

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МА

11 класс

ВАРИАНТ 8

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в работу.
Работы без вложенного задания не проверяются.

- 3 1. [3 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 64827. Ответ необходимо представить в виде целого числа. ✓

- 5 ✓ 2. [5 баллов] Решите уравнение $\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$.

3. [5 баллов] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \left(-\frac{x^7}{y}\right)^{\ln(-y)} = x^{2\ln(xy^2)}, \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0. \end{cases}$$

- (13) 4. [5 баллов] Сфера с центром O вписана в трёхгранный угол с вершиной S и касается его граней в точках K, L, M (все плоские углы трёхгранного угла различны). Найдите угол KSO и площадь сечения данного трёхгранного угла плоскостью KLM , если известно, что площади сечений трёхгранного угла плоскостями, касающимися сферы и перпендикулярными прямой SO , равны 9 и 16. 20-?

- 3 5. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} |x + y + 8| + |x - y + 8| = 16, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- 4 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 17 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по разные стороны от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .

- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 16$. Найдите площадь треугольника ACF .

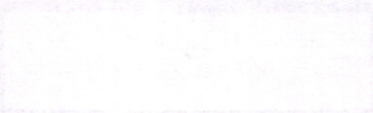
7. [6 баллов] Найдите количество пар целых чисел (x, y) , удовлетворяющих системе неравенств

$$\begin{cases} y > 3^x + 4 \cdot 3^{28} \\ y \leq 93 + 3(3^{27} - 1)x \end{cases}$$

Ответ должен быть представлен в виде алгебраической суммы не более двух слагаемых.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
OFFICE OF THE DEAN

12



1962

MEMORANDUM

TO THE DEAN

FROM THE DEAN

1

RE: [illegible]

1

[illegible]

2

1

[illegible]

3

[illegible]

4

[illegible]

5

[illegible]

1

[illegible]

[illegible]

6

[illegible]

[illegible]

[Handwritten line]

[illegible]

[illegible]

7

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$$\begin{array}{r} 64827 \overline{) 127} \\ \underline{54} \\ 108 \\ \underline{108} \\ 27 \\ \underline{27} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2401 \overline{) 7} \\ \underline{21} \\ 343 = 7^3 \\ \underline{28} \\ 21 \end{array}$$

$\Rightarrow 64827 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

тогда, т.е. 64827 является произведе-
нием в чисел, $a_i \in [0; 9]$ (если
 $a_i = 0$, то произведение 0), где $i \in [1; 8]$.

$\Rightarrow$ возможны 2 случая: (А - искомого
восьмизначное число).

1) А состоит из 3 троек, 4 семерок и
единицы, тогда кол-во таких А равно

$$\frac{8!}{1! \cdot 3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 40 \cdot 7 = 280$$

2) А состоит из 1 тройки, 1 девятки,
4 семерок и 2 единицы, тогда кол-во спо-
собов: $\frac{8!}{1! \cdot 1! \cdot 4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2} = 5 \cdot 4 \cdot 7 = 120 \cdot 7 = 840$

тогда всего способов: $280 + 840 = 1120$

ответ: 1120

3

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{-x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} &= x^{2\ln(xy^2)} \\ y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y &= 0 \end{aligned} \right.$$

рассмотрим 1-е ур-ие:
заменим: $-y = z$; $z > 0$

ОДЗ:

$$\begin{aligned} -y &> 0 \\ y &< 0 \\ x \cdot y^2 &> 0 \\ y^2 > 0 &\Rightarrow x > 0 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{x}{z} \right)^{\ln z} = x^{2\ln(xz^2)} = x^{2\ln x + 2\ln z^2} = x^{2\ln x + 4\ln z} \begin{cases} y < 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\frac{x^{2\ln z}}{z^{4\ln z}} = x^{2\ln z} \cdot x^{4\ln z}$$

т.к. $x \neq 0$, то $x^{4\ln z} \neq 0 \Rightarrow$

$$x^{3\ln z} = x^{2\ln x} \cdot z^{\ln z}$$

$$\ln x^{3\ln z} = \ln(x^{2\ln x} \cdot z^{\ln z}) = \ln x^{2\ln x} + \ln z^{\ln z}$$

$$3\ln z \cdot \ln x = 2\ln^2 x + \ln^2 z$$

$$2\ln^2 x - 3\ln z \cdot \ln x + \ln^2 z = 0$$

$$(2\ln x - \ln z)(\ln x - \ln z) = 0$$

$$\ln x^2 = \ln z$$

$$\ln x = \ln z$$

$$\ln \frac{x^2}{z} = 0$$

$$\ln \frac{x}{z} = 0$$

$$\frac{x^2}{z} = 1$$

$$\frac{x}{z} = 1$$

$$1) x^2 = z = -y$$

$$2) x = z = -y$$

рассмотрим 2-е ур-ие: $y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$

$$0 = (y+x)^2 - 4x^2 + 12x + 4y = (y+x-2x)(y+x+2x) + 4(3x+y) =$$

$$= (y-x)(y+3x) + 4(3x+y) = (3x+y)(y-x+4) \Rightarrow \begin{cases} 3x = -y \\ y-x = -y \end{cases}$$

тогда, если $-y = x^2$, то $\begin{cases} 3x = x^2 \\ y-x = x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(x-3) = 0 \\ x^2 + x - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0, y=0 \\ x=3, y=-9 \end{cases}$
 $\Delta = 1+16=17; x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$$

$$x = -\frac{1-\sqrt{17}}{2} \text{ — не удов. } O_2$$

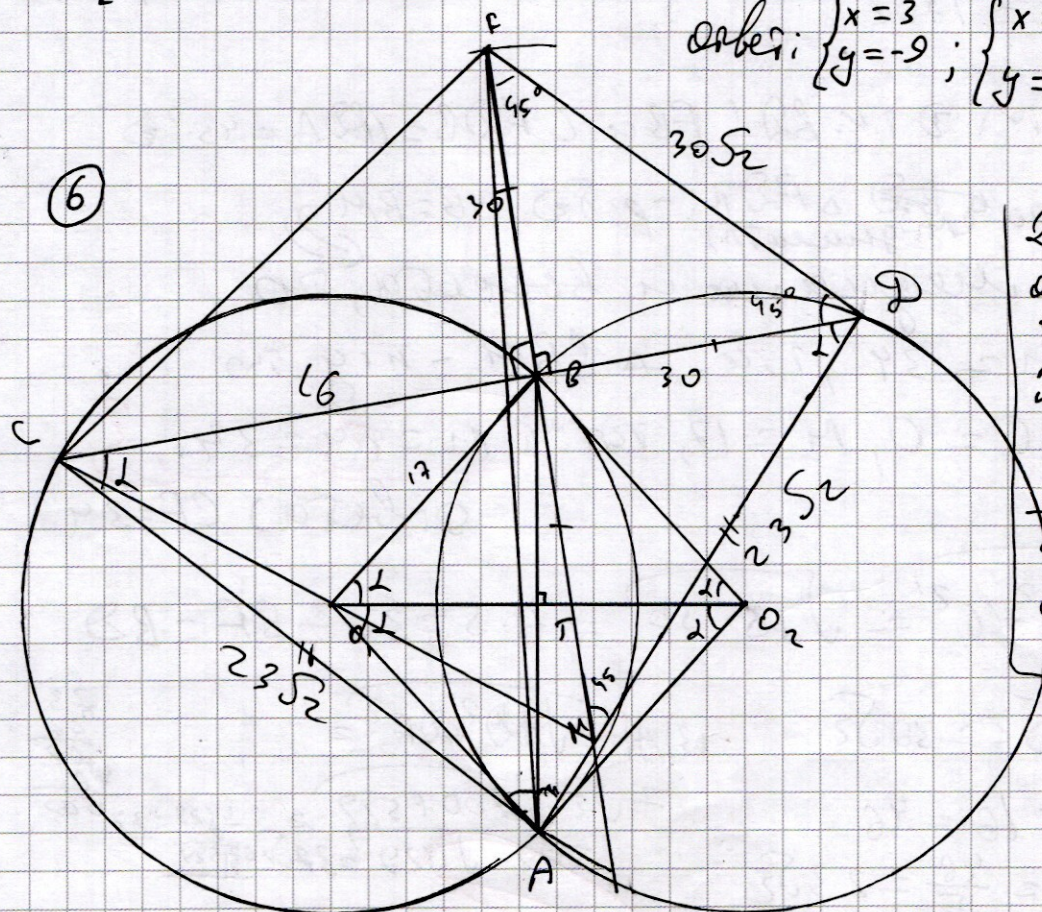
$$x = -\frac{1+\sqrt{17}}{2}; y = -\left(\frac{\sqrt{17}-1}{2}\right)^2 = -\frac{17-2\sqrt{17}+1}{4} = -\frac{18-2\sqrt{17}}{4} = \frac{\sqrt{17}-9}{2}$$

т.е. ответ для первого случая: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}$

если $-y = x$, то $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17}-9}{2} \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x = x \\ 4-x = x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \text{ — не удов. } O_2 \\ 4 = 2x \end{cases} \quad x = 2; y = -2$$

ответ: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -9 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \\ y = \frac{\sqrt{17}-9}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$



Дано:
 Окр O_1 и Окр O_2 ,
 $r_1 = r_2 = 17$,
 A, B — точки
 пересечения,
 $\angle CAD = 90^\circ$,
 $B \in CD, BF = BD$,
 $BF \perp CD$,
 а) $CF = ?$
 б) $BC = 16$
 $S_{ACF} = ?$

1) пусть $\angle BO_1A = \alpha \Rightarrow$ т.к. $\triangle BO_1A$ - р.б. и $BA \perp O_1O_2$, то $\angle O_1O_2A = \alpha$

2) $BO_1 = BO_2 = O_2A = O_1A = r = 17 \Rightarrow \triangle BO_1O_2$ и $\triangle AO_1O_2$ - р.б. $\Rightarrow$
 $\angle BO_2A = 2\alpha$

3) ~~н.т.о~~

$\angle BCA = \frac{1}{2} \angle BO_1A = \alpha$
 $\angle CDA = \frac{1}{2} \angle BO_2A = \alpha \Rightarrow \triangle CAD$ - р.б. и н.т. $\Rightarrow$
 $\alpha = 45^\circ, AC = AD$

4) $\triangle FBD$ - р.б. (т.к. $BF = BD$) и н.т. (т.к. $\angle FBD = 90^\circ$) $\Rightarrow$
 $\angle BFD = \angle FDB = 45^\circ$

5) $\triangle BO_1O_2$ - р.б. и н.т. $\Rightarrow O_1O_2 = BO_1 = \frac{17}{\sqrt{2}}$; $IO_2 = O_1O_2 = \frac{17}{\sqrt{2}} = AI$
 (т.к. O_1O_2 и O_2I - равны, то $\triangle O_1IO_2 = \triangle IO_2A = \triangle IO_2I = \triangle O_1AI$)

6) $AB = O_1O_2 = 17\sqrt{2}$

7) $FB \cap AD = M \Rightarrow$ т.к. $BD \perp FB$ и $\angle FDB = \angle BDA = 45^\circ \Rightarrow$

(т.к. $\angle CBM = 90^\circ$, то $\triangle CBM$ - р.б. $\Rightarrow MB = CM$)

8) т.к. CB - медиана и высота, то

$CF = CM = 34$, т.к. $\triangle CBM$ - н.т., то

$O_1B = O_1C = O_1M = 17$, то $CM = 34$.

ответа) $CF = 34$

9) $BM = \sqrt{34^2 - 16^2} = \sqrt{18 \cdot 50} = 6 \cdot 5 = 30 = BF = BD$

10) $FD = BF \sqrt{2} = 30\sqrt{2}$

11) $CD = 30 + 16 = 46$

12) $AC = AD = \frac{46}{\sqrt{2}} = 23\sqrt{2}$

13) $AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} =$

$= \sqrt{2^2 \cdot 500 + 529} =$

$= \sqrt{2 \cdot 1429} = 32\sqrt{89}$

73
23
469
46
529

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5

$$\begin{cases} |x+y+8| + |x-y+8| = 16 & \text{— квадрат} \\ (|x|-8)^2 + (|y|-15)^2 = a & \text{— 4 окр. с центрами в} \end{cases}$$

не адан

$$|x+y+8| + |y-x-8| = 16$$

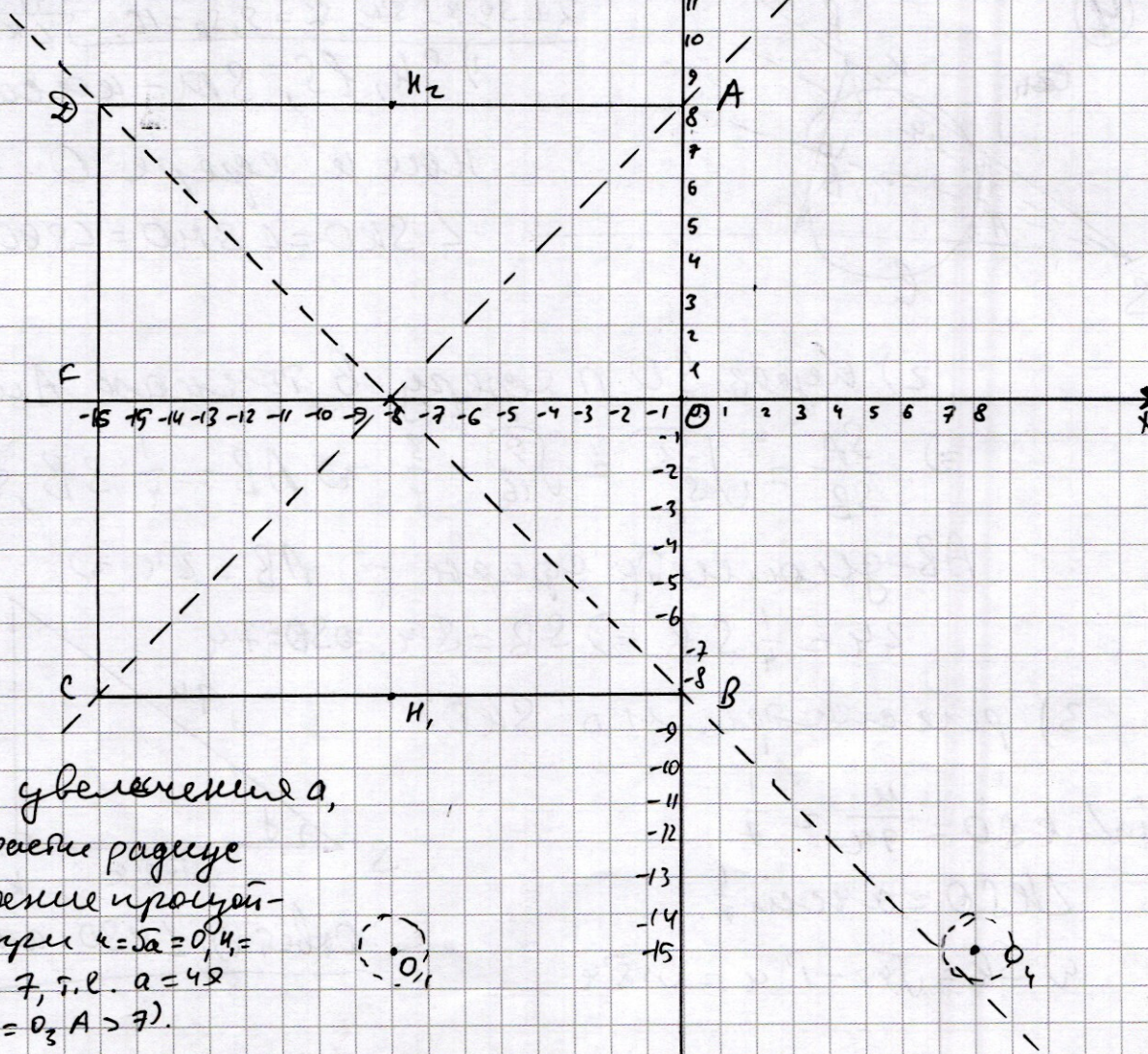
при $y \geq -x-8$: $x+y+8+y-x-8=16$

$$y \geq x+8$$

$$y=8$$

⇒ т.к. график симметричен
относительно $y=-x-8$ и $y=x+8$, то
график — квадрат.

4 радиуса с центрами в
 $(8; 15), (-8; 15), (8; -15), (-8; -15)$
и $a \geq 0$.



по мере увеличения a ,
будут расти радиусы
и касание прямой
и окружностей, при $a = 0$, т.е.
 $a = 0$, $K_1 = 7$, т.е. $a = 48$
(т.к. $O_1 A = O_2 A = 7$).

далее, пока $u \leq 0, B = \sqrt{64 + 49} = \sqrt{113}$ решений 4.

при $u = \sqrt{113}$ - решений 4, т.к. $0, B = 0, B$.

при $u < 0, D = \sqrt{15^2 + 64} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$ - корней 6

при $u = 17$ - ~~корней 6~~ корней 4.

при $u \leq 0, B = \sqrt{64 + 23^2}$ корней 6.

при $u \leq 0, E = \sqrt{24^2 + 15^2}$ корней 4

при $u = \sqrt{24^2 + 15^2}$ корней 3

при $u < 0, D = \sqrt{23^2 + 24^2}$ корней 4

при $u = \sqrt{23^2 + 24^2} = \sqrt{1105}$ корня 2 $\Rightarrow a = 1105$ - верно

при $u > \sqrt{1105}$ корней нет

ответ: $a = \{49, 1105\}$

Дано: сфера O , SK, SL, SM - касательные,
 $\angle LSO = 90^\circ, B \perp SO, S_L = 9, S_B = 16$. $\angle KSO = ?$, $\angle KLO = ?$

1) SK, SL, SM - касательные к сфере O . $\Rightarrow$

$$\angle SKO = \angle SMO = \angle SLO = 90^\circ$$

2) луч SO пересекет сферу в точках A и B .

$$\Rightarrow \frac{SA}{SB} = \sqrt{\frac{S_L}{S_B}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \Rightarrow AB = \frac{1}{4} SB, \text{ т.к.}$$

AB - диаметр сферы $\Rightarrow AB = 2r \Rightarrow$

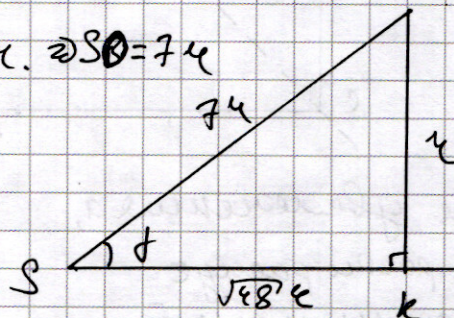
$$2r = \frac{1}{4} SB \Rightarrow SB = 8r. \Rightarrow SO = 7r$$

3) рассмотрим $\triangle SKO$:

$$\sin \angle KSO = \frac{r}{7r} = \frac{1}{7}$$

$$\angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$$

$$4) SK = \sqrt{49 - 1} r = 5\sqrt{8}r$$



ответа): $\angle KSO = \arcsin \frac{1}{7}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(2) \cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x + 2$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \cos 5x \cdot \sin 2x = -\sqrt{2} \cos 4x$$

$$\sqrt{2} \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) = -(\cos^2 2x - \sin^2 2x) =$$

$$= -(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$$

$$(\cos 2x + \sin 2x)(\sqrt{2} \cos 5x + \cos 2x - \sin 2x) = 0$$

$$\cos 2x + \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x = -\cos 2x$$

$$\operatorname{tg} 2x = -1$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{2} \cos 5x = \sin 2x - \cos 2x$$

$$\cos 5x = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 2x$$

$$\cos 5x = -\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right)$$

$$\cos 5x + \cos\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 0$$

$$2 \cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\frac{7x + \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$7x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$7x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\left(\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2}\right) = 0$$

$$\frac{3x - \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x - \frac{\pi}{4} = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

ответ:

$$x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{28} + \frac{2}{7}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

пункт 8 задачи 4):

рассмотрим (AKO):

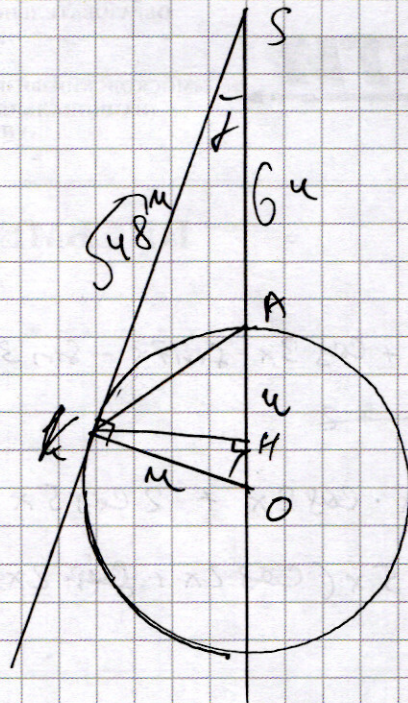
$$\angle KOS = \arccos \frac{1}{7}$$

$$AK = \sqrt{24^2 - 24^2 \cdot \frac{1}{7}} = 24 \sqrt{\frac{3}{7}}$$

$$\text{т.к. } \triangle SLO \cong \triangle SKO \cong \triangle SMO$$

$$(MO = OK = OL, SM = SK = SL, \angle SLO = \angle SMO = \angle SKO = 90^\circ)$$

$$\text{то } AL = AM = AK = 24 \sqrt{\frac{3}{7}}$$



$$\triangle SKH \sim \triangle SKO \Rightarrow \frac{KH}{KO} = \frac{KS}{SO}$$

$$KH = \frac{KS \cdot KO}{SO} = \frac{\sqrt{484} \cdot u}{7u} = \frac{4\sqrt{3}}{7} u$$

$$AH = \sqrt{4u^2 \cdot \frac{3}{7} - \frac{484}{7 \cdot 7}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 24^2 - 484}{49}} = \frac{6}{7} u$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \\ - 48 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$SH = 6u + \frac{6}{7} u = \frac{484}{7}$$

$$\text{т.к. } \angle KEM \parallel \angle, \text{ то } \frac{S_{кем}}{S_k} = \left(\frac{SH}{SA} \right)^2 = \left(\frac{48}{7 \cdot 6} \right)^2 = \left(\frac{8}{7} \right)^2 = \frac{64}{49}$$

$$S_{кем} = \frac{S_k \cdot 64}{49} = \frac{9 \cdot 64}{49} = \frac{576}{49}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 9 \\ \hline 576 \end{array}$$

продолжение 6 задачи:

$$CF = \sqrt{46^2 + 900 \cdot 2 - 46 \cdot 30 \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{46^2 + 1800 - 46 \cdot 30} = \sqrt{46 \cdot (16 + 1800)}$$

$$(15) \cos \angle FCA = \frac{CF^2 + CA^2 - AF^2}{2CF \cdot AC} - \text{можно найти из имеющихся данных}$$

$$\sin \angle FCA = \sqrt{1 - \cos^2 \angle FCA}$$

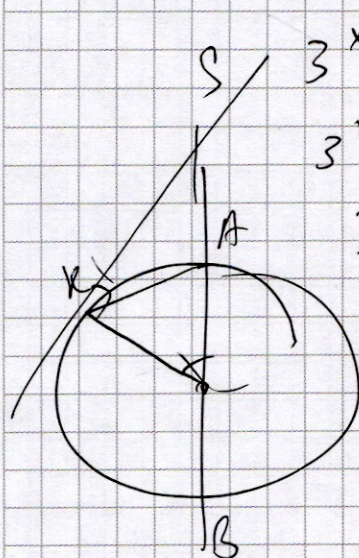
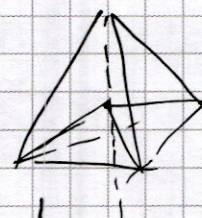
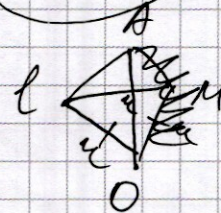
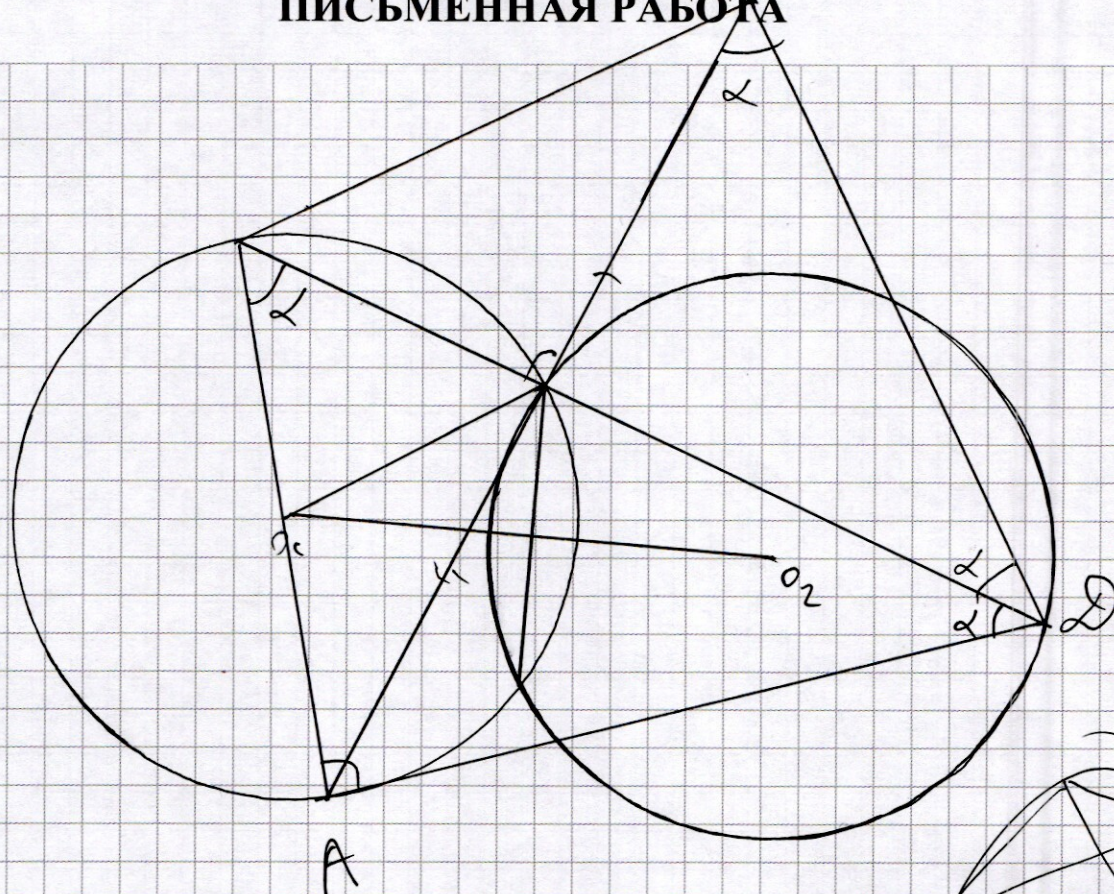
$$(16) S = \frac{1}{2} \sin \angle FCA \cdot CF \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot CF \cdot 23\sqrt{2} \cdot \sin \angle FCA$$

я не умею считать, но ответ

$$\text{ответ 8) } S_{кем} = \frac{576}{49}$$

$$\cos \angle FCA = \frac{46 \cdot 16 + 1800 - 30^2 \cdot 2}{\sqrt{46 \cdot 16} \cdot 1800 \cdot 2 \cdot 23\sqrt{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$3^x + 4 \cdot 3^{28} < 93 + 3^{28} \quad 3^x$$

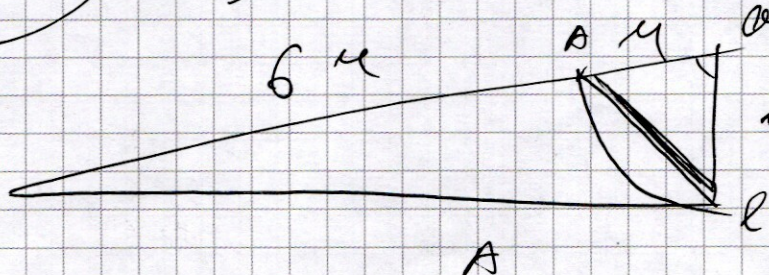
$$3^x + 3^{28} < 93 - 3x = 3(31 - x)$$

$$3^x + 3(3^{28} - 31) < -3x$$

$$3^x + 3x + 3(3^{28} - 31) < 0$$

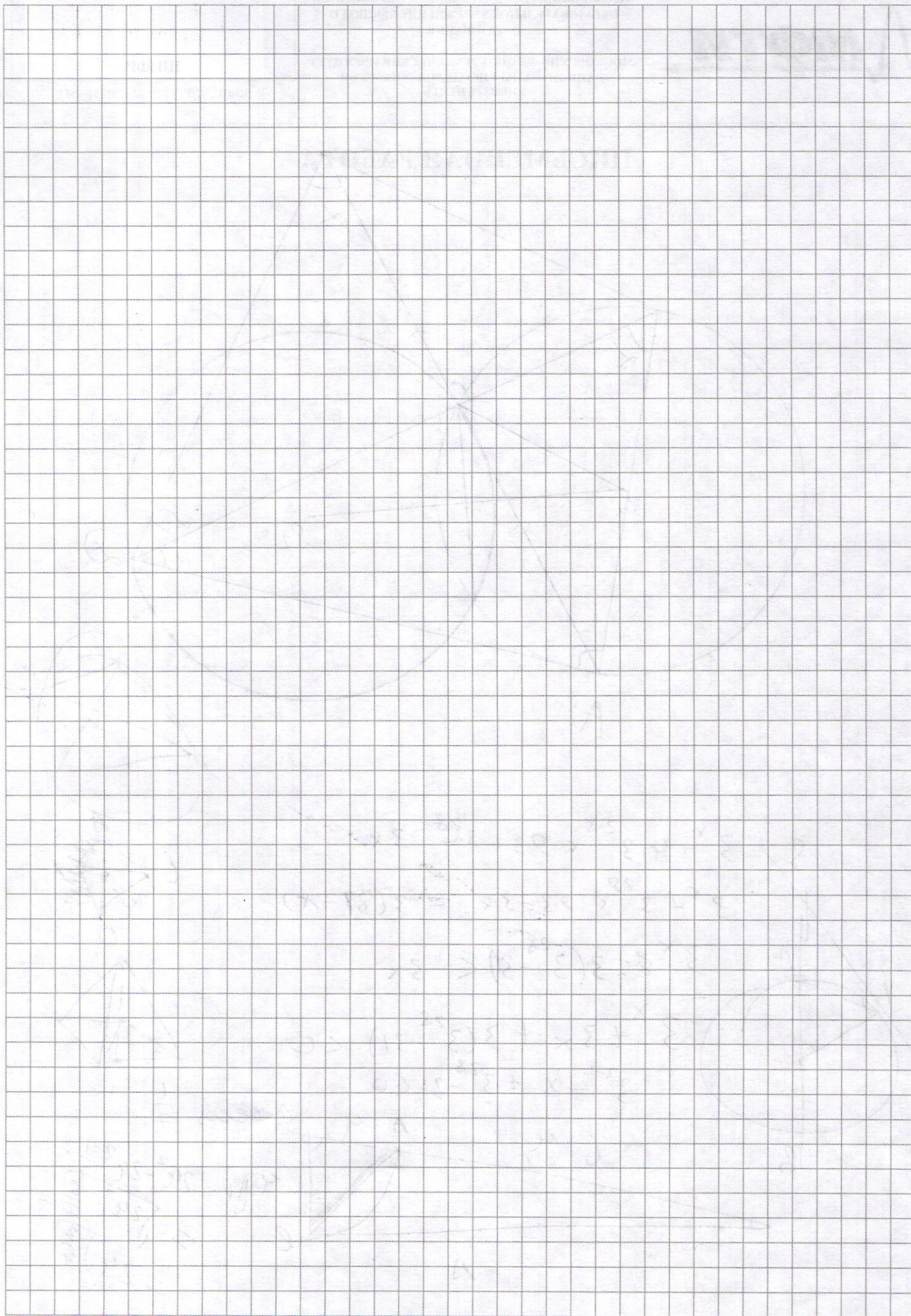
$$3^{x-1} + x + 3^{28} - 31 < 0$$

64



accos $\frac{1}{7}$

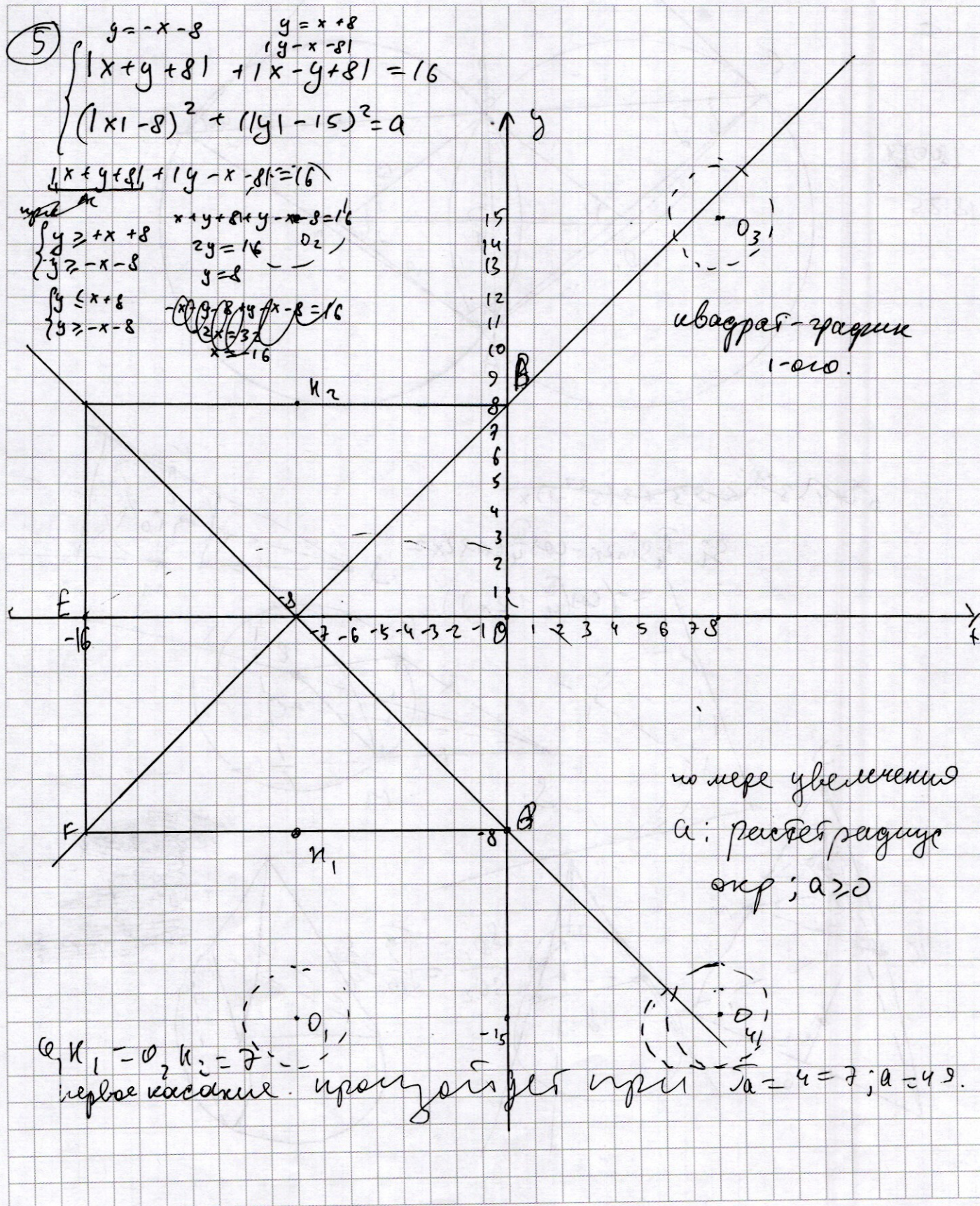
$$4 \Delta l = 24^2 - 24^2 \cdot \frac{1}{7} = \sqrt{24^2 \cdot \frac{6}{7}} = 24 \sqrt{\frac{6}{7}}$$



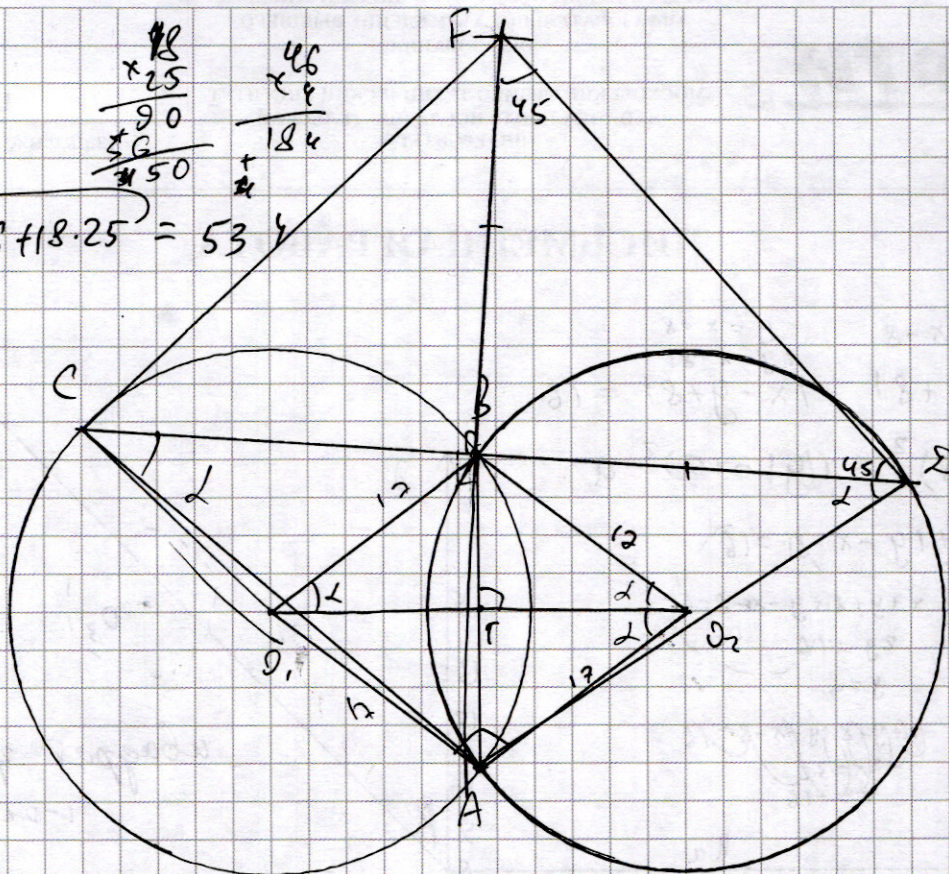
☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

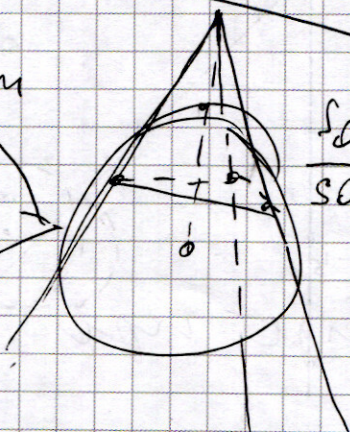
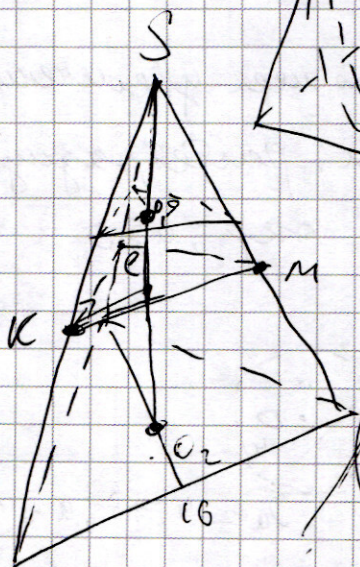
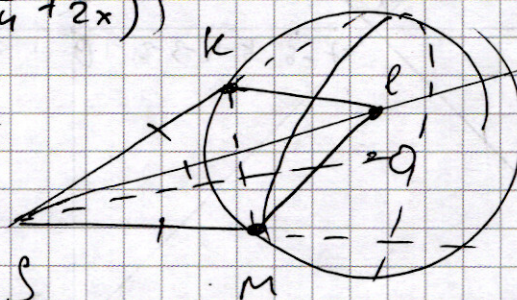
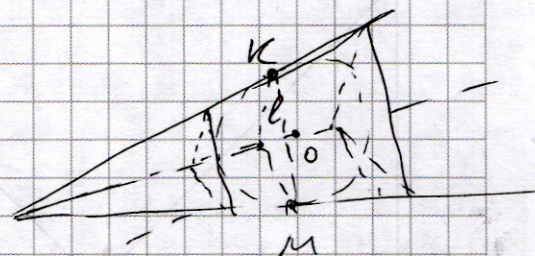


1800 ~~74~~
18.25

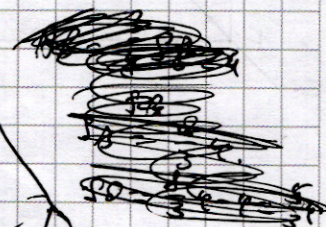
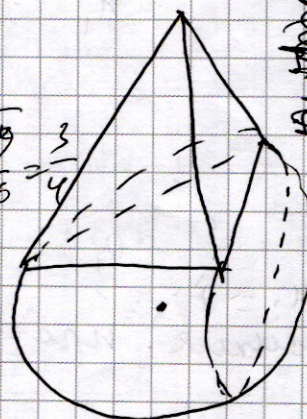


~~$$8x^4 + 4 \cdot 3^{28} + 93 + 3(3^{27} - 1)x$$~~

$$\sin \frac{\pi}{4} \sin 2x - \cos \frac{\pi}{4} \cos 2x = -1$$



$$\frac{f_{0,1}}{s_{0,1}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 7x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$2 \cos 5x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 5x =$$

$$= 2 \cos 5x (\cos 2x + \sin 2x) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\cos 7x + 2 \sin x \cos x - \sin 3x$$

$$2\sqrt{2} (\cos 5x) \cdot \cos (2x - \frac{\pi}{4}) + 2\sqrt{2} \cos^2 x - \sqrt{2} = 0$$

$$\cos x + \sin x = \cos$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\sqrt{2} (\sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x)) + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$

$$\sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) \cdot \cos 5x + (\cos 2x - \sin 2x) (\frac{\cos 3x + \sin 2x}{2}) = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} + 7x) + \sin(\frac{\pi}{4} - 3x) + \cos 4x = 0$$

$$2 \cos(\frac{\pi}{4} + 2x) + \cos 5x + \cos 4x = 0$$

$$(\cos 2x + \sin 2x) (\cos 5x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x) = 0$$

$$(2 \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos 2x + 2 \cos \frac{\pi}{4} + \sin 2x) \cos 5x =$$

$$= \sqrt{2} (\cos 2x + \sin 2x) \cdot \cos 5x + \cos 4x =$$

$$64827 = 9 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 =$$

$$= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$$

возможны 2 случая:

6482 А-исканное число

содержит 3 тройки, единицу 47
семь: $\frac{8!}{1! \cdot 3! \cdot 4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{6} = 40 \cdot 7 = 280$

Асс

$$\begin{array}{r} 64827 \\ 63 \\ \hline 18 \\ -18 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7203 \\ 7 \\ \hline 20 \\ -14 \\ \hline 63 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1029 \\ 9 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 343 \\ 7 \\ \hline 28 \\ -28 \\ \hline 63 \end{array} \quad 49 = 7 \cdot 7$$

$$3 \left(\frac{x^2}{y} \right)^{\ln(-y)} = x^{2 \ln(xy^2)}$$

од 3:

$$y < 0$$

$$x > 0$$

$$y^2 + 2xy - 3x^2 + 12x + 4y = 0$$

$$(y+x)^2 - 4x^2 + 12x + 4y = 0 \quad (y+x-2x)(y+x+2x) =$$

$$(y+x)^2 - 4(x^2 - 3x + 9) + 36 + 4y = (y-x)(y+3x) + 4(3x+y) =$$

$$= (y+x)^2 - (2(x-3))^2 + 4(9+y) =$$

$$= (y+x-2x+6)(y+x+2x-6) + 4(9+y) =$$

$$= (y+6-x)(3x+y-6)$$

$$\begin{aligned} 3x &= -y \\ 4-x &= -y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -y &= z \\ (6-x-x^2)(3x-x^2-6) + 4(9-x^2) &= \\ (3-x)(2+x)(x^2-3x+6) + 4(3-x)(3+x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x^{2 \ln z}}{z^{\ln z}} = \frac{2 \ln x + 4 \ln z}{x} =$$

$$x^2 - 3x + 6 = 0$$

$$x^{2 \ln z} = x^{2 \ln x} \cdot x^{4 \ln z} \cdot z^{\ln z} =$$

$$x^{3 \ln z} = x^{2 \ln x} \cdot z^{\ln z}$$

$$\ln x \cdot 3 \ln z = \ln x \cdot 2 \ln x + \ln z \cdot \ln z$$

$$3 = 2 \cdot \ln z \cdot \ln x$$

$$3 \ln z \cdot \ln x = \ln x \cdot 2 \ln x + \ln z \cdot \ln z$$

$$2 \ln^2 x - 3 \ln z \cdot \ln x + \ln^2 z = 0$$

$$(2 \ln x - \ln z)(\ln x - \ln z) = 0$$

$$\ln x = \ln z$$

$$2 \ln x = \ln z$$

$$x = z = -y$$

$$\ln x^2 = \ln z$$

$$x^2 = -y$$

$$\cos 7x + \cos 3x + \sin 2x - \sin 3x + \sqrt{2} \cos 4x = 0$$