle AOB + \angle AQB = 2 \cdot (\angle ACB + \angle AEB) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$. Т.к. $\angle AOB = \angle AQB$, то они равны по 90° .

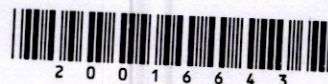
Тогда $\angle ACB = \angle AEB = 45^\circ$

Продолжим перпендикуляр BF до пересечения с AD в точке K и ~~параллельно~~. Рассмотрим 4-угольник $CAKB$.

$\angle CKB = \angle CKB = 90^\circ \Rightarrow$ вписан $CAKB$ можно описать окр.-ту.

Видно точка K лежит на окружности O .

Проведем CK . Т.к. $\angle CKB = 90^\circ$, то CK - диаметр.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Значит $CK = 20$. С другой стороны, $\triangle BCD$ — равнобедренный и равнобедренный, т.к. $\angle BDC = 45^\circ$. Значит $BK = BD$

По условию $BD = BF \Rightarrow BK = BF$.

$\triangle CBK = \triangle CBF$ по двум катетам (сн. общий, $BF = BK$).

Значит и $CF = CK = 20$.

б) $CB = 12$.

$S_{ACF} = ?$

Решение.

По т. Пифагора $BF = \sqrt{CF^2 - CB^2} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$.

Тогда $BD = BF = 16$, а $CD = CB + BD = 16 + 12 = 28$.

т.к. $CD^2 = CA^2 + AD^2 = 2 \cdot CA^2$, то $CD = CA\sqrt{2}$

$CA = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{28}{\sqrt{2}} = 14\sqrt{2}$

Пусть $\angle BCF = \alpha$. Тогда $\sin \alpha = \frac{BF}{CF} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ и $\cos \alpha = \frac{BC}{CF} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

$\angle ACF = 45^\circ + \alpha$

$\sin \angle ACF = \sin(45^\circ + \alpha) = \sin 45^\circ \cos \alpha + \cos 45^\circ \sin \alpha =$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{4}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$

Тогда $S_{ACF} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CF \cdot \sin \angle ACF = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 14\sqrt{2} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{10} =$
 $= 14 \cdot 7 \cdot 2 = 14 \cdot 14 = 196$

Ответ: а) 20

б) 196.

6

№5.

$$\begin{cases} |x+y+5| + |y-x+5| = 10 \\ ((x-12)^2 + (y-5)^2 = a \end{cases}$$

Анализировав эти выражения

Выражение 1, если раскрыть скобки, можно записать так

$$\begin{cases} \text{при } y \in [-10; 0] & x = \pm 5 \\ \text{при } y \in (-\infty; -10) \cup (0; +\infty) & x \in \emptyset. \end{cases}$$

~~Решения~~

используя?

Выражение 2 совмещает в себе уравнение двух окружностей

$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a$ - центр в точке $(12; 5)$, радиус $\sqrt{a}$

$(x+12)^2 + (y+5)^2 = a$ - центр в точке $(-12; -5)$, радиус $\sqrt{a}$

Изобразим все эти уравнения на координатной плоскости схематично

Изменяя параметр a , постепенно будем получать

две окружности, пересекающиеся или не

Пересекающиеся окружности

с прямыми $x = \pm 5$

Для 1-ой и 2-ой окр-ти

рассмотрим зависимость кол-ва

решений от параметра a .

Окр-ть 1.

1) $0 < a < 7^2$ - 0 решений

$7^2 \leq a$ - 1 решение

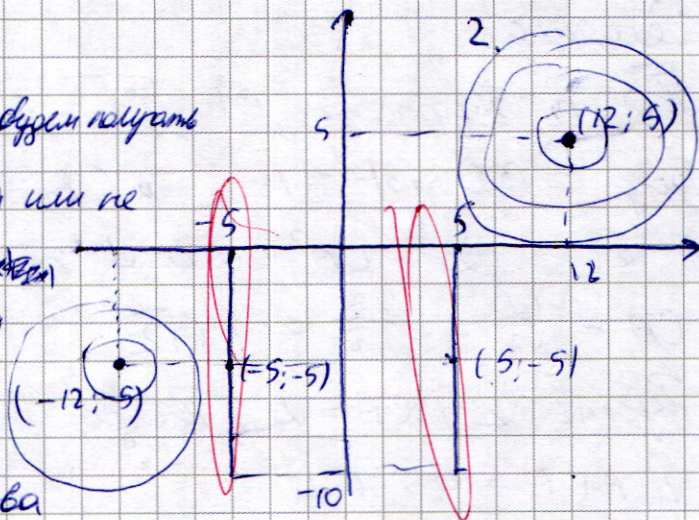
$7^2 < a \leq 12^2 + 5^2$ - 2 решения

$12^2 + 5^2 < a < 17^2$ - 0 решений

$17^2 = a$ - 1 решение

$17^2 < a \leq 17^2 + 5^2$ - 2 решения

~~$a < 17^2 + 5^2 < a$~~ - 0 решений



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2/ Окр-ть 2.

$$0 < Q < 7^2 + 5^2 - 0 \text{ решений}$$

$$7^2 + 5^2 \leq Q \leq 7^2 + 15^2 - 1 \text{ решение}$$

$$7^2 + 15^2 \leq Q < 17^2 + 5^2 - 0 \text{ решений}$$

$$17^2 + 5^2 \leq Q \leq 17^2 + 15^2 - 1 \text{ решение}$$

$$17^2 + 15^2 < Q - 0 \text{ решений}$$

Объединив эти строки и проанализировав, получаем 2 решения при $Q \in (7^2; 7^2 + 5^2] \cup (17^2; 17^2 + 5^2]$.

Ответ: $Q \in (49; 74] \cup (289; 314]$

НЧ.

Пусть сфера касается верхней плоскости
сечения в точке P, а нижнюю - в точке Q.

Тогда рассмотрим п-ть SOX (рисунки 2)

Пусть верхняя п-ть пересечет ребра в
точках R, T, X, а нижняя - в точках A, B, C.

$$\triangle RTX \sim \triangle ABC. \text{ Тогда } \frac{S_{\triangle RTX}}{S_{\triangle ABC}} = k^2 = \frac{1}{16}.$$

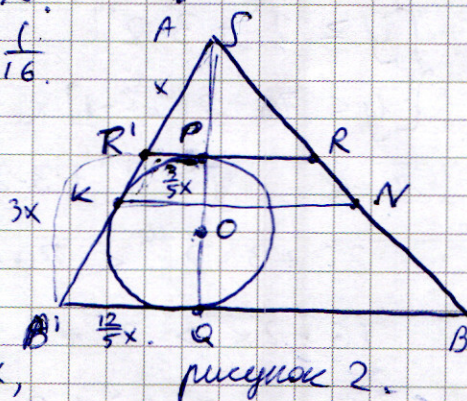
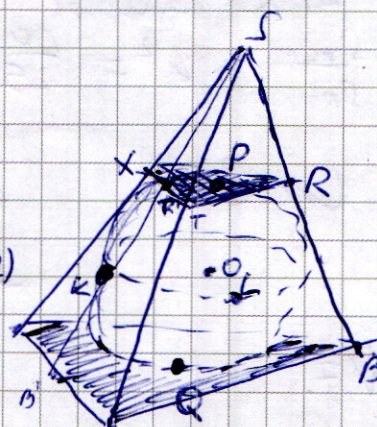
$$k = \frac{1}{4}. \text{ Значит } \frac{RR'}{AB'} = k = \frac{1}{4}.$$

↑
коэффициент подобия

$$\text{При этом } \frac{SR'}{SB'} = \frac{SP}{SQ} = \frac{R'P}{B'Q} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Пусть } SR' = x. \text{ Тогда } SB' = 4SR' = 4x,$$

$$\text{а } B'R' = SB' - SR' = 3x.$$



По свойству отрезков касательных $PR' = R'K$, и $KB' = B'Q$.
 Тогда $PR' + B'Q = R'K + KB' = 3x$.

$$\begin{cases} PR' + B'Q = 3x \\ \frac{PR'}{B'Q} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$PR' + 4PR' = 3x$$

$$PR' = \frac{3}{5}x$$

$$\text{Тогда } \sin \angle KSO = \frac{R'P}{R'S} = \frac{3}{5}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$$

KLH
из гон

Пусть прямая KMN пересекает SB в точке N .

$\triangle SKN \sim \triangle SRP$, т.к. $RR' \parallel KN$ (у них равны соответственные углы).
 $SR' = x$, $SK = SR' + RK = \frac{8}{5}x$

$$\text{Значит } KN = \frac{6}{5}RR'.$$

Тогда для соответственных сечений KLM и RTX подобны с коэффициентом $k = \frac{6}{5}$.

$$\frac{S_{KLM}}{S_{RTX}} = k^2 = \frac{64}{25} \Rightarrow S_{KLM} = \frac{64}{25}$$

Ответ: $\angle KSO = \arcsin \frac{3}{5}$
 $S_{KLM} = \frac{64}{25}$

N7.

$$\begin{cases} y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 2(2^{32} - 1)x \end{cases}$$

$$\text{т.к. } y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34} \text{ и } y < 76 + 2x(2^{32} - 1), \text{ то}$$

$$2^x + 3 \cdot 2^{34} < 76 + 2x(2^{32} - 1)$$

$$76 - 2x > 2^x + 3 \cdot 2^{34} - x \cdot 2^{33}$$

$$76 - 2x > 2^x + 2^{33}(6 - x)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Для $x \geq 6$ ~~каждое~~ ^{$x=6$?} ~~каждое~~ неравенство принимает вертикальный вид
найдём крайнее x , когда пер-во прекратит выполняться.

Это будет $x=38$. Тогда пер-во примет вид
 $0 > 0$. (1)

Для каждого $x \in [6; 38)$ найдём соответствующие уже
значения y (количество касаний).

Для $x=37$, например.

$$\begin{cases} y \geq 2^{37} + 3 \cdot 2^{34} \\ y < 76 + 74(2^{32} - 1) \end{cases}$$

$$y \geq 2^{34} \cdot (2^3 + 3) \Rightarrow y \geq 2^{34} \cdot 11.$$

$$y < 37 \cdot 2^{33} - 2 = 2^{32} \cdot 74 - 2.$$

и получим количество значений y , входящих в промежуток $[2^{34} \cdot 11; 2^{32} \cdot 74 - 2]$

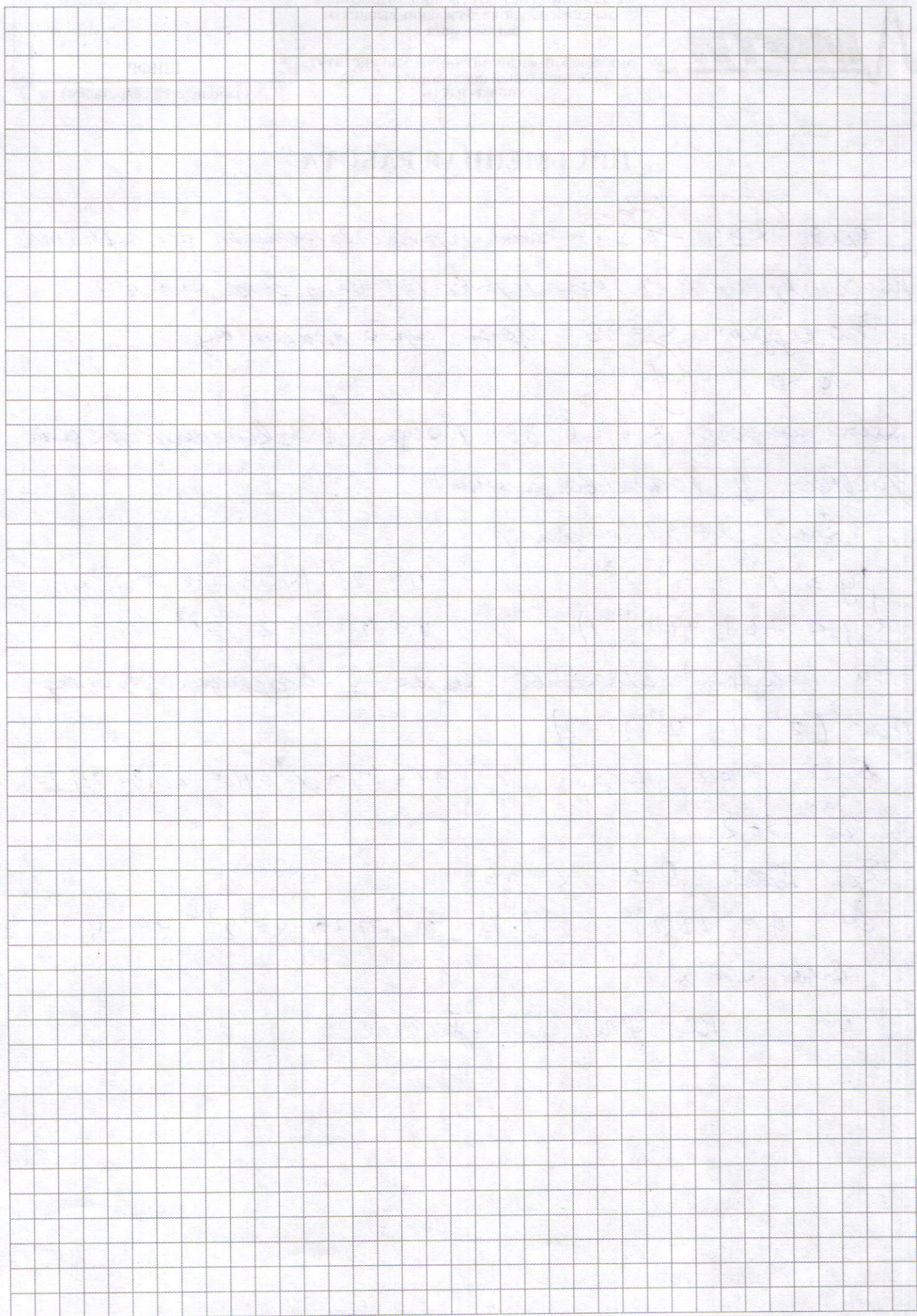
$$\text{Для этого найдём } 2^{32} \cdot 74 - 2 - 2^{34} \cdot 11 = 2^{32}(74 - 22) - 2 = 2^{32} \cdot 52 - 2.$$

Итак ~~для~~ для $x=36$

$$y = 72 \cdot 2^{32} - 2^{34} \cdot 74 = 2^{32}(72 - 28) - 4 = 2^{32} \cdot 44 - 4.$$

Для $x=35$

$y =$ не успел.... извините.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$9261 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r} 9261 \overline{) 102913} \\ \underline{81} \\ 219 \\ \underline{181} \\ 383 \\ \underline{361} \\ 22 \\ \underline{21} \\ 1 \end{array}$$

3 3 3 7 - 4 var. ma.

3 3 3 7

№2.

$$\cos 9x - \cos 5x - \sqrt{2} \cos 4x + \sin 9x + \sin 5x = 0$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\cos x - \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(x+y))$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x-y) + \sin(x+y))$$

$$\begin{array}{r} 11333 \\ \times 13133 \\ \hline 13313 \\ \times 13331 \\ \hline 11333 \\ \times 31133 \\ \hline 31313 \\ \times 31331 \\ \hline 13133 \\ \times 31133 \\ \hline 33113 \\ \times 33131 \\ \hline 33313 \\ \times 31313 \\ \hline 33113 \\ \times 33113 \\ \hline 33311 \\ \times 13331 \\ \hline 31331 \\ \times 33131 \\ \hline 33311 \\ \times 33311 \\ \hline 33311 \end{array}$$

$$\cos 9x - \cos 5x = -2 \sin 7x \cdot \sin 2x$$

$$\sin 9x + \sin 5x = 2 \sin 7x \cdot \cos 2x$$

$$-2 \sin 7x \cdot \sin 2x + 2 \sin 7x \cdot \cos 2x - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \sin 7x (\cos 2x - \sin 2x) - \sqrt{2} (\cos 2x - \sin 2x) (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x - \sin 2x = 0$$

$$2 \sin 7x - \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) = 0$$

$$\sin 2x - (\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x) = 0$$

$$\sin 7x = \sin (2x + \frac{\pi}{4})$$

№3.

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln \frac{y}{x^2}}$$

$$(x^2 y^4)^{-\ln x} = y^{\ln y - \ln x^2}$$

$$(x^2)^{-\ln x} \cdot y^{4(-\ln x)} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^2}}$$

$$\frac{1}{x^{2\ln x}} \cdot \frac{1}{y^{4\ln x}} = \frac{y^{\ln y}}{y^{\ln x^2}}$$

$$y^{7\ln x} = y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x}$$

$$\ln(y^{7\ln x}) = \ln(y^{\ln y} \cdot x^{2\ln x} \cdot y^{4\ln x})$$

$$\ln x \cdot 7\ln y = \ln y^2 + 2\ln^2 x + 4\ln x \cdot \ln y$$

Пусть $\ln y = a$, $\ln x = b$

$$7ba = a^2 + 2b^2 + 4b \cdot a$$

$$a^2 - 3ab + 2b^2 = 0$$

$$\frac{5!}{2! \cdot 3!} = 2$$

$$(a-2b)(a-b)=0 \Rightarrow \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10. \quad 2\ln x < 2(2^{32}-1)$$

$$a = 2b$$

$$a = b$$

$$\ln x + 1 < 2^{32}$$

$$\ln y = 2\ln x$$

$$\ln y = \ln x$$

$$x + e < e^{32}$$

$$y = x^2$$

$$y = x$$

$$x < e^{32} - e$$

$$y^2 - xy - 2x^2 + 8x - 4y = 0$$

$$(y-2x)(y+x-4) = 0$$

$$y = 2x$$

$$y + x = 4$$

$$(2^4)^2 = 2^8$$

$$\log_2 4 + \log_2 8 = \log_2 32$$

3317

3

1) для окр-ти 1.

$0 < a < 2^2$ - 0 решений

$2^2 \leq a < 12^2$ - 1 решение

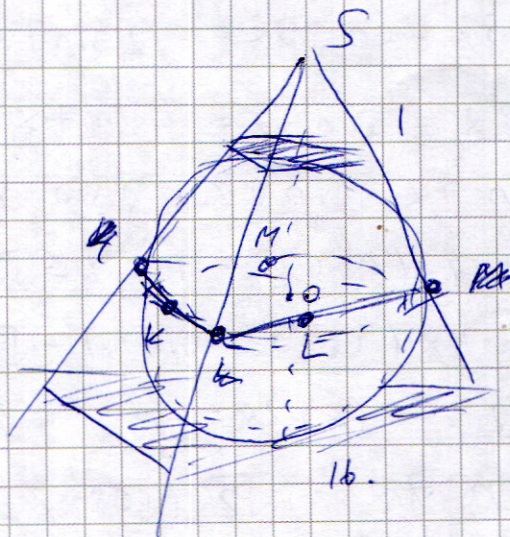
$12^2 \leq a < 17^2 + 5^2$ - 0 решений

$$76 + 2(2^{32}-1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 - 2x > 2^x + 3 \cdot 2^{34} - 2x \cdot 2^{32}$$

$$76 - 2x > 2^x + 3 \cdot 2^{34} - x \cdot 2^{33}$$

$$76 - 2x > 2^x + 2^{33}(6-x)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$76 + 2(2^{32} - 1)x > 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$2 + 3 \cdot 2^{34}$$

$$76 + 2(2^{32} - 1)$$

$$72 + 2^{33}$$

$$\angle ASD = \angle AC = 360^\circ - \angle AKC$$

$$\angle AB + \angle ASD =$$

$$= 360^\circ - \angle AB - \angle CB$$

$$2\angle AM + \angle CM + \angle AD = 360^\circ$$

$$\angle CB + \angle ASD = 100^\circ$$

$$\frac{27}{2} \cdot \frac{27}{\sqrt{2}} \cdot 20 = 27 \cdot 5\sqrt{2}$$

$$\angle \in O$$

$$CK = CF \text{ (в равност.)}$$

$$\star \star \star \star$$

$$2 \ln x$$

$$2(2^{32} - 1)$$

$$2 \ln x$$

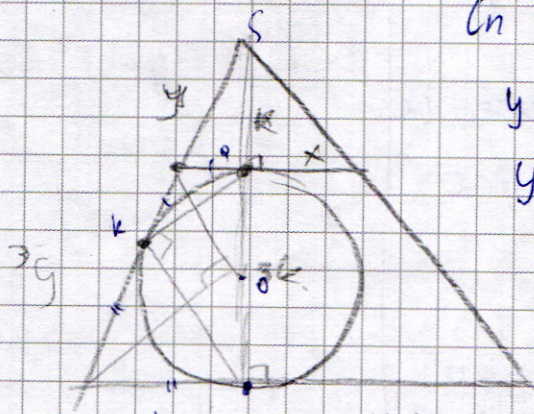
$$\ln x$$

$$2(2^{32} - 1)$$

$$2^{32} - 1$$

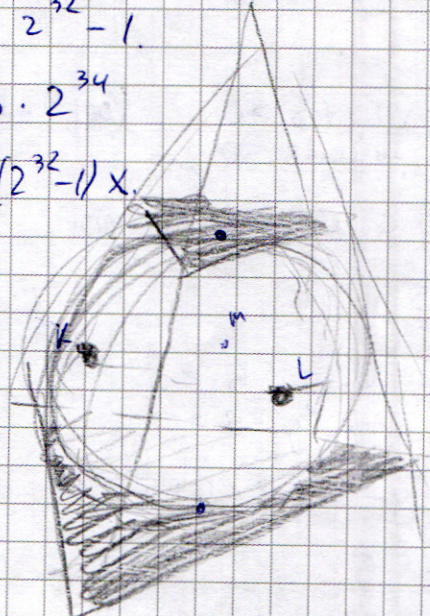
$$y \geq 2^x + 3 \cdot 2^{34}$$

$$y < 76 + 2(2^{32} - 1)x$$



$$\begin{aligned} a + b &= 3y \\ a &= 4y \\ 5a &= 3y \end{aligned}$$

$$a = \frac{3}{5}y$$



№5.

$$x^2 - 12|x| + 144 + y^2 - 9|y| + 25 = 0.$$

$$|x+10| + |10-x| = 10.$$

1) $x+10 > 0$

$$10-x < 0.$$

$$x+10 + x-10 = 10$$

$$x = 5.$$

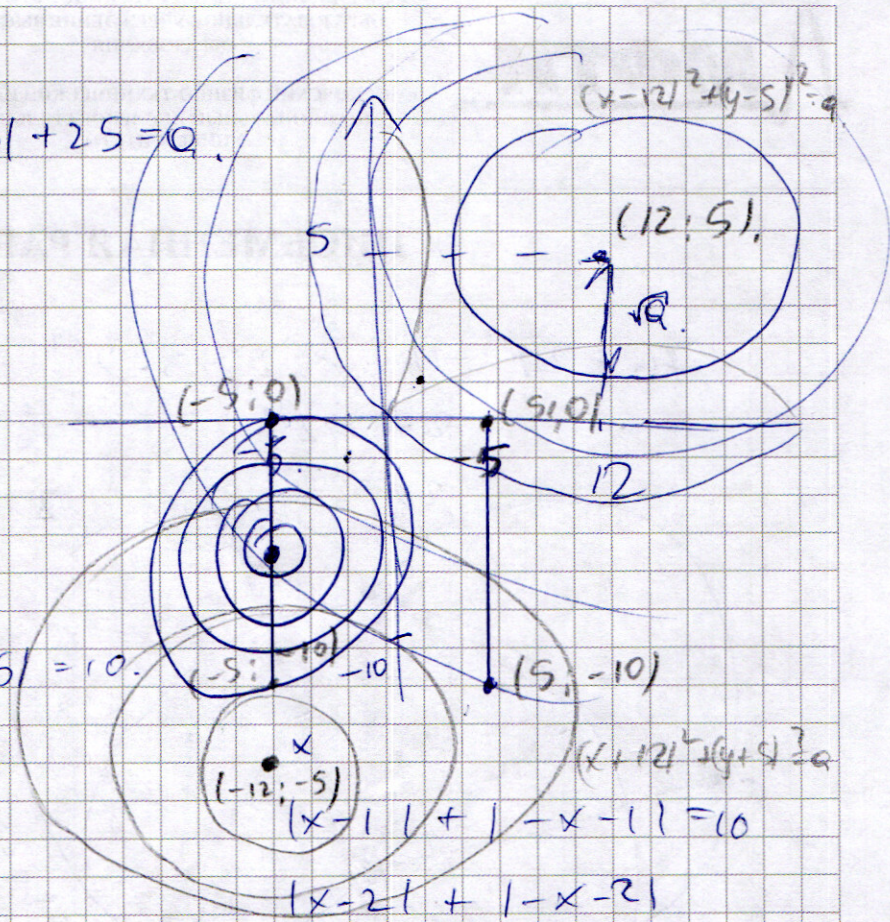
$$|x+y+5| + |-x+y+5| = 10.$$

$$y = -5; \quad x = \pm 5$$

$$y = -6; \quad x = \pm 5$$

$$y = -7; \quad x = \pm 5$$

$$y = -10; \quad x = \pm 5$$



$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4.$$

$$0 < a < 2^2 \quad 0 \text{ решений}$$

$$2^2 \leq a < 4 \quad 2 \text{ решения } (-5; 0)$$

$$4 \leq a < 16 \quad 4 \text{ решения } (5; -10)$$

$$16 \leq a < 25 \quad 4 \text{ решения}$$

$$-x > -5$$

$$(x-12)^2 + (y-5)^2 = a$$

$$(x+12)^2 + (y+5)^2 = a$$

$$7^2 + 5^2 = a$$

$$x-1$$

2) $x+y+5 > 0$ $\log_2 4 + \log_2 8.$

$$-x+y+5 < 0$$

$$x+y+5 + x-y-5 = 10$$

$$x = 5$$

$$y > -10$$

$$y < 0.$$

3) $x+y+5 < 0$

$$-x+y+5 > 0$$

$$-x-y-5 - x+y+5 = 10$$

$$x = -5$$

$$y < 0$$

$$y > -10.$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = c^2.$$

1) $0 < a < 2^2 \quad 0$